



Teorema de muestreo y cuantificación de señales.

Caceres Sebastian, Troncoso Camila
{1803245, 1803307}@unimilitar.edu.co

Profesor: Nelson Velasco

Resumen—En este documento se tratarán las definiciones de señales, frecuencia, periodo, clasificación de señales, la propiedades de las señales periódicas y se analizaron dos ejercicios en matlab.

Palabras clave— Señal, Frecuencia, Periodo, Muestra, Ancho de banda, Antialiasing.

I. COMPETENCIAS A DESARROLLAR

- Habilidad para identificar, formular y resolver problemas complejos de ingeniería, aplicando principios de ingeniería, ciencias y matemáticas.
- Habilidad para comunicarse efectivamente ante un rango de audiencias.
- Capacidad de desarrollar y aplicar nuevos conocimientos según sea necesario, utilizando estrategias de aprendizaje apropiadas.

II. DESARROLLO PREGUNTAS METODOLOGÍA

Señal: La forma en que se puede cuantificar comportamientos de fenómenos físicos variantes en el tiempo, su centro de propagación como puede ser el espacio en el que se encuentra o variables a las que este tenga relación ya sea directa o indirectamente.

Frecuencia: Magnitud que mide el número de repeticiones o eventos de cualquier suceso reiterado por unidad de tiempo, esta se mide en hercios (Hz).

Periodo: Tiempo transcurrido entre 2 puntos de referencia de una señal el cual son equivalentes en la forma de onda, esta es directamente proporcional con la frecuencia de tal forma que se expresan

Clasificación de las señales:

Señal continua: También llamadas señales analógicas, las cuales son aquellas que están definidas en cada instante de tiempo de un intervalo definido.

Señal discreta: En instantes de tiempo específico predeterminado esta se encuentra definida, permitiendo observar que no está presente en un conjunto de posibles valores.

Señal determinista: Forma de conocer a una señal el cual se elimina la incertidumbre de sus valores pasados, presentes y futuros conociéndolos de forma concreta.

Señal aleatoria: Aquella que no se puede describir de forma precisa mediante su modelo matemático, de otra forma su variación en el tiempo es de manera no predecible.

Propiedades de una señal periódica:

Periodo de Muestreo: Es el Intervalo de tiempo que hay entre dos muestras sucesivas para convertir una señal análoga a una señal digital, su importancia en el campo de la ingeniería mecatrónica es que nos informa el intervalo de tiempo que hay entre cada uno de los datos de una señal digital.

Frecuencia de Muestreo: Es el número de muestras por unidad de tiempo que se toman de una señal análoga para producir una señal digital, también es conocida como tasa de muestreo, la frecuencia de muestreo es importante dentro del campo de la ingeniería mecatrónica debido a que nos indica la cantidad de muestras que tiene una señal digital con respecto a una señal análoga.

Ancho De Banda: El ancho de banda de una señal es medido en Hertz y se representa en el dominio frecuencial en el intervalo donde una señal tiene su mayor potencia, en resumen, es la diferencia entre la frecuencia máxima y la frecuencia mínima. En la ingeniería mecatrónica el ancho de banda es importante debido a que se puede utilizar para varias aplicaciones por ejemplo el pwm (modulador por ancho de pulso) el cual es muy utilizado para controlar la velocidad de una gran variedad de motores.

Error De Cuantificación: Es el resultado de restar la señal de entrada con la señal de salida, la importancia del error de cuantificación para la ingeniería mecatrónica es que nos señala la que tan parecida es la señal digital comparada con la señal análoga de la cual se obtuvo dicha señal digital.

Aliasing: Este proceso se define como el efecto que se produce cuando unas señales análogas distintas se vuelven indistinguibles al muestreados digitalmente, es causado por un muestreo incorrecto de la señal que se está digitalizando, de modo que parecen imperfecciones de la misma.

¿Por qué y para qué se digitalizan las señales análogas?

La digitalización de una señal se realiza para establecer un número finito y controlable de muestras debido a que una señal análoga tiene muestras infinitas, y con estas poder parametrizar las mismas y realizar los procesos deseados.



¿Cómo se realiza la digitalización de una señal análoga?

