

Tarea 1: Algoritmo de evolución de la altura de las olas sin rotura

Pía Aedo Olea

1. Introducción y Objetivos

Este informe detalla un esquema por diferencias finitas del modelo de propagación de olas (Thorton and Guza, 1983) sobre una batimetría variable (“REU2004bathy.txt”) pero obviando la rotura. Debido a esto último es que se recurre al principio de conservación del flujo de energía dentro del marco de la Teoría Lineal del Oleaje (TLO). El objetivo principal de esto, es comparar la evolución teórica de la altura de ola (H) con datos experimentales (ensayos “R36” y “R38”).

Al no haber rompimiento de ola, no hay pérdidas significativas de energía, por ende, la tasa de transferencia de energía de la ola debe ser constante a lo largo de su trayectoria.

$$P = E \cdot C_g \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde P es el flujo de energía, E la densidad de energía de la ola y C_g la velocidad a la que se transporta, velocidad de grupo.

A su vez, estas variables, se relacionan:

$$E = \frac{1}{8} \rho g H^2 \quad \text{Ecuación 2}$$

$$C_g = \frac{1}{2} C \left[1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right] \quad \text{Ecuación 3}$$

$$C = \frac{\omega}{k} = \frac{L}{T} \quad \text{Ecuación 4}$$

De las ecuaciones anteriores, se comprende que para mantener el flujo de energía constante, cualquier cambio en la velocidad de transporte debe ser compensado por un cambio en la altura de ola (h). Además, a medida que la ola se acerca a la costa (h disminuye), C_g disminuye, por tanto, para que P se mantenga constante, la energía E (y por lo tanto H) debe aumentar. Este aumento de altura se llama shoaling.

Sustituyendo $E = \frac{1}{8} \rho g H^2$

$$\text{Ecuación 2 y } C_g = \frac{1}{2} C \left[1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right]$$

Ecuación 3, en el principio de conservación ($P = E \cdot C_g$

Ecuación 1), se obtiene la llamada relación de shoaling. Esta relación permite calcular la altura de ola H en cualquier punto de profundidad (h) a partir de la altura inicial (H_o) y el cambio en la velocidad de grupo:

$$H = H_o \cdot \sqrt{\frac{C_{g,o}}{C_g}} = H_o \cdot K_s \quad \text{Ecuación 5}$$

Donde $C_{g,o}$ es la velocidad de grupo en aguas profundas, C_g la velocidad de grupo en el punto de interés, y K_s el factor de shoaling. Por tanto, el modelo en base a diferencias finitas, inicia la simulación en la zona de aguas profundas (offshore) con la altura de ola inicial (H_o) y la propaga al punto siguiente basándose únicamente en el cambio local de la velocidad de grupo.

Cabe señalar además, que el número de onda se rige por la relación de dispersión:

$$\omega^2 = gk \cdot \tanh(kh) \quad \text{Ecuación 6}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{Ecuación 7}$$

Donde ω es la frecuencia angular y T es el período de la ola.

Debido a que la relación de dispersión no tiene una solución analítica para k , se utiliza un método numérico iterativo (como el método de Newton-Raphson) para resolver el número de onda en cada punto a lo largo del perfil de la playa. El modelo, a continuación, utiliza estos valores para calcular cómo la altura de la ola (h) cambia en función de la profundidad.

2. Metodología de Simulación y Algoritmo

El proyecto se desarrolla en Python y se puede encontrar en el siguiente enlace https://github.com/Piafran8/Hidrodinamica_Costera.

Se comienza por declarar los parámetros fundamentales para el análisis, como la gravedad y la batimetría. Además, para el caso de “R36” el periodo es “ T ” = 4.0 y la altura de ola de aguas profundas es “ H_o ” = 0.63; y para “R38” el periodo es “ T ” = 6.0 y la altura de ola de aguas profundas es “ H_o ” = 0.47 (Catalán and Haller, 2008).

Desde la altura de aguas profunda comienza el análisis, calculando a partir de la $\omega^2 = gk \cdot \tanh(kh)$ Ecuación 6 el número de onda y de la $C_g = \frac{1}{2} \frac{g}{\omega} \frac{1}{\cosh^2(kh)}$

Ecuación 3 la velocidad de grupo para toda la batimetría. Teniendo ya calculada las velocidades de grupo entre dos puntos consecutivos, se aplica la $H = H_o \cdot \sqrt{\frac{C_{g,o}}{C_g}} = H_o \cdot K_s$ Ecuación 5 de conservación de energía para ir obteniendo la altura de agua en el punto adyacente anterior, de este modo, se propaga la altura de ola desde aguas profundas hasta la costa.

