

១. ក. ដោះស្រាយសមីការ $(F): y'' + 9y = 0$ ។
- ខ. កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ មួយនៃសមីការ (F) ដើម្បីឲ្យក្រាបតាង $g(x)$ ប៉ះនឹងបន្ទាត់ $(T): y+1=x-\pi$ ត្រង់ចំណុច $M(\pi, -1)$ ។
២. ក. គណនាលីមីត: $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x - \sin x}{1 - \sqrt{x+1}}$ $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x+1}}$
- ខ. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x) = \frac{1 - \sin^2 x}{2 - \cos^2 x}$ ។ បង្ហាញថា $f\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$ ។
- គ. គណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$ $J = \int (1 + \cos x)(1 + \sin x) dx$
៣. ក. ដោះស្រាយសមីការ $(E): t^2 - 2t + 4 = 0$ ក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច ។
 រួចគណនាម៉ូឌុល និង អាគុយម៉ង់ នៃឫសនីមួយៗរបស់សមីការ E ។
- ខ. នៅក្នុងតម្រុយ $(0, \vec{i}, \vec{j})$ គេឲ្យខ្សែកោង $(E): 25x^2 + 9y^2 - 200x + 175 = 0$ ។
 ១. សរសេរសមីការ E ជាទម្រង់ស្តង់ដា។
 ២. បញ្ជាក់ប្រភេទនៃខ្សែកោង E រួចបញ្ជាក់កូអរដោនេនៃ ផ្ចិត កំណុំ កំពូល និង អ៊ិចសង់ទ្រីស៊ីតេហើយរកចំនុចប្រសបព្វរវាង E ជាមួយអ័ក្សតូច។
 ៣. សង់ខ្សែកោង E ។
៤. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = x + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ មានក្រាប C ។
 - ក. រកដែនកំណត់ D នៃ f ។ គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ចុងៗដែនកំណត់។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C ។
 - ខ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $L: y=x$ ជាអាស៊ីមតូតនៃក្រាប C ។
 - គ. គណនា $f'(x)$ ហើយសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដោយដឹងថា $x(x+1) > 0, \forall x \in D$ ។
 សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
 - ឃ. គណនា $f(-2)$ & $f(1)$ ។ សង់ខ្សែកោង C ។ គេយក $\ln 2 = 0.7$ ។
៥. ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន មួយគេឲ្យចំនុច $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)$ & $M(a, b, c)$ ។
 ១. យក a, b, c ជាចំនួនវិជ្ជមាន ចូរដៅចំនុច A, B, C និង M ។
 ២. បង្ហាញថាប្លង់ ABC មានសមីការ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ។ គណនាចម្ងាយពីចំនុច M ទៅប្លង់ ABC ជាអនុគមន៍នៃ a, b, c ។
 ៣. យក h ជាចម្ងាយពីចំនុច O ទៅប្លង់ ABC ។ បង្ហាញថា $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ ។
 ៤. ក្នុងករណី $a=b=c$ ចូរបង្ហាញថា ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ជាអនុគមន៍នៃ a ។
៦. នៅក្នុងកាបូប A មានសៀវភៅពីជគណិត ៣ក្បាល និងសៀវភៅធរណីមាត្រ ៤ក្បាល ហើយនៅក្នុងកាបូប B មានសៀវភៅពីជគណិត ៥ក្បាល និងធរណីមាត្រ ៣ក្បាល។ គេចាប់យកសៀវភៅ១ក្បាលពីកាបូប A និងចាប់យកសៀវភៅ១ក្បាលពីកាបូប B រួចប្តូរគ្នា។ រកប្រូបាបដែលចំនួនសៀវភៅ ទាំងពីរជគណិត និងធរណីមាត្រនៅក្នុងកាបូបទាំងពីរ មិនប្រែប្រួលក្រោយពេលប្តូររួច។

១. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = 2x - x \sin x$ កំណត់លើ \mathbb{R} ។
 - ក. គេកំណត់សម្គាល់ឃើញថាចំពោះគ្រប់តម្លៃ $x \in \mathbb{R}, -1 \leq \sin x \leq 1$ ។ រកអនុគមន៍ $g(x)$ ដែលចំពោះគ្រប់ $x \geq 0, f(x) \geq g(x)$ ។ ទាញរក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
 - ខ. រកអនុគមន៍ $h(x)$ ដែលគ្រប់ $x \leq 0, f(x) \leq h(x)$ ។ ទាញរក $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។
២. គេមានសមីការ $x^2 - 2x + 4 = 0 \quad (E)$ ។
 - ក. ដោះស្រាយសមីការ (E) ក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច (តាង x_1 ជាឫសមានផ្នែកនិមិត្តវិជ្ជមាន និង x_2 ជាឫសមួយទៀតនៃសមីការនេះ)
 - ខ. សរសេរ $x_1, x_2, P = x_1 \times x_2$ និង $Q = \frac{x_1}{x_2}$ ជាទម្រង់ត្រីមាត្រ។
៣. ក្នុងល្បែងបៀវ 32 សន្លឹក គេដកយកសន្លឹកបៀវមួយសន្លឹកដោយចៃដន្យ។

គេកំណត់ព្រឹត្តិការណ៍:

 - A: សន្លឹកបៀវដែលដកយកបានជារូបបេះដូង
 - B: សន្លឹកបៀវដែលដកយកបានជាសន្លឹកអាត់
 - C: សន្លឹកបៀវដែលដកយកបានជាសន្លឹកអាត់ និង ក្រហម។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A, B, C ។
៤. ក. គណនេដេរីវេនៃអនុគមន៍ $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$ ។
- ខ. គេឱ្យអនុគមន៍ $y = \ln\left(\frac{1}{x+1}\right)$ ។ បង្ហាញថា $xy' + 1 = e^y$ ។
- គ. គេឱ្យអនុគមន៍ $y = (-x^2 + mx + me)^{-x} + 2015$ ។ ចំពោះគ្រប់ $m \neq -2$ ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍នេះមានអតិបរមាមួយ និងអប្បបរមាមួយ។
៥. f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = \frac{x^2 + \ln x + 1}{x}$ មានក្រាប C ។
 - ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C ។
 - ខ. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចបង្ហាញថា $f'(x) > 0$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 - គ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $d: y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង C ខាង $+\infty$ ។
 - គណនា $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង C និងបន្ទាត់ d ។ គេយក $\ln 2 = 0.7$ ។
៦. នៅក្នុងតម្រុយ $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំនុច $A(1,0,1)$ & $\vec{AB}(-1,2,1)$ ។
 - ក. គណនាកូអរដោនេនៃចំនុច B រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹង \vec{AB} ។
 - ខ. គេឱ្យចំនុច $C(2,1,0)$ & $D(1,3,1)$ ។ រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ \vec{AC} និង \vec{AD} ។ គណនា $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ រួចបង្ហាញថា ABCD ជាចតុកោណកែង។
 - គ. គណនា $\vec{AB} \times \vec{AC}$ ទាញរកក្រលាផ្ទៃនៃចតុកោណ ABCD ។
 - ឃ. គណនាមាឌចតុមុខ OABC ។ ទាញរកចម្ងាយពីចំនុច O ទៅប្លង់ ABC ។

១. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$ និង $Z_2 = 1-i$ ។

ក. ចូរសរសេរ Z_1, Z_2 និង $\frac{Z_1}{Z_2}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

ខ. ចូរសរសេរ $\frac{Z_1}{Z_2}$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។

