Tarea 3 control

Brian Sebastian Caceres Pinzon 1803245 est.brian.caceres@unimilitar.edu.co

1)Un sistema de control con retroalimentación negativa tiene una planta cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{k}{s+2}$$

Se ha seleccionado el siguiente compensador PI en cascada

$$G_c(s) = \frac{s+k_i}{s}$$

Para logar que el error de estado estable sea cero para una entrada escalón. Calcular los valores K y
ki para que el sistema tenga un overshoot del 5% y un tiempo de establecimiento de 1 segundo. Hallar el
error de estado estable para una entrada rampa. Graficar la respuesta para una entrada escalón y
rampa. Verifique los resultados de su diseño.

Solución:

Multiplicamos planta por control es decir el lazo abierto.

$$G(s) * G_c(s) = \frac{ks + kk_i}{s^2 + 2s}$$

Realizando la retroalimentación negativa es decir el lazo cerrado.

$$\frac{G(s)G_c(s)}{1 + G(s)G_c(s)} = \frac{ks + kk_i}{s^2 + s^1(k+2) + s^0(kk_i)}$$

El denominador de nuestro polinomio es:

$$Denominador\ del\ Polinomio = s^2 + s^1(k+2) + s^0(kk_i)$$

El polinomio característico es:

$$Polinomio\ Deseado = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

El denominador del polinomio deseado es:

$$Denominador\ del\ Polinomio\ Deseado = s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2$$

Igualando ***denominador de nuestro polinomio*** con el ***denominador del polinomio deseado***:

$$s^2 + s^1(k+2) + s^0(kk_i) = s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2$$

Igualando los coeficientes para hacer que nuestro polinomio tenga las características del polinomio deseado obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{gathered} s^2 \to 1 = 1 \\ s^1 \to k + 2 = 2\zeta\omega \\ s^0 \to kk_i = \omega^2 \end{gathered}$$

Obtención de cita y omega, usamos los parámetros de diseño Mp=5%=0.05 y Ts=1 Segundo.

$$M_p = e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$
$$0.05 = e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \; despejando\, \zeta$$
$$\zeta = 0.6901$$
$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega}$$
$$1 = \frac{4}{0.6901\omega} \; despejando\, \omega$$
$$\omega = 5.7962[\frac{rad}{s}]$$

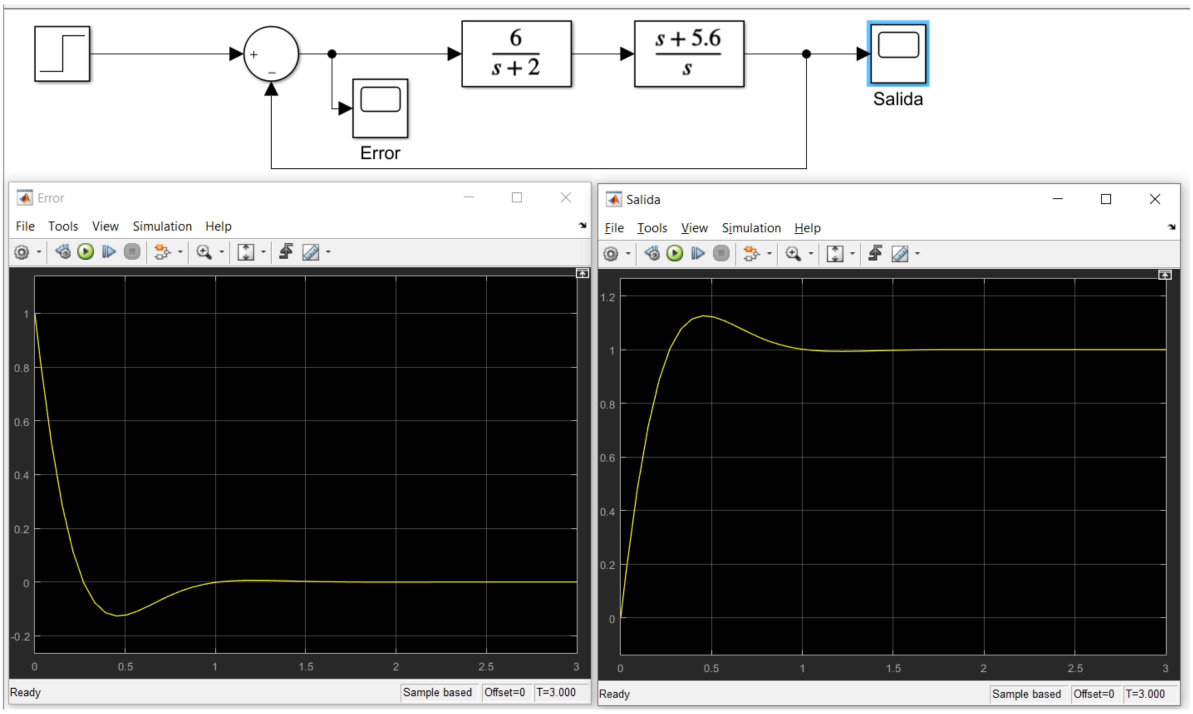
Despejando k & ki de nuestro sistema de ecuaciones:

$$k + 2 = 2\zeta\omega$$
$$k = 2\zeta\omega - 2$$
$$k = 2(0.6901)(5.7962) - 2$$
$$k = 5.999 = 6$$
$$kk_i = \omega^2$$
$$k_i = \frac{\omega^2}{k} = \frac{5.7962^2}{6}$$
$$k_i = 5.59 = 5.6$$

Reemplazando k & ki

$$G(s) = \frac{k}{s+2} = \frac{6}{s+2}$$
$$G_c(s) = \frac{s+k_i}{s} = \frac{s+5.6}{s}$$

Montando el sistema en simulink para entrada escalón:

