

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №2
по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»
Тема: TimSort

Студент гр. 3384

Пьянков М.Ф.

Преподаватель

Шестопалов Р.П.

Санкт-Петербург

2024

Цель работы

Изучение и реализация сортировки Timsort, а также соответствующих методов и алгоритмов, необходимых для реализации алгоритма. Сравнение времени работы алгоритма на разных входных данных.

Задание

Тема лабораторной работы: Реализация и исследование алгоритма сортировки TimSort.

Реализация:

Имеется массив данных для сортировки `int arr[]` размера `n`

Необходимо отсортировать его алгоритмом сортировки TimSort по убыванию модуля.

Так как TimSort - это гибридный алгоритм, содержащий в себе сортировку слиянием и сортировку вставками, то вам предстоит использовать оба этих алгоритма. Поэтому нужно выводить разделённые блоки, которые уже отсортированы сортировкой вставками.

Кратко алгоритм сортировки можно описать так:

Вычисление `min_run` по размеру массива `n` (для упрощения отладки `n` уменьшается, пока не станет меньше 16, а не 64)

Разбиение массива на частично-упорядоченные (в т.ч. и по убыванию) блоки длины не меньше `min_run`

Сортировка вставками каждого блока

Слияние каждого блока с сохранением инварианта и использованием галопа (галоп начинать после 3-х вставок подряд)

Исследование:

После успешного решения задачи в рамках курса проведите исследование данной сортировки на различных размерах данных (10/1000/100000), сравнив полученные результаты с теоретической оценкой (для лучшего, среднего и худшего случаев), и разного размера `min_run`. Результаты исследования предоставьте в отчете.

Для исследования используйте стандартный алгоритм вычисления `min_run` и начинайте галоп после 7-ми вставок подряд.

Примечание:

Нельзя пользоваться готовыми библиотечными функциями для сортировки, нужно сделать реализацию сортировки вручную.

Сортировка должна быть устойчивой.

Обратите внимание на пример.

Формат ввода:

Первая строка содержит натуральное число n - размерность массива, следующая строка содержит элементы массива через пробел.

Формат вывода:

Выводятся разделённые блоки для сортировки в формате "Part i : *отсортированный разделённый массив*"

Затем для каждого слияния выводится количество вхождений в режим галопа и получившийся массив в формате

"Gallops i : *число вхождений в галоп*

Merge i : *итоговый массив после слияния*"

Последняя строчка содержит финальный результат сортировки массива с надписью "Answer: "

Пример #1 ($\text{min_run} = 10$)

Ввод

20

1 -2 3 -4 5 6 -7 -8 9 -10 11 -10 -9 8 7 -7 -6 6 5 4

Вывод

Part 0: 11 -10 9 -8 -7 6 5 -4 3 -2 1

Part 1: -10 -9 8 7 -7 -6 6 5 4

Gallops 0: 0

Merge 0: 11 -10 -10 9 -9 -8 8 -7 7 -7 6 -6 6 5 5 -4 4 3 -2 1

Answer: 11 -10 -10 9 -9 -8 8 -7 7 -7 6 -6 6 5 5 -4 4 3 -2 1

Пример #2 (min_run = 8)

Ввод

16

-1 2 3 4 5 -6 7 8 -8 -8 7 -7 7 6 -5 4

Вывод

Part 0: 8 7 -6 5 4 3 2 -1

Part 1: -8 -8 7 -7 7 6 -5 4

Gallop 0: 1

Merge 0: 8 -8 -8 7 7 -7 7 6 -6 5 -5 4 4 3 2 -1

Answer: 8 -8 -8 7 7 -7 7 6 -6 5 -5 4 4 3 2 -1

Выполнение работы

Реализованный алгоритм сортировки Timsort можно представить в виде нескольких частей:

1)Разделение исходного массива на run-ы, максимальная длина которых определяется функцией `min_run()`, а также их сортировка вставками во время формирования(основное тело функции `timsort()`) и запись в стек.

2)Слияние массивов из стека, осуществляемое с помощью функции `stack_merging()`.

3)Внутри функции `stack_merging()` вызывается функция `merge()` для соответствующих элементов стека.

4)Внутри функции `merge()` происходит модифицированный алгоритм слияния: элементы поочерёдно добавляются в итоговый массив `res`, но как только количество добавленных элементов из конкретного массива достигает количества `gallop_size`, алгоритм переходит в фазу «галопа».