គ. ទាញឱ្យបាន $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{4}$ និង $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+i\sqrt{2}}{4}$ ។
២. កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឱ្យ $(x+1)+(3+2y)i = \frac{7+9i}{3+2i}$ ។
៣. ចូរគណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + x \sin 2015x}{x}$ $B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x}{\frac{\pi}{3} - x}$ ។
៤. ចូរគណនាដេរីវេ 1. $y = \sin(2015 \cos \sqrt{x})$ 2. $y = x - \ln\left(\frac{2-3x}{x+1}\right)$ ។
៥. នៅក្នុងតម្រុយ $\left(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ គេឱ្យចំនុច $A(1,2,5), B(2,2,1), C(2,-1,1), D(3,1,-1)$ ។

ក. កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d កាត់តាមចំណុច A ហើយមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស \overrightarrow{CD} ។

ខ. កំណត់សមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមចំណុច B ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ CD ។

គ. គណនាកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ M រវាង d និង P ។

ឃ. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ OM ។
៦. នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម៦ដើម ឃ្លីខៀវ៤ដើម និងឃ្លីលឿង២ដើម។ គេចាប់យកឃ្លី៣ដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់។ ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ

ក. យកបានបីចំណុច៣ដើមមានពណ៌ដូចគ្នា។

ខ. យកបានបីចំណុច៣ដើមមានពណ៌ខុសគ្នា។

គ. យកបានបីចំណុចក្រហម២ដើមយ៉ាងតិច។

ឃ. យកបានបីចំណុចខៀវ២ដើមយ៉ាងតិច។
៧. ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $g(x) = \frac{x^2-3x+3}{x-2}$ មានក្រាប C ។

ក. កំណត់ចំនួនពិត a, b, c ដើម្បីឱ្យបាន $g(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$ ចំពោះ $x \neq 2$ ។

ខ. កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ។

គ. បង្ហាញថាចំណុច $I(2,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C ។

ឃ. គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g រួចសង់ក្រាប C ។

ង. កំណត់ផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងដែលខណ្ឌដោយខ្សែកោង C អាស៊ីមតូតទ្រេត នៅចន្លោះ $[e, 2e]$ ។

១. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 1 + (1-x)e^x$ មានក្រាប C ។

១. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់មានសមីការ $d: y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ d ជាមួយក្រាប C ។

២. សរសេរសមីការបន្ទាត់ Δ ស្របនឹង d និងប៉ះនឹងក្រាប C ។

២. ១. កំណត់ចំនួនពិត a, b, c និង d ដើម្បីឱ្យបាន $\frac{3x^3 - x^2 - x + 1}{x - 1} = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x - 1}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 1$

២. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int \frac{3x^3 - x^2 - x + 1}{x-1} dx$ ។

៣. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $Z = \sqrt{2+\sqrt{3}} + i\sqrt{2-\sqrt{3}}$ ។

១. ចូរសរសេរ Z^2 ជាទម្រង់ពីជគណិត និងជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

២. គេយក $W = \frac{Z^2}{Z^2 + 4}$ ។ ចូររកម៉ូឌុល និងអាកុយម៉ង់នៃ W ។

៤. ក្នុងចង្កំមួយមានប៊ូលខៀវ៥ ប៊ូលក្រហម៧ និងប៊ូលខ្មៅ៨។ គេចាប់យកប៊ូលបីព្រមគ្នាពីចង្កំនោះដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

A: យកបានប្លង់មានពណ៌ខ្ពស់គ្នាទាំងបី។ B: យកបានប្លង់មានពណ៌ដូចគ្នាទាំងបី។

C: យកបានប្លង់មានពណ៌ដូចគ្នាពីរ។

៥. C ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7}$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ។

១. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ចុងៗនៃដែនកំណត់។ ទាញរកសមីការអាស្ស័មគ្គុតនៃក្រាប C ។

២. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f មានបរមាពីរដែលត្រូវកំណត់ក្នុងអរដេនេរបស់វា។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

៣. គណនា $f(1), f(3)$ និង $f(5)$ ។ សង្ខេប C ក្នុងតម្រូវការអវត្តមានមេ។

៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងដែលខណ្ឌដោយក្រាប C បន្ទាត់មានសមីការ $y=1$ នៅចន្លោះ $[3,4]$ ។