Se toman varias muestras de la señal a través de un conversor ADC el cual se encarga de recibir un dato análogo y dar un dato digital equivalente, las muestras se toman cada periodo tiempo el cual llamamos tiempo de muestreo.

¿Cuáles son las fases o procesos necesarios para digitalizar una señal análoga?

Muestreo: consiste en tomar muestras periódicas de la amplitud de onda. La velocidad con que se toma esta muestra, es decir, el número de muestras por segundo, es lo que se conoce como frecuencia de muestreo.

Cuantificación: En este proceso se mide el nivel de voltaje de cada una de las muestras. Consiste en asignar un margen de valor de una señal analizada a un único nivel de salida. Incluso en su versión ideal, añade, como resultado, una señal indeseada a la señal de entrada el ruido de cuantificación.

Codificación: consiste en traducir los valores obtenidos durante la cuantificación al código binario. Hay que tener presente que el código binario es el más utilizado, pero también existen otros tipos de códigos que también son utilizados.

¿Qué condiciones son necesarias para realizar correctamente la digitalización de una señal análoga?

Que el dispositivo desde el cual se hace el muestreo de la señal, tenga un ancho de banda mayor al de la señal a tomar y así mismo la frecuencia de muestreo sea mayor a la frecuencia de la señal.

¿Qué consecuencias se derivan de no tener en cuenta y aplicar correctamente las anteriores condiciones?

Aliasing y errores de cuantificación.

III. DESARROLLO EJERCICIOS PRÁCTICOS.

Observe, entienda, copie y ejecute (matlab) el siguiente código de ejemplo:

```
% Señal de tiempo continuo
t=0:0.001:1;
xt=2*cos(2*pi*2*t)+3*sin(2*pi*6*t); % 2 Hz y 6 Hz
figure,
plot(t,xt)
hold on
% Discretización de la señal análoga
Ts=1/18; % Periodo de muestreo
Fs=1/Ts;
nT=0:Ts:1;
xnT=2*cos(2*pi*2*nT)+3*sin(2*pi*6*nT);
stem(nT,xnT)
hold off
N=Fs;
```

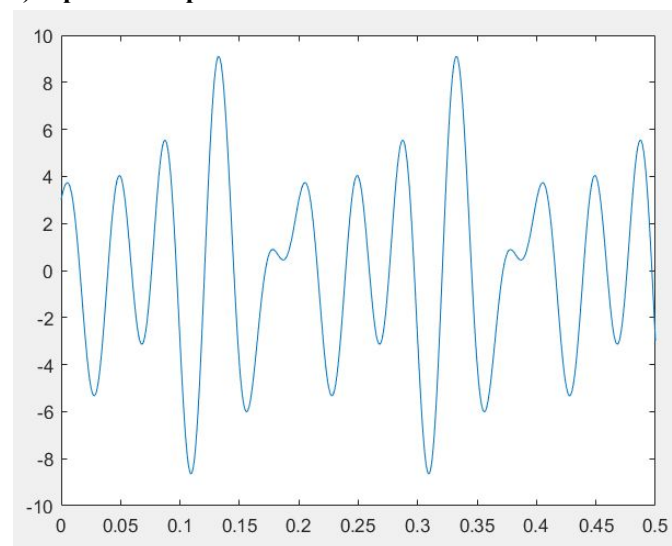
% Señal de tiempo discreto

```
n=0:N; % la variable de tiempo es discreta, valores enteros
xn=2*cos(2*pi*(2/Fs)*n)+3*sin(2*pi*(6/Fs)*n);
figure,
stem(n,xn)
```

Se realizó una simulación para la señal.

$$x(t) = 3\cos(2\pi 15t) + 4\sin(2\pi 25t) - 3\sin(2\pi 20t)$$

1) Represente 2 periodos de la señal.



¿Cuál es la frecuencia y periodo de la señal análoga?