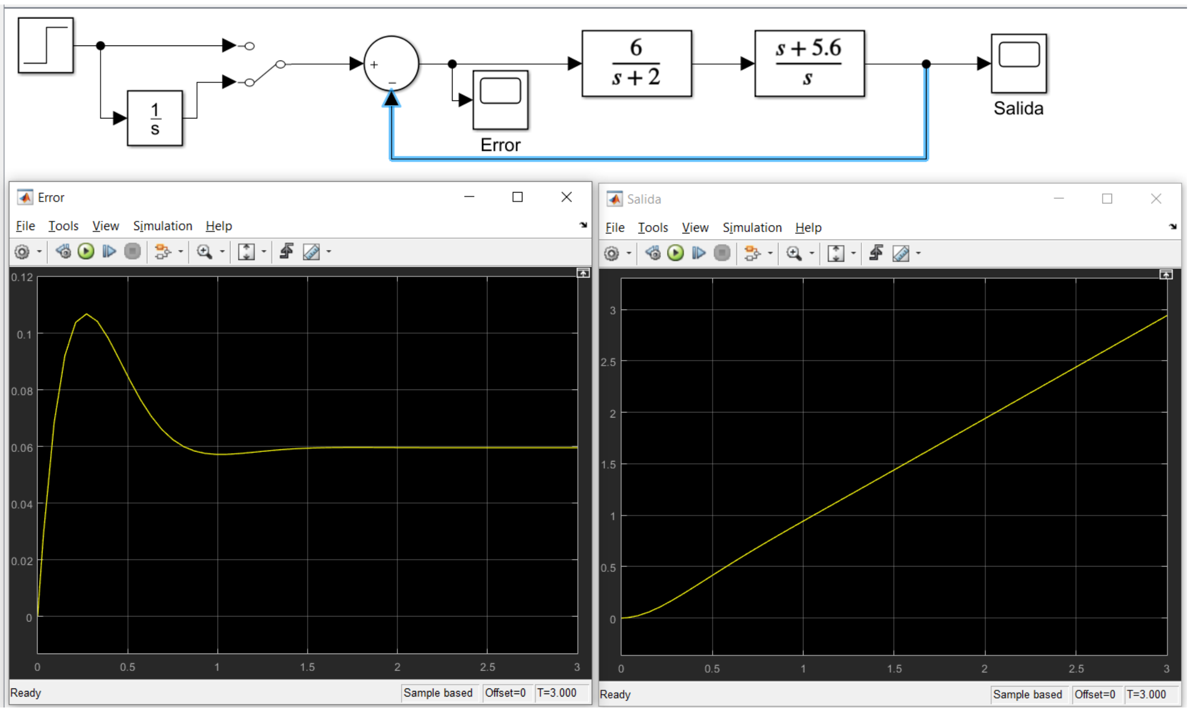


Error frente a una entrada rampa:

$$Error = \lim_{s \to 0} \frac{s * ref}{1 + planta * control} = \lim_{s \to 0} \frac{s * \frac{1}{s^2}}{1 + \frac{6s+33.6}{s^2+2s}} = \lim_{s \to 0} \frac{\frac{1}{s}}{\frac{s^2+8s+33.6}{s^2+2s}} = \lim_{s \to 0} \frac{s^2 + 2s}{s^3 + 8s^2 + 33.6s}$$

$$Aplicando\ l\acute{}hoppital$$

$$\lim_{s \to 0} \frac{2s + 2}{3s^2 + 8s + 33.6} = \frac{2}{33.6} = 0.05952 = 0.06$$



2)Un sistema de control con retroalimentación negativa tiene una planta donde T=2.8mS

$$G(s) = \frac{2257}{s(\tau s + 1)} = \frac{806071.43}{s^2 + 357.14s + 0s^0}$$

Seleccione un compensador:

$$G_c(s) = \frac{kds^2 + kps + ki}{s}$$

Para que los polos dominantes de la ecuación característica tengan un $\zeta = 1/\sqrt{2}$. Hallar el error de estado estable para una entrada rampa. Simular el sistema de control para una entrada escalón.

Multiplicando la planta por el compensador o controlador y realizando la retroalimentación negativa obtenemos:

$$\frac{G(s)G_c(s)}{1 + G(s)G_c(s)} = \frac{806077kds^2 + 806077kps + 806077ki}{s^3 + (806077kd + 357.14)s^2 + 806077kps + 806077ki}$$

El denominador de nuestro polinomio es:

$$Denominador\ del\ Polinomio = s^3 + (806077kd + 357.14)s^2 + 806077kps + 806077ki$$

El polinomio característico es:

$$Polinomio\ Deseado = \frac{\omega^2}{(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + 2\beta\zeta\omega)}$$

El denominador del polinomio deseado es:

$$Denominador\ del\ Polinomio\ Deseado = (s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + 2\beta\zeta\omega)$$

$$Operando$$

$$Denominador\ del\ Polinomio\ Deseado = s^3 + s^2(2\zeta\omega + \beta\zeta\omega) + s(2\beta\zeta^2\omega^2 + \omega^2) + \beta\zeta\omega^3$$

Igualando ***denominador de nuestro polinomio*** con el ***denominador del polinomio deseado***:

$$s^3 + (806077kd + 357.14)s^2 + 806077kps + 806077ki = s^3 + s^2(2\zeta\omega + \beta\zeta\omega) + s(2\beta\zeta^2\omega^2 + \omega^2) + \beta\zeta\omega^3$$

Igualando los coeficientes para hacer que nuestro polinomio tenga las características del polinomio deseado obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{gathered} s^3 \rightarrow 1 = 1 \\ s^2 \rightarrow 806077kd + 357.14 = 2\zeta\omega + \beta\zeta\omega \\ s^1 \rightarrow 806077kp = 2\beta\zeta^2\omega^2 + \omega^2 \\ s^0 \rightarrow 806077ki = \beta\zeta\omega^3 \end{gathered}$$