៦. ១. គេមានចំណុច $A(1,3,4), B(2,5,6), C(3,4,3), D(2,2,1)$ ។បង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាមនេះ។

២. គណនាមាឌប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានវិច្ឆ័យ \vec{u} , \vec{v} និង \vec{w} ជាវិមាត្រ:

$$\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} \quad , \quad \vec{v} = 5\vec{j} + 5\vec{k} \quad , \quad \vec{w} = 4\vec{i} + 4\vec{k}$$

៣. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(0,0,0)$ ហើយស្របនឹង $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ។

៧. f ជាអនុគមន៍កំនត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2}$ ហើយមានក្រាប C ។

9. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ & $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ របស់អនុគមន៍ f ក្នុងក្របខណ្ឌ C ។

២. គណនា និង សិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឲ្យ $f(x)=0$ ។ សង់ក្រាប C ។

៤. F ជាអនុគមន៍កំនត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $F(x) = \frac{x^3}{3} \left(\ln x - \frac{5}{6} \right)$ ។ គណនា $F'(x)$ ។

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្លង់ដែលខ័ណ្ឌដោយក្រាប C អ័ក្សអាប់ស៊ីស និង បន្ទាត់ $x=1$ & $x=\sqrt{e}$ ។

 $(\Psi \tilde{n} \sqrt{e} = 1.64)$

- I. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = -\sqrt{3} + i$ និង $b = 2 + 2i$ ។
 - ក. ចូរគណនា $Z = a^2 + b^2 + 3\sqrt{3}a - 4bi$ ដោយសរសេរលទ្ធផលជាទម្រង់ពីជគណិត។
 - ខ. សរសេរ Z និង Z^{2015} ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
 - គ. សរសេរ a, b និង $\frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

- II. គេឱ្យអាំងតេក្រាល $I = \int_0^{\pi} \frac{1 + \cos x}{1 + x + \sin x} dx$ និង $J = \int_0^{\pi} \frac{x + \sin x - \cos x}{1 + x + \sin x} dx$ ។
 - ក. ដោយប្រើអាំងតេក្រាលប្តូរអថេរចូរគណនាតម្លៃ I ។
 - ខ. បង្ហាញថា $I + J = \int_0^{\pi} dx$ ។ គណនា $I + J$ ទាញរកតម្លៃ J ។

- III. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{x}$ ដែល $x > 0$ ហើយមានក្រាប C ។
 - ក. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $d: y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតនៃ C កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។
 - ខ. យក $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ ដែល $x > 0$ ។ បង្ហាញថា $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ។
 - គ. គណនា $g(1)$ និង $g'(x)$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $g(x)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
 - ឃ. ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង d និង C ។
 - ង. សង់បន្ទាត់ d និងខ្សែកោង C ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង C និងបន្ទាត់ d ក្នុងចន្លោះពី $x = 1$ ទៅ $x = e$ ។ គេយក $e = 2.71$ ។

- IV. ក្នុងតម្រុយអវត្ថុណាម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យបីចំណុច $A(2, 0, 0), B(0, 4, 0), C(0, 0, 6)$ ។
 - ក. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}$ ទាញរកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។
 - ខ. រកសមីការប្លង់ ABC និងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ L កាត់តាមគល់ O ហើយកែងនឹងប្លង់ ABC ។
 - គ. គណនាមាឌនៃចតុមុខ $OABC$ និងចម្ងាយពី O ទៅប្លង់ ABC ។

- V. ក្នុងកាបូបមួយមានបិទខ្សែវ 6 ដើម និងបិទក្រហម 4 ដើម។ គេយកបិទ 5 ដើមព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីកាបូប ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ
 - A: យកបានបិទខ្សែវទាំង 5 ដើម។
 - B: យកបានបិទខ្សែវ 3 ដើម និងក្រហម 2 ដើម។
 - C: យកបានបិទក្រហមយ៉ាងតិចមួយដើម។
 - D: យកបានបិទខ្សែវយ៉ាងច្រើន 2 ដើម។