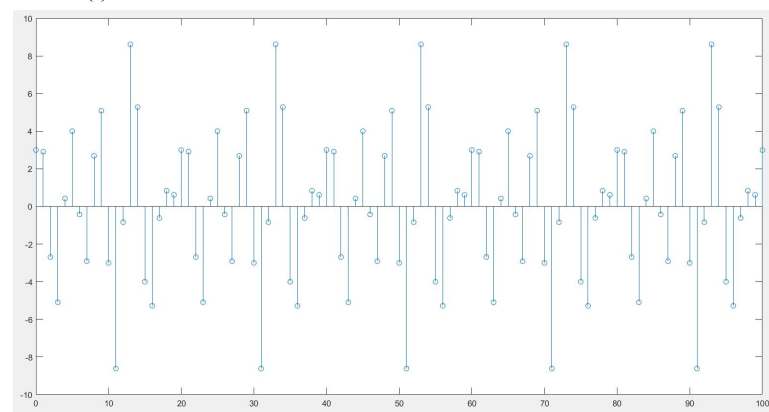
¿Cuál es su ancho de banda?

F=5Hz.

T=0.2s.

Bw=10Hz.

A continuación, obtenga la versión muestreada($x(n)$) de la señal $x(t)$.



¿Cual es la frecuencia de la señal de tiempo discreto obtenida mediante el muestreo?

$$f = F/F_s = 5\text{Hz}/100\text{Hz} = 0.05$$

¿Qué unidades tiene ese valor?

Adimensional

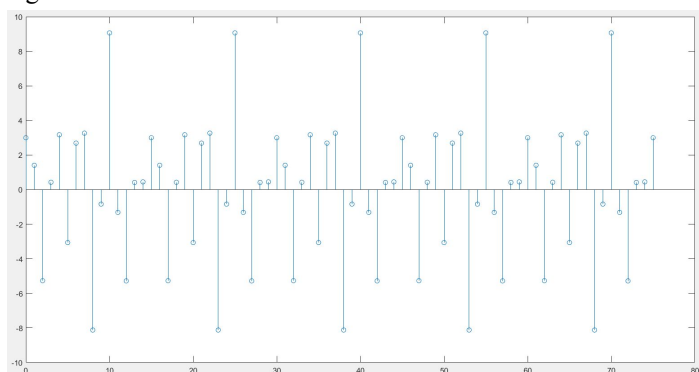
¿Cuál es el periodo de la mencionada señal de tiempo discreto?, ¿Qué unidades tiene ese valor?

$T_s = 1/f = 1/0.05 = 20$ (periodo de la señal en tiempo discreto adimensional)

¿De donde resultan las unidades mencionadas?

Esto es debido a la relación lineal que presenta las frecuencias de muestreo y la frecuencia de la señal, expresada anteriormente en términos de Hz.

Si se cambia la frecuencia de muestreo a 75 muestras por segundo.



¿Cómo se afecta la señal de tiempo discreto?

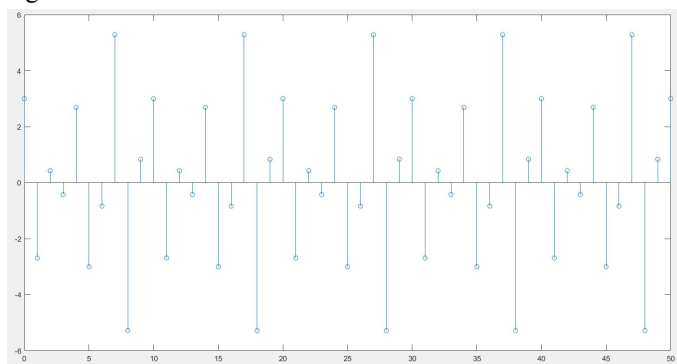
Esta medida afecta de manera directa la pérdida de información de los valores continuos ya que las muestras por segundo son menores.

¿Cómo se afectan la frecuencia y el periodo de la señal en tiempo discreto?

$$F = f/f_s = 5\text{Hz}/75\text{Hz} = 0.066$$

$$T=15$$

Si se cambia la frecuencia de muestreo a 50 muestras por segundo.



¿Cómo se afecta la señal de tiempo discreto?

En este caso se vio afectada la amplitud de la señal, dado que el valor máximo no fue capturado por el muestreo.

¿Cómo se afectan la frecuencia y el periodo de la misma?