3. Datos experimentales

Desde ambos archivos experimentales (“36.mat” y “38.mat”) es posible obtener la altura de ola medida en seis puntos de la playa para cada caso, los cuales posteriormente son graficados para obtener una comparación visual con el algoritmo explicado en el punto anterior.

4. Análisis de Resultados

A continuación, se analizan los resultados obtenidos al comparar el modelo de evolución de la altura de ola (línea continua) con los datos experimentales (puntos), ambos trazados sobre la batimetría (línea punteada) (Figura 1).

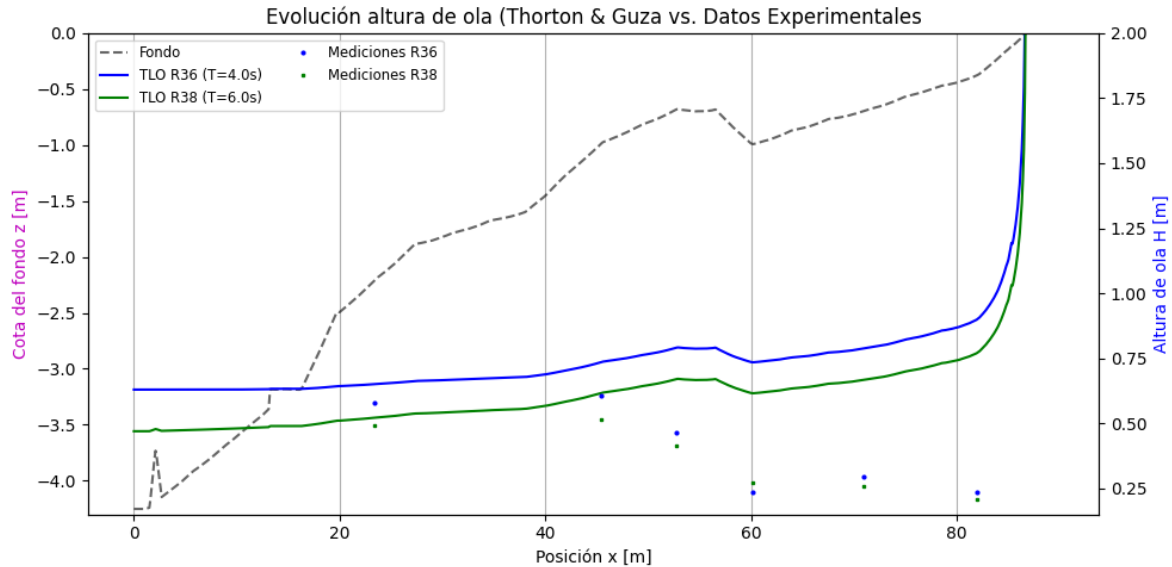


Figura 1: Evolución de la altura de ola sin rotura mediante el modelo de Thorton & Guza (1983) comparado con los datos experimentales de cada caso.

Como podemos observar de la figura anterior, en la zona de Aguas Intermedias, el modelo muestra una (H) casi constante, lo que concuerda con la teoría de que la refracción es mínima en profundidad constante. Los puntos experimentales, por otro lado, si bien son levemente menores, se mantienen cercanos a la horizontal en esta zona.

Pero en la zona cercana a la costa, donde la profundidad disminuye, el modelo y los puntos experimentales divergen totalmente. El modelo, que al no considerar rotura, se traduce en la Teoría Lineal del Oleaje predice un aumento continuo de la altura de ola (shoaling). El modelo sobreestima consistentemente el aumento de la altura, principalmente porque la TLO ignora los efectos no lineales y la disipación de energía por fricción y rotura de ola (breaking), fenómenos que reducen la energía en la realidad.

5. Conclusión

El modelo codificado sin rotura basado en la conservación de flujo, es finalmente la Teoría lineal del oleaje, la cual es eficaz para describir la tendencia de la refracción en la zona de aguas intermedias. Sin embargo, su principal limitación es la ausencia de un mecanismo para la rotura de las olas. Este modelo sirve como una valiosa base para comprender los procesos costeros, aunque para un análisis completo de la zona de surf, se requerirían modelos más avanzados.

6. Referencias

- Thornton, E.B., Guza, R.T., 1983. Transformation of wave height distribution. *Journal of Geophysical Research* 88 (C10), 5925–5938.
- Catalán, P.A., Haller, M.C., 2008. Remote sensing of breaking wave phase speeds with application to non-linear depth inversions. *Coastal Engineering* 55, 93-111.