- VI. ក. ដោះស្រាយសមីការ $y'' - 6y' + 9y = 0$ ។
 - ខ. រកចម្លើយមួយនៃសមីការនេះដោយដឹងថាបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = 4x + 2$ ប៉ះនឹងនឹងក្រាបតាងអនុគមន៍ចម្លើយនេះត្រង់ចំណុច $E(0, 2)$ ។

- I. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -4 + 3i$ និង $z_2 = 2 - 7i$ ដែលមានរូបភាព $A(z_1)$ និង $B(z_2)$ ។
 - ក. រកចំនួនកុំផ្លិចតាងដោយវ៉ិចទ័រ \overline{AB} ។
 - ខ. រកចំនួនកុំផ្លិចដែលមានរូបភាពចំណុចកណ្តាល I នៃ $[AB]$ ។
- II. ក. គេឱ្យខ្សែកោង $C: y = (x+1)e^x + ax + b$ និងបន្ទាត់ Δ មានសមីការ $y = 2x + 3$ ។ កំណត់ពីរចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ C និង Δ ប៉ះគ្នាត្រង់ $x = 0$ ។
- ខ. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int (\tan x - \cot x)^2 dx$ $J = \int \left(\frac{3}{x} - \frac{7}{\sqrt{x}} \right) dx$
- III. អ្នកទេសចរណ៍មួយក្រុមមានស្រី 5 នាក់ និងប្រុស 3 នាក់ បានឈរជួបបន្តបន្ទាប់គ្នាដោយចៃដន្យដើម្បីទិញសំបុត្រទស្សនាសារមន្ទីរជាតិ។
 - ក. រកចំនួនរបៀបនៃការឈរជួបបន្តបន្ទាប់គ្នារបស់អ្នកទេសចរណ៍។
 - ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖
 - A: អ្នកទេសចរណ៍ឈរមុខគេជាស្រី។
 - B: អ្នកទេសចរណ៍បុរសទាំងអស់ឈរជាប់គ្នា។
- IV. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): 3y'' - 4y' + y = 0$ ។
 - ក. ដោះស្រាយសមីការ (E) ។
 - ខ. រកចម្លើយនៃ (E) ដោយដឹងថាខ្សែកោងតាងចម្លើយនៃ (E) មានបរមាត្រង់ $(-3\ln 2, -1)$ ។
- V. ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយគេអោយបីចំនុច $A(0, 2, 0), B(1, 0, 0)$ & $C(0, 0, 3)$
 - ក. សង់ចតុមុខ $OABC$ ។
 - ខ. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \vec{CA} \times \vec{CB}$ ។ គណនាក្រលាផ្ទៃនៃត្រីកោណ ABC ។
 - គ. បង្ហាញថាប្លង់ ABC មានសមីការ $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ ។
 - ឃ. គណនា $\vec{OA} \cdot (\vec{OB} \times \vec{OC})$ ។ រួចរកមាឌចតុមុខ $OABC$ ។ ទាញរកចម្ងាយពី កំពូល O ទៅប្លង់ ABC ។
- VI. $y = f(x) = \frac{2x^2}{(x-1)^2}$ ជាអនុគមន៍ដែលមានក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ។
 - ក. រកសំណុំដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។ គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ចុងដែនកំណត់ ។
 - ខ. កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់នៃខ្សែកោង C ។
 - គ. បង្ហាញថា f មានអប្បរមា ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំនុចអប្បរមានេះ ។
 - ឃ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។ សិក្សាទីទាំងធៀបរវាងខ្សែកោង និងអាស៊ីមតូតដេក
 - ង. សង់ក្រាប C ។