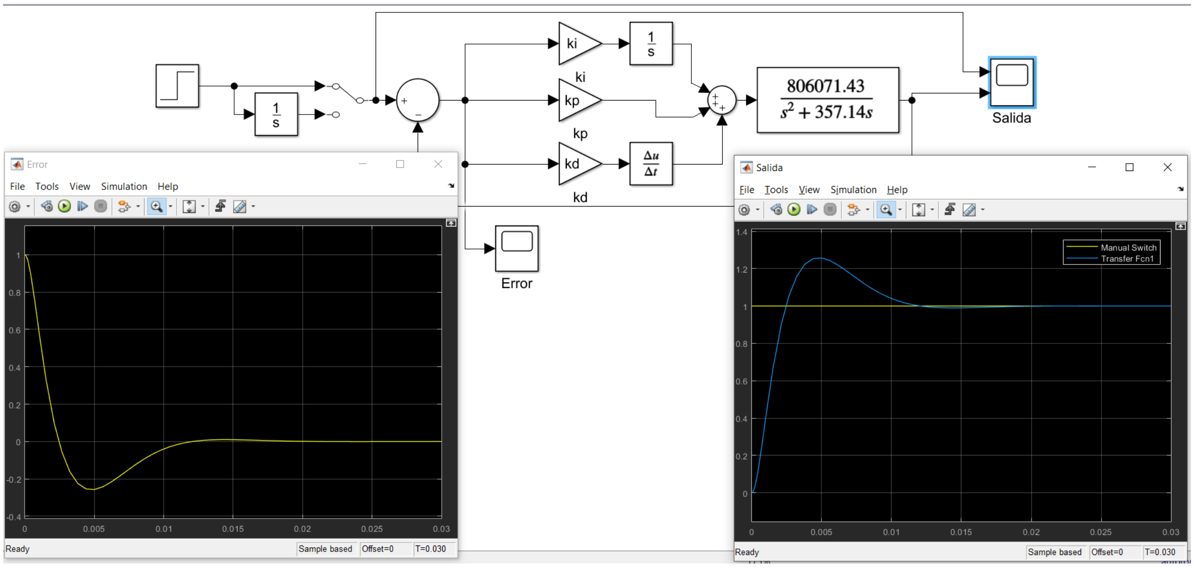
Obtención de cita y omega, usamos los parámetros de diseño ζ = 1/√2 y T=2.8mS.

$$\begin{gathered} T = 2.8mS \\ Como\ el\ sistema\ se\ estabiliza\ en\ 5\tau \\ T_s = 5\tau = 5 * 2.8mS = 14mS \\ T_s = \frac{4}{\zeta\omega} \\ despejando \\ \omega = \frac{4}{T_s\zeta} = \frac{4}{0.014 * 0.707} = 404.12[\frac{rad}{s}] \end{gathered}$$

Despejando k, ki, kd de nuestro sistema de ecuaciones:

$$\begin{gathered} 806077kd + 357.14 = 2\zeta\omega + \beta\zeta\omega \\ 806077kp = 2\beta\zeta^2\omega^2 + \omega^2 \\ 806077ki = \beta\zeta\omega^3 \\ despejando \\ ki = 565.2974\ kp = 1.8989\ kd = 0.0027 \end{gathered}$$

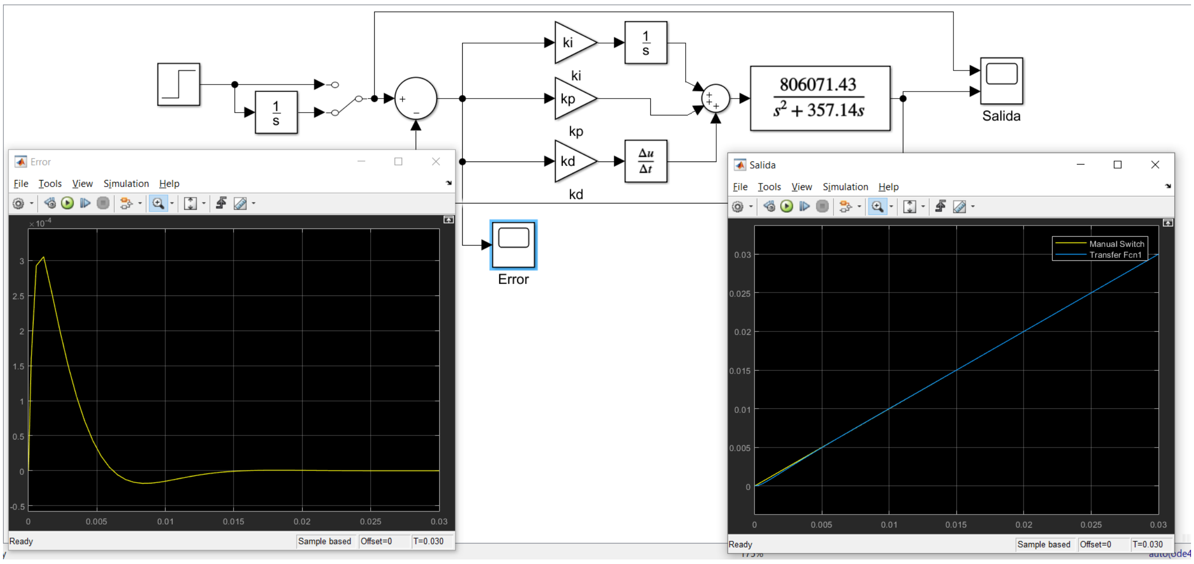
Montando el sistema en simulink para entrada escalón:



Error frente a una entrada rampa:(La verdad no estoy 100% seguro porque el error en simulación debería ser algo cercano a cero, pero el calculo me da infinito)

$$Error = \lim_{s \to 0} \frac{s * ref}{1 + planta * control} = \lim_{s \to 0} \frac{s * \frac{1}{s^2}}{1 + \frac{2142.9 * s^2 + 1.5307e6 * s + 4.5567e8}{s^3 + 2500.0 * s^2 + 1.5307e6 * s + 4.5567e8}}$$

$$= \lim_{s \to 0} \frac{5.0e28 * s^3 + 1.25e32 * s^2 + 7.6534e34 * s + 2.2784e37}{5.0e28 * s^4 + 2.3214e32 * s^3 + 1.5307e35 * s^2 + 4.5567e37 * s} = \infty$$



