Tarea 2: Transformada y serie de Fourier. 2do cuatrimestre 2025

Ejercicio 1: Si $X(f)$ es la transformada de Fourier de una señal $x(t)$, pruebe que:

a. El área total bajo la curva de $x(t)$ es: $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,dt = X(0)$, donde $X(0)$ es el valor de $X(f)$ en f=0 (el valor de "continua" de la señal).

b. El área total bajo la curva de $X(f)$ está dada por: $\int_{-\infty}^{\infty} X(f)\,df = x(0)$, donde $x(0)$ es el valor de $x(t)$ en $t = 0$.

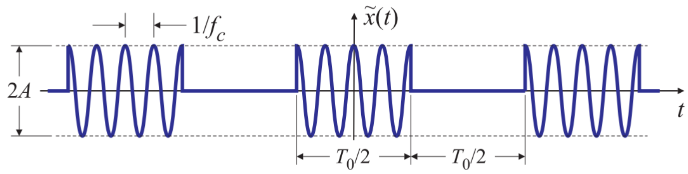
c. La transformada de Fourier $X(f)$ de una señal real y par $x(t)$ es real.

d. La transformada de Fourier $X(f)$ de una señal real e impar $x(t)$ es imaginaria.

Ejercicio 2: Utilizando la relación entre la Transformada de Fourier y la serie de Fourier,

a. calcule los coeficientes c_k de la serie de Fourier de la señal de la figura, suponiendo que $f_c = N/T_0$.

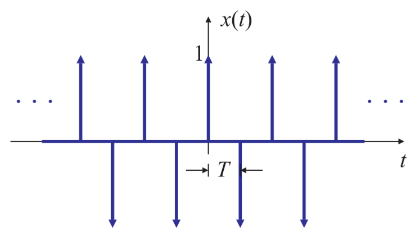
b. Grafique detalladamente el modulo del espectro para f_c = 1000, N=10.



Ejercicio 3: La transformada de Fourier del tren (infinito) de impulsos es:

$$x(t) = \sum_n \delta(t-nT) \Longleftrightarrow X(f) = (1/T)\sum_k \delta(f-k/T)$$

a. En base a este par transformado, calcule la transformada de Fourier del tren (infinito) de impulsos alternantes: $x(t) = \sum_n (-1)^n \delta(t-nT)$



b. Aplicando propiedades, justifique "intuitivamente" el resultado obtenido.

Ejercicio 4: Dadas las señales que se muestran en la figura.

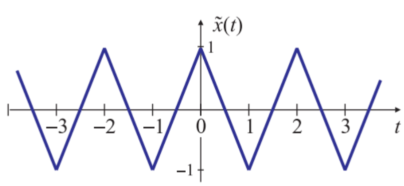


Fig. A

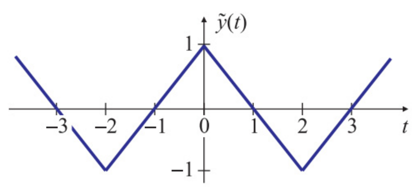


Fig. B

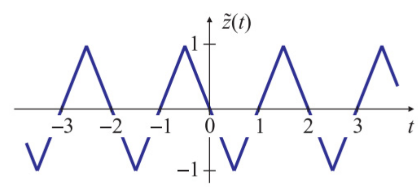


Fig. C

a) Demuestre que los coeficientes $c_k^{(x)}$ de su serie de Fourier son

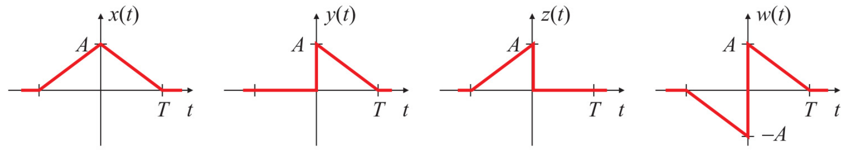
$$c_k = \begin{cases} 4/(\pi k)^2, & \text{si } k \text{ es impar,} \\ 0, & \text{si } k \text{ es par.} \end{cases}$$

b) En función del resultado de a) calcule y dibuje la transformada de Fourier $\mathcal{F}\{\tilde{x}(t)\}$.

c) Aplicando propiedades y los resultados del inciso previo, encuentre la expresión matemática del espectro $\mathcal{F}\{\tilde{y}(t)\}$ de la señal $\tilde{y}(t)$ de la Fig. B

d) Calcule los coeficientes $c_k^{(z)}$de la serie de Fourier de la señal $\tilde{z}(t)$ de la Fig. C enfunción de los coeficientes $c_k^{(x)}$de la señal de la Fig. A.

Ejercicio 5: Para las señales temporales de la figura, determine si es posible calcular el espectro de…



1. $Y(f)$ a partir del espectro de $X(f)$,
2. $X(f)$ a partir del espectro de $Y(f)$,
3. $Z(f)$ a partir del espectro de $Y(f)$,
4. $W(f)$ a partir del espectro de $X(f)$,
5. $X(f)$ a partir del espectro de $W(f)$,
6. $W(f)$ a partir del espectro de $Y(f)$,

únicamente aplicando propiedades. En caso afirmativo, explique cómo obtenerlo, y en caso negativo, por qué no es posible.