- I. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = ae^{2x} + be^x + c$ ដែល a, b, c ជាចំនួនពិត និង $a \neq 0$ ។ C ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(0, \vec{i}, \vec{j})$ ។ កំណត់ចំនួនពិត a, b, c ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f បំពេញលក្ខខណ្ឌខាងក្រោម៖
 1. f កាត់តាមគល់ 0
 2. $f'\left(\ln \frac{3}{4}\right) = 0$
 3. បន្ទាត់ $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតនៃ C ។
- II. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = 4 - x - 2e^{-x}$ ។ គេតាង C ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ។

A- ១. រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
២. បង្ហាញថាបន្ទាត់ D មានសមីការ $y = x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង- ។
៣. តើខ្សែកោង C នៅលើឬនៅក្រោមបន្ទាត់ D ចូរបញ្ជាក់។
៤. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាគ្រប់ចំនួនពិត $x, f(x) = \frac{4e^x - xe^x - 2}{e^x}$ ។
៥. រក $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; (ប្រើលទ្ធផល $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$) ។

B- ១. គណនា $f'(x)$ ។ សិក្សាអថេរភាពនៃ f ។ កំណត់តម្លៃពិតនៃអតិបរមារបស់ f ។
២. A ជាចំណុចនៅលើខ្សែកោង C ដែលមានអាប់ស៊ីស 0 ។
 កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង C ត្រង់ A ។
៣. បង្ហាញថាសមីការ $f(x) = 0$ មានចម្លើយតែមួយគត់ដែលគេតាងដោយ β នៅក្នុងចន្លោះ $[-1, 0]$
- III. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំនុច $A(0, 1, 1), B(2, 0, 2)$ និង $C(3, -1, -1)$ ។
 - ក. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចបង្ហាញថា ABC ជាប្លង់មួយ ។
 - ខ. រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមចំនុច A, B និង C ។
 - គ. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាមចំនុច $D(1, 1, 2)$ ហើយកែងនឹងប្លង់ P រួចរកកូអរដោនេនៃចំនុច M ប្រសព្វរវាងប្លង់ P និងបន្ទាត់ L ។
- IV. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{-x^2 - 2x + 2}{x(x-1)^2}, x \neq 0, x \neq 1$ ។
 - ក. កំណត់តម្លៃ a, b និង c ដើម្បីឱ្យ $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$ ចំពោះ $x \neq 0, x \neq 1$ ។
 - ខ. គណនា $I = \int_2^3 f(x) dx$ ។ (គេឱ្យ $\ln 2 = 0.7, \ln 3 = 1.1$)
- V. គណនាលីមីត

$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin x + x^3}{x^{2016} - x \sin^2 x}$

$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} + \sin 2x - 1}{x^2 + x}$

$C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+1)}{2x}$

$D = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1 - \sin x} - \sqrt{1 + \sin x}}{\tan x}$