3)Un sistema de control con retroalimentación negativa tiene una planta

$$G(s) = \frac{1}{s(s-2)}$$

Diseñe un control PD

$$G_c(s) = kp + kds = \frac{kds^2 + kps}{s}$$

Multiplicando planta por controlador y realizando la retroalimentación

$$\frac{G(s)G_c(s)}{1 + G(s)G_c(s)} = \frac{kds + kp}{s^2 + s(kd-2) + kp}$$

El denominador de nuestro polinomio es:

$$Denominador\ del\ Polinomio = s^2 + s(kd-2) + kp$$

El polinomio característico es:

$$Polinomio\ Deseado = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

El denominador del polinomio deseado es:

$$Denominador\ del\ Polinomio\ Deseado = s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2$$

Igualando ***denominador de nuestro polinomio*** con el ***denominador del polinomio deseado***:

$$s^2 + s(kd-2) + kp = s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2$$

Igualando los coeficientes para hacer que nuestro polinomio tenga las características del polinomio deseado obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{gathered} s^2 \rightarrow 1 = 1 \\ s^1 \rightarrow kd - 2 = 2\zeta\omega \\ s^0 \rightarrow kp = \omega^2 \end{gathered}$$

Obtención de cita y omega, usamos los parámetros de diseño Mp=1%=0.01 y Ts=1 Segundo.

$$M_p = e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$
$$0.01 = e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \; despejando\, \zeta$$
$$\zeta = 0.8261$$
$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega}$$
$$1 = \frac{4}{0.8261\omega} \; despejando\, \omega$$
$$\omega = 4.8421[\frac{rad}{s}]$$

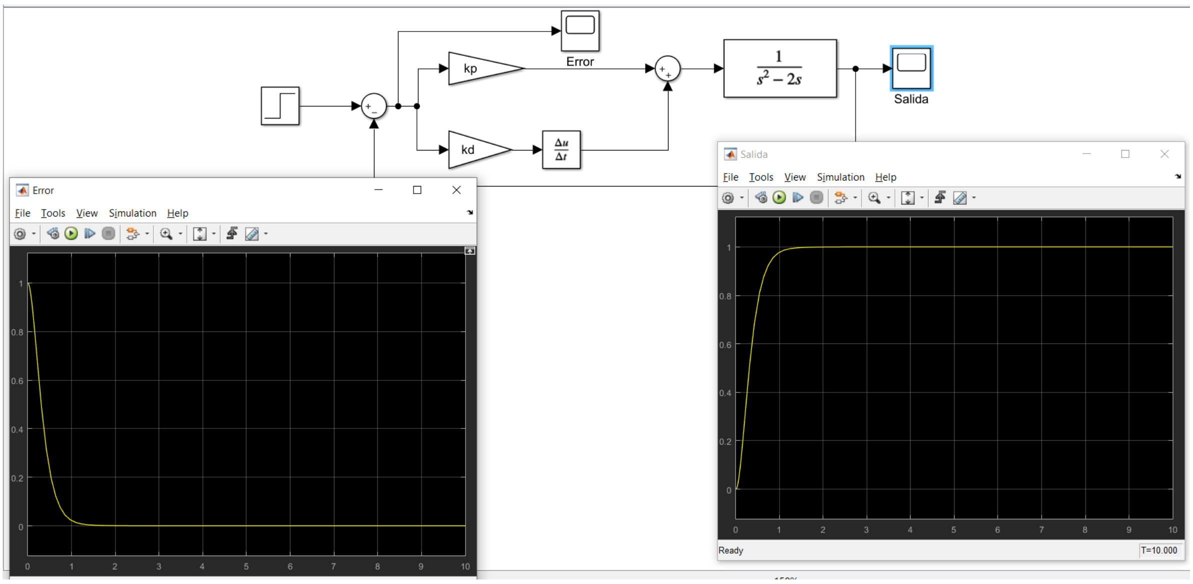
Despejando kp & kd de nuestro sistema de ecuaciones:

$$kd - 2 = 2\zeta\omega$$
$$kd = 2\zeta\omega + 2$$
$$kd = 2(0.8261)(4.8421) + 2$$
$$kd = 10$$
$$kp = \omega^2$$
$$kp = 4.8421^2$$
$$kp = 23.44$$

Reemplazando kp & kd

$$G_c(s) = 23.44 + 10s$$

Simulink entrada escalon:



4)Un sistema de control con retroalimentación negativa tiene una planta

$$G(s) = \frac{1}{s(s-5)} = \frac{1}{s^2 - 5s}$$

Diseñe un control PID

$$G_C(s) = kp + kds + \frac{ki}{s} = \frac{kds^2 + kps + ki}{s}$$

Multiplicando control por planta y realizando la retroalimentación negativa:

$$\frac{G(s)G_c(s)}{1 + G(s)G_c(s)} = \frac{kds^2 + kps + ki}{s^3 + s^2(kd-5) + s^1(kp) + s^0(ki)}$$

El denominador de nuestro polinomio es:

$$Denominador\ del\ Polinomio = s^3 + s^2(kd - 5) + s^1(kp) + s^0(ki)$$

El polinomio característico es:

$$Polinomio\ Deseado = \frac{\omega^2}{(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + 2\beta\zeta\omega)}$$

El denominador del polinomio deseado es:

$$Denominador\ del\ Polinomio\ Deseado = (s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + 2\beta\zeta\omega)$$
$$Operando$$
$$Denominador\ del\ Polinomio\ Deseado = s^3 + s^2(2\zeta\omega + \beta\zeta\omega) + s(2\beta\zeta^2\omega^2 + \omega^2) + \beta\zeta\omega^3$$