5)Фаза «галопа»: запускается модифицированный алгоритм бинарного поиска для поиска индекса, до которого можно добавлять все элементы из конкретного массива.

6)Внутри модифицированного алгоритма бинарного поиска возведением в квадрат ищется промежуток, в котором может находиться элемент с необходимым индексом. Далее запускается стандартный алгоритм бинарного поиска и возвращается нужный индекс.

7)В конце работы функции `stack_merging()` получаем один элемент в стеке, который и является итоговым ответом.

Разработанный программный код см. в приложении А.

Исследование

Для проведения исследования были подготовлены 4 типа данных: 2 — полностью отсортированных массива, 1 массив с случайными числами и 1 массив с упорядоченными списками внутри.

	10	1000	100000
Массив, упорядоченный по убыванию	2.5779e-6	0,00044	0,0046
Массив, упорядоченный по возрастанию	2.6854e-6	0,00061	0,0035
Массив случайных чисел с упорядоченными подмассивами	2.7123e-6	0,00220	0,0191
Массив случайных чисел	2.8257e-6	0,00320	0,0430

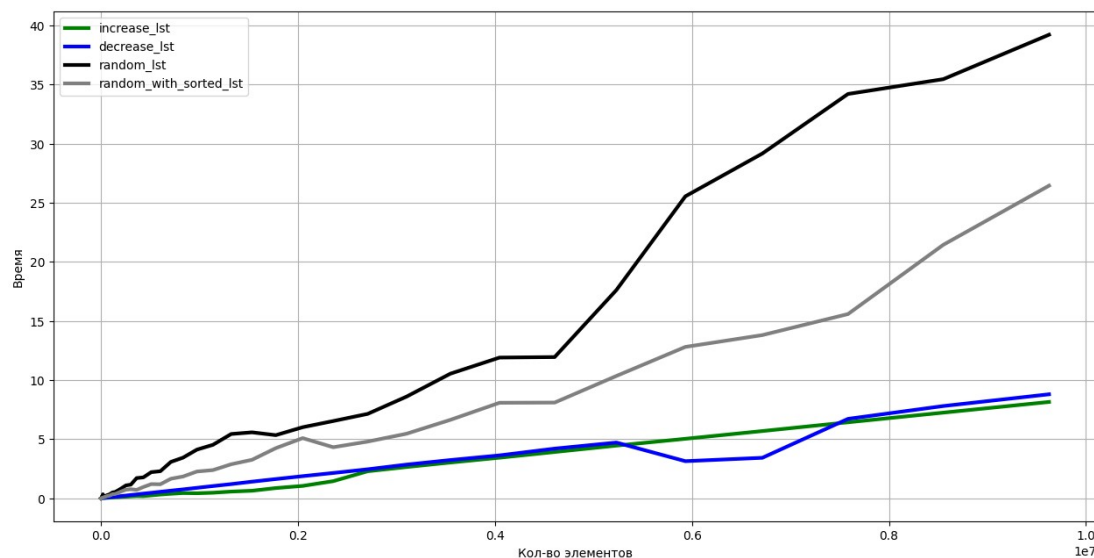


Рисунок 1 - Графики скорости работы Timsort на разных наборах данных (до $1e7$ элементов)