- I. 1. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $\frac{e^{2x}}{1+e^x} = e^x - \frac{e^x}{1+e^x}$ ។
2. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx$ ។
- II. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z_1 = 2 - i\sqrt{12}$ និង $Z_2 = \sqrt{3} + i$ ។
1. គណនា $Z_1 \cdot \overline{Z_2}$ ។
2. គណនា $Z = \frac{Z_1}{Z_2}$ រួចសរសេរ Z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
3. គណនាបូសទី៤ នៃចំនួនកុំផ្លិច Z ។
- III. ក្នុងចង្វាយមានឃ្លីបីគឺ a, b, c ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយ ចំនួនពីរលើកចេញពីចង្វាយដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ។
1. ចូរកំណត់លំហសំណាក S និងព្រឹត្តិការណ៍ A : ចាប់បានឃ្លីពីរផ្សេងគ្នា, B : ចាប់បានឃ្លី b នៅលើកទីមួយ។
2. រកប្រូបាប $P(A), P(B), P(A \cap B)$ និង $P(A \cup B)$ ។
- IV. 1. គេឱ្យសមីការអ៊ីពែបូល $H: x^2 - 4y^2 - 2x + 8y - 7 = 0$ ។
- ក. បម្លែងសមីការ H ជាទម្រង់ស្តង់ដា។
- ខ. រកកូអរដោនេផ្ចិត កំពូល កំណុំ អ៊ិចសង់ទ្រីស៊ីតេ និងសមីការអាស៊ីមតូតនៃអ៊ីពែបូល។
- គ. សង់អ៊ីពែបូល H ។
2. គេឱ្យស្វ៊ែ $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 4z - 22 = 0$ និងប្លង់ $P: x + 2y + 2z - 5 = 0$ ។
- ក. បង្ហាញថាប្លង់ P កាត់ស្វ៊ែ S ។ ខ. ចម្ងាយពីផ្ចិតស្វ៊ែទៅប្លង់ P ។
- V. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 1 + \frac{2}{e^{2x} - 1}$ និង C ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (ឯកតា $2cm$) ។
1. ក. ដោះស្រាយក្នុង \mathbb{R} នូវសមីការ $e^{2x} - 1 > 0$ ។
- ខ. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
2. គណនា $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញារបស់វា និងទាញរកអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
- សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
3. បញ្ជាក់អាស៊ីមតូតនៃក្រាប C និងសង់ក្រាប C ។
4. ក. ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់ $x > 0, f(x) = 1 + \frac{2e^{-2x}}{1 - e^{-2x}}$ ។
- ក. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = \ln(1 - e^{-2x})$ ។
- គ. រកព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍ f លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។
- VI. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = e^x$ មានក្រាប (c_1) និង $g(x) = \ln(x+1) + 1$ មានក្រាប (c_2) ។
1. បង្ហាញថា (c_1) និង (c_2) កាត់ចំណុចរួម $A(0, 1)$ ។
2. គណនា $f'(0)$ និង $g'(0)$ រួចទាញថា (c_1) និង (c_2) ប៉ះគ្នាត្រង់ $A(0, 1)$ ។
3. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមនោះ។

- I.
 1. កំណត់សមីការបន្ទាត់ L ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង $C: f = f(x) = \frac{e^x}{1 + \cos x}$ ត្រង់ចំណុច $x_0 = 0$ ។
 2. កំណត់កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ M រវាងបន្ទាត់ L និងខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + \ln(x+3)$
- II.
 1. ដោះស្រាយសមីការ $E: y'' - 6y' + 9y = 0$ ។
 2. កំណត់ចម្លើយ f មួយនៃសមីការ E ដែល $f(0) = -1$ និង $f'(0) = 1$ ។
 3. បង្ហាញថា f មានបរិមាត្រង់ $x = -\frac{1}{12}$ ។
- III. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^3 - 2x^2 + x}, (x \neq 0, x \neq 1)$ ។
 1. កំណត់តម្លៃ a, b និង c ដើម្បីឱ្យ $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$ ។
 2. គណនា $\int_2^3 f(x) dx$ ។
- IV. ប្រអប់មួយមានឃ្លីខៀវ៨ និងឃ្លីក្រហម៦។ ឃ្លី៥ត្រូវបានយកចេញដោយចៃដន្យពីប្រអប់។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមៈ
 1. ចាប់បានឃ្លីទាំង៥ ពណ៌ក្រហម។
 2. ចាប់បានឃ្លី៣គត់ពណ៌ក្រហម។
 3. យ៉ាងហោចណាស់ឃ្លី១ពណ៌ក្រហម។
- V.

A- g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = e^x + x - 1$ ។

 1. គណនា $g(0)$ និងគូសតារាងអថេរភាពនៃ g ។
 2. រកសញ្ញានៃអនុគមន៍ g តាមតម្លៃនៃ x ។

B- f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x - \frac{x}{e^x}$ មានក្រាប C ក្នុងតម្រុយ $(0, \vec{i}, \vec{j})$ ។