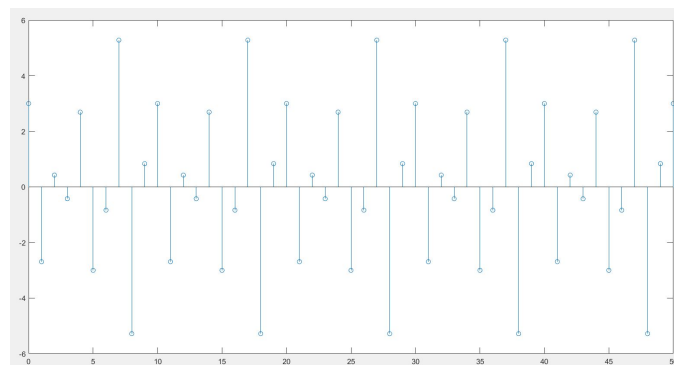
$$F = f/f_s = 5\text{Hz}/50\text{Hz} = 0.1$$

$$T=10$$

¿Es posible evidenciar el aliasing en este experimento?, Explique sus respuestas

Si es posible, comparando la señal de tiempo discreto obtenida con la analógica se ve que no toma ninguno de los picos por lo que es posible que en su construcción a señal analógica nuevamente, creará una señal totalmente diferente.

Si se cambia la frecuencia de muestreo a 25 muestras por segundo.



¿Cómo se afecta la señal de tiempo discreto?

Ya no toma los máximos y mínimos en la gráfica dejando pasar varios detalles, por lo que su reconstrucción sería diferente a la analógica original.

¿Cómo se afectan la frecuencia y el periodo de la misma?

$$F = f/f_s = 5\text{Hz}/25\text{Hz} = 0.2$$

$$T=5$$

¿Es posible evidenciar el aliasing en este experimento?, Explique sus respuestas

Si es posible, comparando la señal de tiempo discreto obtenida con la analógica se ve que no toma ninguno de los picos por lo que es posible que en su construcción a señal analógica nuevamente, creará una señal totalmente diferente.

2. Muestreo y comunicación digital

a. ¿Cuál es el ancho de banda de este tipo de señales?: Dentro de un motor de combustión interna se pueden encontrar vibraciones de entre 25 y 125Hz, siendo la banda de 125Hz la más significativa.

b. ¿Cuál sería la frecuencia de muestreo para esta aplicación?: Según el teorema del muestreo de Nyquist – Shannon, la

frecuencia de muestreo debe ser el doble de la frecuencia máxima de la señal, en este caso 125Hz, por lo tanto, la frecuencia de muestreo debe ser mayor a 250 muestras por s; se podría trabajar con 300 muestras por s.

c. ¿Cuál sería el periodo de muestreo?: Con una frecuencia de 300 muestras por s, el periodo de muestreo es de 3.33 ms.

d. Teniendo en cuenta las respuestas anteriores, sobre la misma aplicación, si se considera un C A/D con 8 bits y un canal de comunicación con velocidad de 9600 bits/segundo, ¿Teóricamente cuántas muestras se podrían transmitir?: La comunicación requiere 10bits sumando a los 8 bits de datos un bit de inicio y otro de parada, por lo que a 9600 bits/segundo se pueden transmitir 960 medidas máximo, ya que trabajamos a 300 muestras por segundo esta velocidad de transmisión es suficiente.