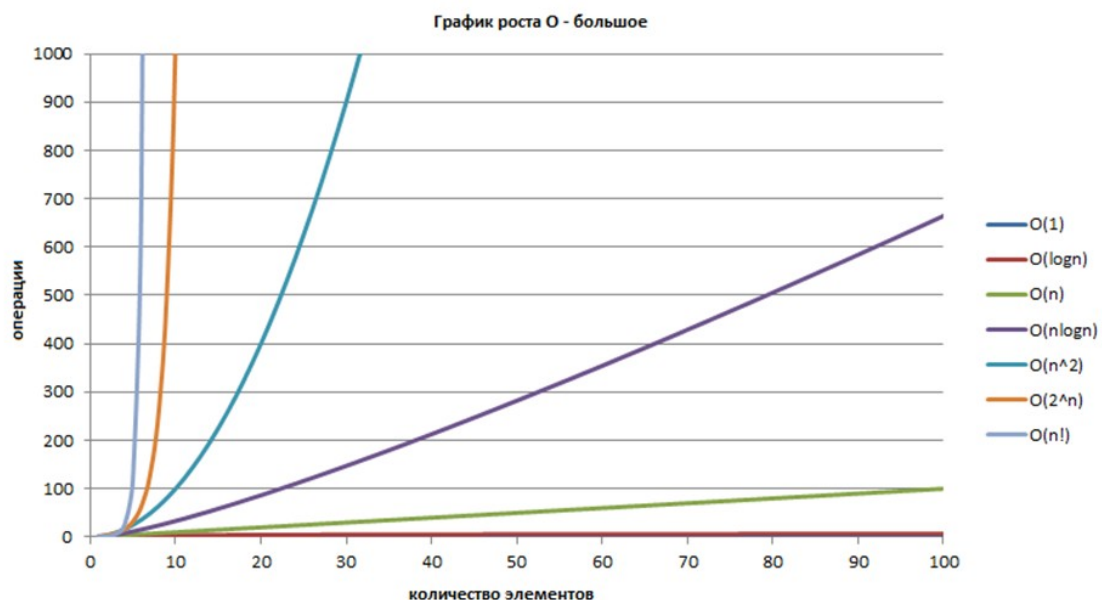


Рисунок 2 — Графики сложности работы алгоритма ($O(f(x))$)

Исходя из графиков видно, что алгоритм сортировки хуже всего справляется с массивами, состоящими из полностью случайных чисел, без упорядоченных подмассивов. Также обратим внимание на то, что на графике проглядывается сложность алгоритма в $O(n \log n)$ (рис 2.) на массиве с случайными числами и массиве с упорядоченными подмассивами (больше на массиве с абсолютно случайными числами, на рис 1.) – среднее и худшее время работы алгоритма. На убывающем и возрастающем массивах видна сложность $O(n)$ – лучшее время работы алгоритма.

Выводы

Был успешно изучен и реализован новый вид сортировки — Timsort. Поставленная задача решена, также освоены другие типы сортировок, такие как: сортировка вставками, сортировка слиянием, сортировка подсчётом, быстрая сортировка, а также алгоритмы бинарного поиска и слияния и их модификации.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Файл main_lb2.py

```
n = int(input())
arr = list(map(int, input().split()))

def tim_sort(arr):
    global gallops_arr
    gallops_arr = []
    if len(arr) == 0:
        return None
    if len(arr) == 1:
        print(f'Part 0: {arr[0]}')
        return str(arr[0])

    def min_run(size):
        res = 0
        while(size >= 16):
            res |= (size & 1)
            size >>= 1
        return res + size

    def bin_search(ptr, data, elem):
        if abs(data[0]) < abs(elem):
            return 0
        ind = ptr
        while(ind < len(data) and abs(data[ind]) >= abs(elem)):
            ind *= 2
        right = min(ind, len(data) - 1)
        left = ptr
        while (True):
            if left > right:
                return len(data)
            mid = (left + right) // 2
            if abs(data[mid]) > abs(elem):
                left = mid + 1
            elif abs(data[mid]) < abs(elem):
                if mid - 1 >= 0 and abs(data[mid - 1]) >= abs(elem):
                    return mid
                right = mid - 1
            else:
                left = mid + 1

    def merge(arr1, arr2, gallop_size=3):
        global gallops_arr
        gallops = 0
        ptr1 = 0
        cnt1 = 0
        ptr2 = 0
        cnt2 = 0
        res = []
        while (ptr1 < len(arr1) and ptr2 < len(arr2)):
            if abs(arr1[ptr1]) >= abs(arr2[ptr2]):
```

```

        res.append(arr1[ptr1])
        ptr1 += 1
        cnt1 += 1
        cnt2 = 0
        if cnt1 == gallop_size:
            gallops += 1
            index = bin_search(ptr1, arr1, arr2[ptr2])
            res += arr1[ptr1:index]
            cnt1 = 0
            cnt2 = 0
            ptr1 = index
    elif abs(arr1[ptr1]) < abs(arr2[ptr2]):
        res.append(arr2[ptr2])
        ptr2 += 1
        cnt2 += 1
        cnt1 = 0
        if cnt2 == gallop_size:
            gallops += 1
            index = bin_search(ptr2, arr2, arr1[ptr1])
            res += arr2[ptr2:index]
            cnt1 = 0
            cnt2 = 0
            ptr2 = index
    res += arr1[ptr1:]
    res += arr2[ptr2:]
    gallops_arr.append(gallops)
    return res

def stack_merging(stk):
    data = stk
    stk = []
    cnt = 0
    for i in data:
        stk.append(i)
        while (len(stk) > 1):
            if len(stk) > 2 and not (stk[-3][0] > stk[-1][0] +
stk[-2][0]):
                if stk[-3][0] < stk[-1][0]:
                    stk[-2][1] = merge(stk[-3][1],stk[-2][1])
                    print(f'Gallops {cnt}: {gallops_arr[cnt]}')
                    print(f'Merge {cnt}: ' + ' '.join(map(str,
stk[-2][1])))
                    cnt += 1
                    stk[-2][0] = len(stk[-2][1])
                    stk.pop(-3)
                else:
                    stk[-2][1] = merge(stk[-2][1], stk[-1][1])
                    print(f'Gallops {cnt}: {gallops_arr[cnt]}')
                    print(f'Merge {cnt}: ' + ' '.join(map(str,
stk[-2][1])))
                    cnt += 1
                    stk[-2][0] = len(stk[-2][1])
                    stk.pop(-1)

            if not (stk[-2][0] > stk[-1][0]):
                stk[-2][1] = merge(stk[-2][1], stk[-1][1])