Igualando ***denominador de nuestro polinomio*** con el ***denominador del polinomio deseado***:

$$s^3 + s^2(kd - 5) + s^1(kp) + s^0(ki) = s^3 + s^2(2\zeta\omega + \beta\zeta\omega) + s(2\beta\zeta^2\omega^2 + \omega^2) + \beta\zeta\omega^3$$

Igualando los coeficientes para hacer que nuestro polinomio tenga las características del polinomio deseado obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$s^3 \rightarrow 1 = 1$$
$$s^2 \rightarrow kd - 5 = 2\zeta\omega + \beta\zeta\omega$$
$$s^1 \rightarrow kp = 2\beta\zeta^2\omega^2 + \omega^2$$
$$s^0 \rightarrow ki = \beta\zeta\omega^3$$

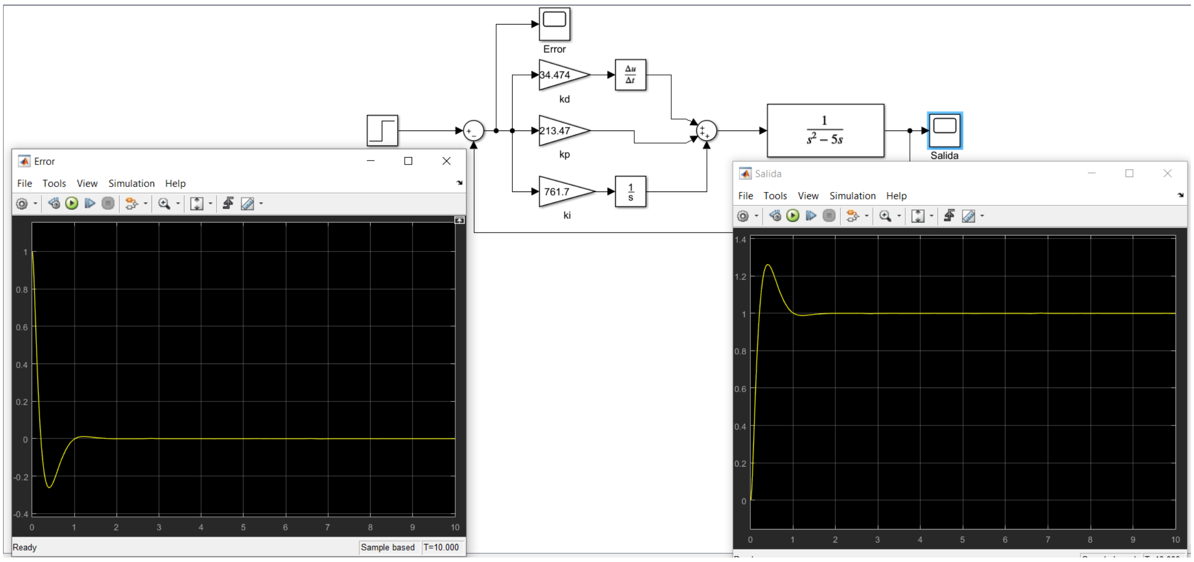
Obtención de cita y omega, usamos los parámetros de diseño Ts=0.95 Segundos y ζ = 0.7 (Elegido).

$$T = 0.95S$$
$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega}$$
$$0.95 = \frac{4}{0.7\omega}$$
$$despejando$$
$$\omega = \frac{4}{0.95 * 0.7} = 6.015037[\frac{rad}{s}]$$

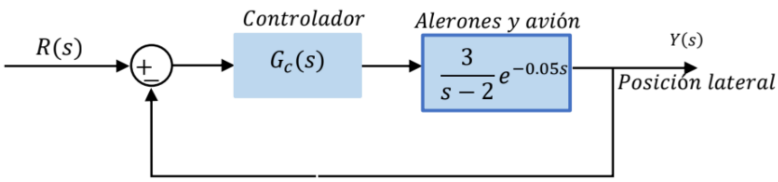
Despejando k, ki, kd de nuestro sistema de ecuaciones:

$$kd - 5 = 2\zeta\omega + \beta\zeta\omega$$
$$kd = 2\zeta\omega + \beta\zeta\omega + 5$$
$$kd = 2(0.7)(6.015037) + 5(0.7)(6.015037) + 5$$
$$kd = 34.4737$$
$$kp = 2\beta\zeta^2\omega^2 + \omega^2$$
$$kp = 2(5)(0.7^2)(6.015037^2) + 6.015037^2 = 213.4660$$
$$ki = \beta\zeta\omega^3$$
$$ki = 5(0.7)(6.015037^3) = 761.6982$$

Montando el sistema en simulink para entrada escalón:



5)Diseñar un controlador para el sistema de control de una aeronave que se muestra en la figura. Tome una aproximación de Taylor de segundo orden para aproximar el retardo de la planta. Los parámetros de diseño los selecciona el diseñador. Simular para verificar el diseño.



Planta

$$G(s) = \frac{3}{s-2}e^{-0.05s} = \frac{3}{(s-2)e^{0.05s}}$$
$$Por\ aproximacion\ de\ taylor$$
$$e^{0.05s} = 1 + 0.05s + \frac{(0.05s)^2}{2!} = 1 + 0.05s + 0.00125s^2$$
$$Reemplazando$$
$$G(s) = \frac{3}{(s-2)(1+0.05s+0.00125s^2)}$$
$$G(s) = \frac{2400}{s^3+38s^2+720s-1600}$$

Por lo cual la planta a trabajar es

$$G(s) = \frac{2400}{s^3+38s^2+720s-1600}$$

Se diseña el controlador PIDD^2

$$G_c(s) = kd_2s^2 + kds + kp + \frac{ki}{s}$$
$$G_c(s) = \frac{kd_2s^3 + kds^2 + kps + ki}{s}$$