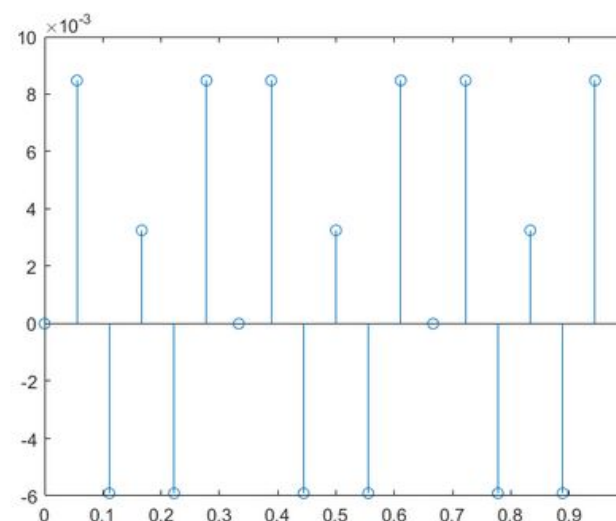
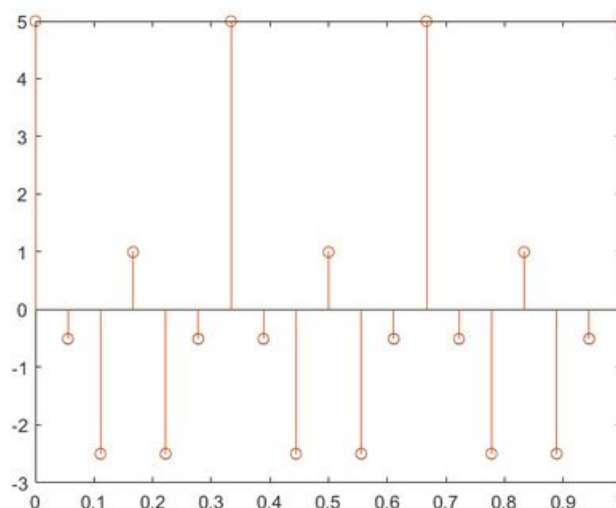
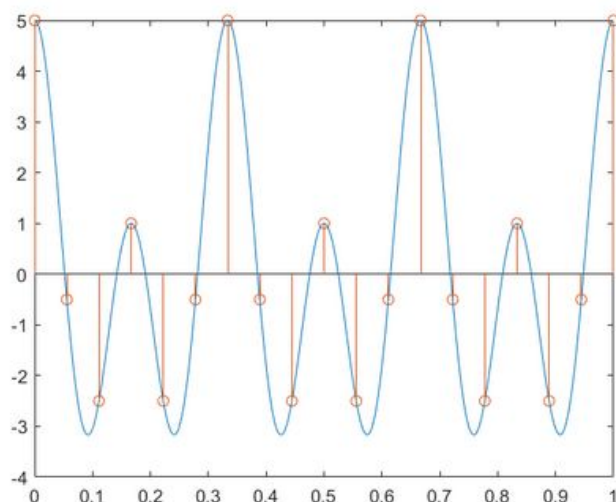
e. De no coincidir los resultados de número de muestras capturadas por segundo y número de muestras transmitidas por segundo ¿Cuál debería ser la velocidad de transmisión en bits por segundo para cumplir con el teorema de muestreo?: Para transmitir muestras de 10 bits a exactamente 300 muestras por segundo, se debe tener una velocidad de transmisión de 3000 bits/segundo.

3. Cuantificación de señales y error de cuantificación

a. ¿Cómo calcularía el error que se genera para cada muestra al aproximar los valores reales a los valores cuantificados?: El error de cuantificación se calcula restando el valor cuantificado al valor real de la señal en un determinado instante.

b. ¿Qué características estadísticas tiene esa señal de error?: Los datos de esta señal pueden ser organizados en una tabla de datos discretos y se pueden obtener de estas distintas variables estadísticas que permiten conocer la fidelidad de la aproximación, se puede calcular el error promedio y la varianza para obtener una medida de que tanto se aproximan los datos a los valores originales; en general estos datos de error nos permiten saber que tanta distorsión fue introducida en la medición al cuantificar los valores medidos de la señal.

Siguiendo con la aplicación mencionada (muestreo de vibraciones). Los 8 bits del C A/D son los que determinan el número de niveles de cuantificación.





Para cambiar el método de cuantificación se debe sustituir la línea de código en donde se indica que al superar la mitad del nivel el dato es aproximado al nivel siguiente y si no la supera es asignado al nivel en el que se encuentra.

```
nivem=nive+delta/2;
```

```
for i=1:N  
j=1;  
while xnTs(i)>nivem(j)  
j=j+1;  
end  
xnq(i)=nive(j);  
end
```

Para utilizar el método de truncamiento se debe cambiar la línea en donde se define la mitad del nivel y dejar únicamente el nivel sin sumarle $\delta/2$, además de invertir el signo de la desigualdad, así se logra que cuando un valor supere el valor de un nivel, sin importar por que tanto lo supere, si este no llega al nivel siguiente será asignado al nivel inferior.