```

```

        print(f'Gallops {cnt}: {gallops_arr[cnt]}')
        print(f'Merge {cnt}: ' + ' '.join(map(str, stk[-2]
[1]))))

        cnt += 1
        stk[-2][0] = len(stk[-2][1])
        stk.pop(-1)
    else:
        break

    while (len(stk) > 1):
        if len(stk) > 2:
            if stk[-3] < stk[-1]:
                stk[-2][1] = merge(stk[-3][1], stk[-2][1])
                print(f'Gallops {cnt}: {gallops_arr[cnt]}')
                print(f'Merge {cnt}: ' + ' '.join(map(str, stk[-2]
[1]))))

                cnt += 1
                stk[-2][0] = len(stk[-2][1])
                stk.pop(-3)
            else:
                stk[-2][1] = merge(stk[-2][1], stk[-1][1])
                print(f'Gallops {cnt}: {gallops_arr[cnt]}')
                print(f'Merge {cnt}: ' + ' '.join(map(str, stk[-2]
[1]))))

                cnt += 1
                stk[-2][0] = len(stk[-2][1])
                stk.pop(-1)
        if len(stk) > 1:
            stk[-2][1] = merge(stk[-2][1], stk[-1][1])
            print(f'Gallops {cnt}: {gallops_arr[cnt]}')
            print(f'Merge {cnt}: ' + ' '.join(map(str, stk[-2]
[1]))))

            cnt += 1
            stk[-2][0] = len(stk[-2][1])
            stk.pop(-1)
    return stk

stk = []

max_size = min_run(len(arr))
run = []

increase = 1
start = 0
while(start < len(arr)):

    if len(run) >= 2 and increase:
        if abs(arr[start]) > abs(run[-1]):
            run.append(arr[start])
            start += 1
        elif abs(arr[start]) <= abs(run[-1]) and len(run) <
max_size:
        for i in range(len(run)):
            if abs(run[i]) >= abs(arr[start]):
                run.insert(i, arr[start])

```

```

        start += 1
        break
    else:
        stk.append([len(run), run[::-1]])
        run = []
    elif len(run) >= 2 and not(increase):
        if abs(arr[start]) <= abs(run[-1]):
            run.append(arr[start])
            start += 1
            elif abs(arr[start]) > abs(run[-1]) and len(run) <
max_size:
            for i in range(len(run)):
                if abs(run[i]) < abs(arr[start]):
                    run.insert(i, arr[start])
                    start += 1
                    break
            else:
                stk.append([len(run), run])
                run = []

    if (len(run) < 2):
        run.append(arr[start])
        start += 1

    if len(run) == 2:
        if abs(run[1]) > abs(run[0]):
            increase = 1
        else:
            increase = 0

    if start == len(arr):
        if increase:
            stk.append([len(run), run[::-1]])
        else:
            stk.append([len(run), run])
        break

    for i in range(len(stk)):
        s = ' '.join(map(str, stk[i][1]))
        print(f'Part {i}: ' + s)

    stk = stack_merging(stk)

    return(' '.join(map(str, stk[0][1])))

print('Answer: ' + tim_sort(arr))

```