Por lo cual el controlador a trabajar es

$$G_c(s) = \frac{kd_2s^3 + kds^2 + kps + ki}{s}$$

Multiplicando planta por controlador y realizando la retroalimentación negativa

$$\frac{G(s)G_c(s)}{1+G(s)G_c(s)} = \frac{2400kd_2s^3 + 2400kds^2 + 2400kps + 2400ki}{s^4 + 800s^3(3kd_2 + 0.0475) + 800s^2(3kd + 0.9) + 800s(3kp - 2) + 2400ki}$$

El polinomio característico es:

$$Polinomio\ Deseado = \frac{\omega^2}{(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + 2\beta\zeta\omega)^2}$$

El denominador del polinomio deseado es:

$$Denominador\ del\ Polinomio\ Deseado = (s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + 2\beta\zeta\omega)^2$$
$$Operando$$
$$Denominador = s^4 + s^3(2\omega\zeta + 2\beta\omega\zeta) + s^2(\beta^2\omega^2\zeta^2 + 4\beta\omega^2\zeta^2 + \omega^2) + s(2\beta^2\omega^3\zeta^3 + 2\beta\omega^3\zeta) + \beta^2\omega^4\zeta^2$$

Igualando ***denominador de nuestro polinomio*** con el ***denominador del polinomio deseado***:

$$s^4 + 800s^3(3kd_2 + 0.0475) + 800s^2(3kd + 0.9) + 800s(3kp - 2) + 2400ki =$$
$$= s^4 + s^3(2\omega\zeta + 2\beta\omega\zeta) + s^2(\beta^2\omega^2\zeta^2 + 4\beta\omega^2\zeta^2 + \omega^2) + s(2\beta^2\omega^3\zeta^3 + 2\beta\omega^3\zeta) + \beta^2\omega^4\zeta^2$$

Igualando los coeficientes para hacer que nuestro polinomio tenga las características del polinomio deseado obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

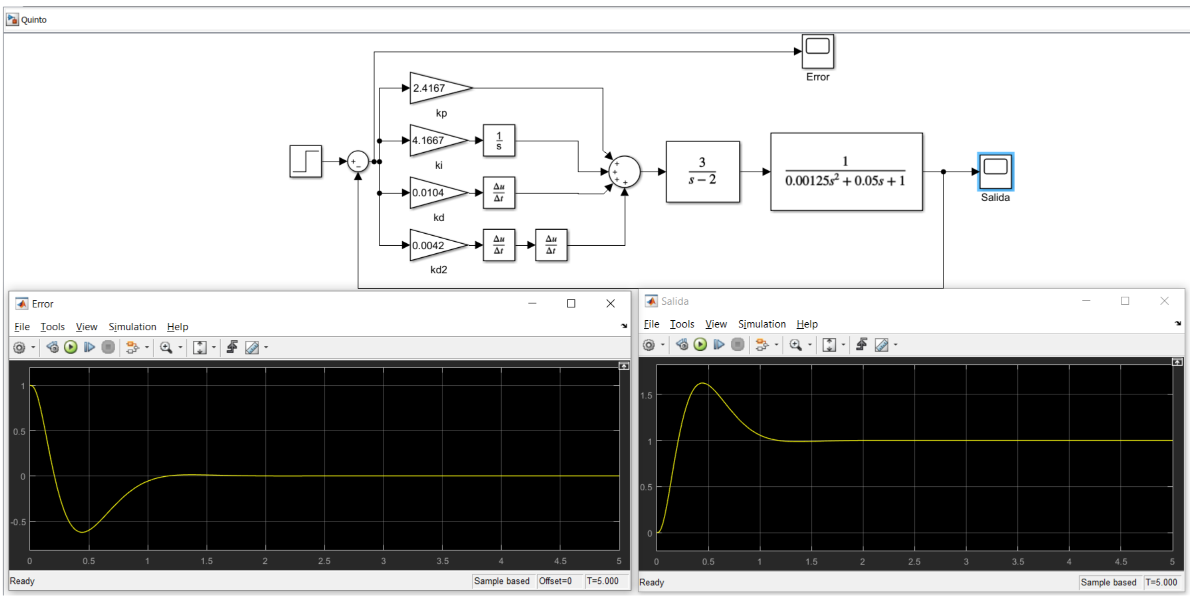
$$s^4 \rightarrow 1 = 1$$
$$s^3 \rightarrow 800(3kd_2 + 0.0475) = 2\omega\zeta + 2\beta\omega\zeta$$
$$s^2 \rightarrow 800(3kd + 0.9) = \beta^2\omega^2\zeta^2 + 4\beta\omega^2\zeta^2 + \omega^2$$
$$s^1 \rightarrow 800(3kp - 2) = 2\beta^2\omega^3\zeta^3 + 2\beta\omega^3\zeta$$
$$s^0 \rightarrow 2400ki = \beta^2\omega^4\zeta^2$$

Obtención de cita y omega, usamos los parámetros de diseño ζ = 0.7 y Wn=5 Beta=5 (Elegidos).

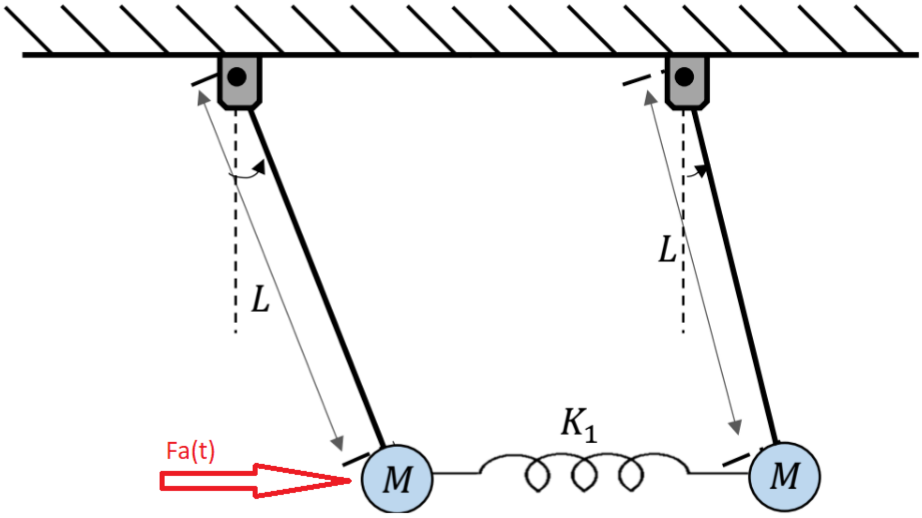
Despejando k, ki, kd, kd2 de nuestro sistema de ecuaciones:

$$ki = 4.1667$$
$$kp = 2.4167$$
$$kd = 0.0104$$
$$kd2 = 0.0042$$

Montando el sistema en simulink para entrada escalón obsérvese como se pone la planta multiplicando la aproximación de taylor, también se pudo haber puesto en lugar de la aproximación de taylor, un bloque *Transport delay* con el valor de 0.05 Segundos:



6) Hallar el modelo matemático del siguiente sistema.



Energía Cinética

$$T = \frac{1}{2}m(l\dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2}m(l\dot{\theta}_2)^2$$
$$T = \frac{1}{2}ml^2(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2)$$

Energía Potencial

$$\Delta h = y_f - y_i$$
$$\Delta h_n = -lcos\theta_n - (-l)$$
$$\Delta h_n = l - lcos\theta_n$$
$$reemplazando$$
$$U = mg\Delta h_1 + mg\Delta h_2 + \frac{1}{2}k_1(\Delta x)^2$$
$$U = mg(l - lcos\theta_1) + mg(l - lcos\theta_2) + \frac{1}{2}k_1(x_1 - x_2)^2$$
$$U = mg(2l - lcos\theta_1 - lcos\theta_2) + \frac{1}{2}k_1(lsen\theta_1 - lsen\theta_2)^2$$
$$U = mgl(2 - cos\theta_1 - cos\theta_2) + \frac{1}{2}k_1l^2(sen\theta_1 - sen\theta_2)^2$$

Lagrangiano=T-U

$$L = T - U$$
$$L = \frac{1}{2}ml^2(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2) - mgl(2 - cos\theta_1 - cos\theta_2) - \frac{1}{2}k_1l^2(sen\theta_1 - sen\theta_2)^2$$

Obtención de la ecuación para theta 1

$$\frac{d}{dt}[\frac{\delta L}{\delta\dot{\theta}_1}] - \frac{\delta L}{\delta\theta_1} = Falcos\theta_1$$
$$\frac{d}{dt}[ml^2\dot{\theta}_1] - (-mglsen\theta_1 - k_1l^2(sin\theta_1 - sin\theta_2)cos\theta_1) = Falcos\theta_1$$
$$ml^2\ddot{\theta}_1 + mglsen\theta_1 + k_1l^2(sin\theta_1 - sin\theta_2)cos\theta_1 = Falcos\theta_1$$

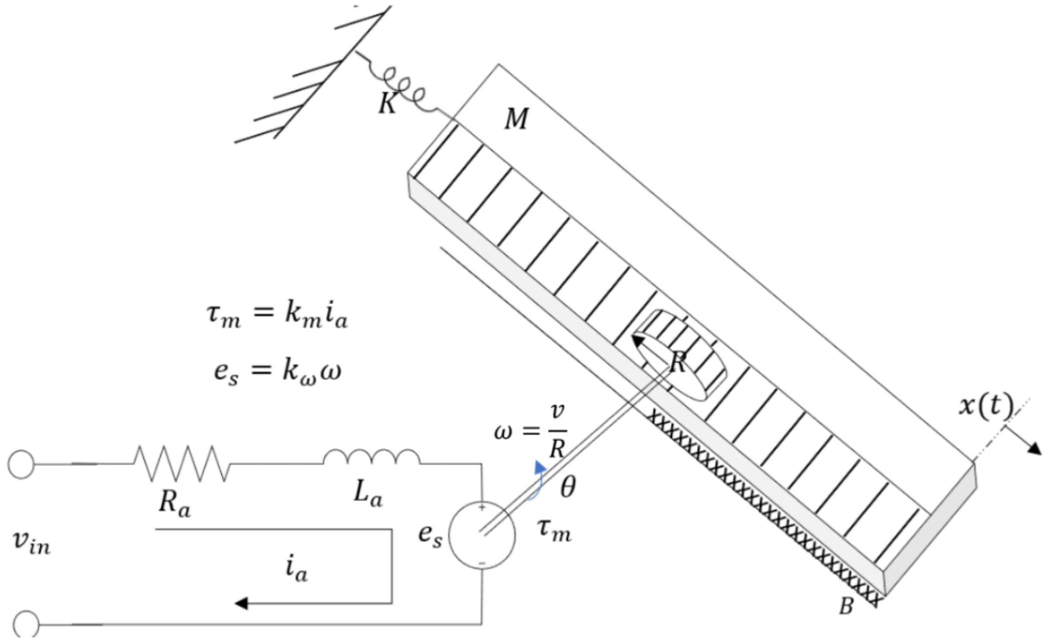
Obtención de la ecuación para theta 1

$$\frac{d}{dt}[\frac{\delta L}{\delta\dot{\theta}_2}] - \frac{\delta L}{\delta\theta_2} = 0$$
$$\frac{d}{dt}[ml^2\dot{\theta}_2] - (-mglsen\theta_2 + k_1l^2(sin\theta_1 - sin\theta_2)cos\theta_2) = 0$$
$$ml^2\ddot{\theta}_2 + mglsen\theta_2 - k_1l^2(sin\theta_1 - sin\theta_2)cos\theta_2) = 0$$

Entonces el modelo matemático es

$$ml^2\ddot{\theta}_1 + mglsen\theta_1 + k_1l^2(sin\theta_1 - sin\theta_2)cos\theta_1 = Falcos\theta_1$$
$$ml^2\ddot{\theta}_2 + mglsen\theta_2 - k_1l^2(sin\theta_1 - sin\theta_2)cos\theta_2) = 0$$

7) Un control PID o su variación por la teoría de asignación de polos para los siguientes sistemas electromecánicos. Los parámetros de diseño del controlador y los parámetros de la planta los selecciona el diseñador. Simular para verificar sus resultados analizando las señales de error control y salida de cada uno de los sistemas.