 1. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
 2. បង្ហាញថាបន្ទាត់ D មានសមីការ $y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ C ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ D និងក្រាប C ។
 3. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ។ ដោយប្រើលទ្ធផលក្នុងសំណួរ a ចូរសិក្សាសញ្ញា f រួចបង្ហាញថា f មានអប្បបរមាមួយ។ គណនាតម្លៃអប្បបរមានោះ។
 4. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
 5. សរសេរសមីការបន្ទាត់ T ដែលប៉ះនឹងក្រាប C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $L: y = -x + 2$ ។
 6. សង់បន្ទាត់ T, D និងក្រាប C ។
- VI. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំនុច $A(1, 0, 1), B(0, 2, 2)$ និង $C(2, 1, 0)$ ។
 1. បង្ហាញថាត្រីកោណ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល ។
 2. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចរកសមីការប្លង់ ABC ។
 3. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាមចំណុច $D(1, -1, 3)$ ហើយកែងនឹងប្លង់ ABC ត្រង់ចំណុច M ។
 4. រកកូអរដោនេនៃចំណុច M ។

- I. គណនាលីមីតខាងក្រោម:
- $$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^3 - 8}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sin x}$$
- II. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:
- $$1. f(x) = e^x + 1 - xe^x$$

$$2. f(x) = \frac{10x}{e^x + 1}$$

$$3. g(x) = -x + 1 - 2\ln x$$

$$4. h(x) = \frac{x + \ln x}{x^2}$$
- III. g ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $y = g(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 2}$ និងមានក្រាប C ។
- កំនត់ចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឲ្យ g អាចសរសេរជា $g(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}; \forall x \neq 2$ ។
 - រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតទ្រេត នៃក្រាប C ។
 - បង្ហាញថាចំនុច $I(2, 1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C ។ គណនា និង សិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ ។
 - សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយ អត្តលាម៉ាល់ $(0, \vec{i}, \vec{j})$ ។
 - រកផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្បាសដែលខណ្ឌដោយខ្សែកោង C អ័ក្សអាប់ស៊ីសនៅចន្លោះ $[0, 1]$ ។
- IV. 1. គេមានចំណុច $A(-1, 2, 3), B(1, -6, -1), C(2, 2, 2)$ នៅក្នុងលំហប្រកបដោយតម្រុយ $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ។
- គណនា $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។
2. នៅក្នុងលំហប្រកបដោយតម្រុយ $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(1, 3, 4), B(2, 5, 6), C(3, 4, 3), D(2, 2, 1)$ ។
- បង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម រួចរកផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាមនេះ ។
3. រកសមីការប៉ារ៉ាបូលាត់កាត់តាមចំណុច $A(0, 0, 0)$ ហើយស្របនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ រួចទាញរក សមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់នេះ ។
4. រកសមីការប្លង់ដែលកាត់ចំណុច $A(1, 2, 3), B(3, 2, 1)$ និង $C(-1, -2, 2)$ ។
- V. 1. ដោះស្រាយសមីការ $y'' - 7y' + 10y = 0$ ។
2. រកចម្លើយ f នៃសមីការដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $f(0) = 2$ និង $f'(0) = 6$ ។
3. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម:
- $$1. y'' - y' - 6y = 0$$

$$2. y'' - 4y' + 4y = 0$$

$$3. y'' + 4y = 0$$
- VI. ក្នុងចង់មួយមានឃ្លីក្រហម ៤គ្រាប់ និងឃ្លីខ្មៅ ៦គ្រាប់។ គេចាប់យកឃ្លី ៣គ្រាប់ចេញពីចង់ដោយចៃដន្យ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បាន:
- A : ឃ្លីទាំង ៣មានពណ៌ដូចគ្នា
 B : មានឃ្លី ២ពណ៌ដូចគ្នា
- VII. គណនាអាំងតេក្រាល
- $$A = \int \frac{1}{1 + \cos x} dx$$

$$B = \int \frac{1}{1 - \cos x} dx$$

$$C = \int \frac{2}{\sin 2x} dx$$

$$D = \int \frac{1}{e^{-x}(1 + e^x)} dx$$

$$F = \int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)^2} dx$$

$$G = \int \frac{\ln x}{x(1 + \ln x)} dx$$