Modelo matemático:

$$\dot{i}a = -ia\frac{ra}{la} - \frac{k_w * v}{r * la} + \frac{vin}{la}$$
$$\dot{v} = -\frac{x * k}{m} - \frac{\dot{x} * B}{m} + \frac{ia * r * k_m}{m}$$
$$\dot{x} = v$$

Tomando las constantes km = 0.05; r = 0.5; la = 0.05; m = 0.5; b1 = 0.5; ra = 1; k = 0.2; kw = 0.02; y tomando como salida la posición x, obtenemos la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 21s^2 + 20.44s + 8}$$

Se diseña el controlador PIDD^2

$$G_c(s) = kd_2s^2 + kds + kp + \frac{ki}{s}$$
$$G_c(s) = \frac{kd_2s^3 + kds^2 + kps + ki}{s}$$

Por lo cual el controlador a trabajar es

$$G_c(s) = \frac{kd_2s^3 + kds^2 + kps + ki}{s}$$

Multiplicando planta por controlador y realizando la retroalimentación negativa

$$\frac{G(s)G_c(s)}{1 + G(s)G_c(s)} = \frac{kd2 * s^3 + kd * s^2 + kp * s + ki}{s^4 + (kd2 + 21.0) * s^3 + (kd + 20.44) * s^2 + (kp + 8.0) * s + ki}$$

El polinomio característico es:

$$Polinomio\ Deseado = \frac{\omega^2}{(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + 2\beta\zeta\omega)^2}$$

El denominador del polinomio deseado es:

$$Denominador\ del\ Polinomio\ Deseado = (s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + 2\beta\zeta\omega)^2$$
$$Operando$$
$$Denominador = s^4 + s^3(2\omega\zeta + 2\beta\omega\zeta) + s^2(\beta^2\omega^2\zeta^2 + 4\beta\omega^2\zeta^2 + \omega^2) + s(2\beta^2\omega^3\zeta^3 + 2\beta\omega^3\zeta) + \beta^2\omega^4\zeta^2$$

Igualando ***denominador de nuestro polinomio*** con el ***denominador del polinomio deseado***:

$$s^4 + (kd2 + 21.0) * s^3 + (kd + 20.44) * s^2 + (kp + 8.0) * s + ki =$$
$$= s^4 + s^3(2\omega\zeta + 2\beta\omega\zeta) + s^2(\beta^2\omega^2\zeta^2 + 4\beta\omega^2\zeta^2 + \omega^2) + s(2\beta^2\omega^3\zeta^3 + 2\beta\omega^3\zeta) + \beta^2\omega^4\zeta^2$$

Igualando los coeficientes para hacer que nuestro polinomio tenga las características del polinomio deseado obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

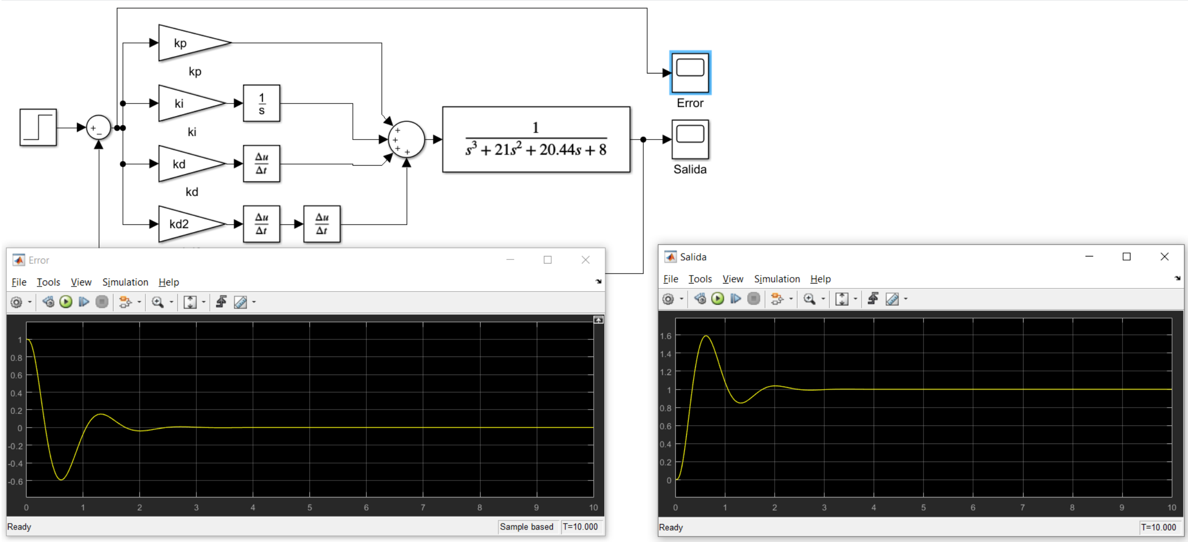
$$s^4 \rightarrow 1 = 1$$
$$s^3 \rightarrow kd2 + 21 = 2\omega\zeta + 2\beta\omega\zeta$$
$$s^2 \rightarrow kd + 20.44 = \beta^2\omega^2\zeta^2 + 4\beta\omega^2\zeta^2 + \omega^2$$
$$s^1 \rightarrow kp + 8 = 2\beta^2\omega^3\zeta^3 + 2\beta\omega^3\zeta$$
$$s^0 \rightarrow ki = \beta^2\omega^4\zeta^2$$

Obtención de cita y omega, usamos los parámetros de diseño ζ = 0.4 y Wn=5 Beta=5 (Elegidos).

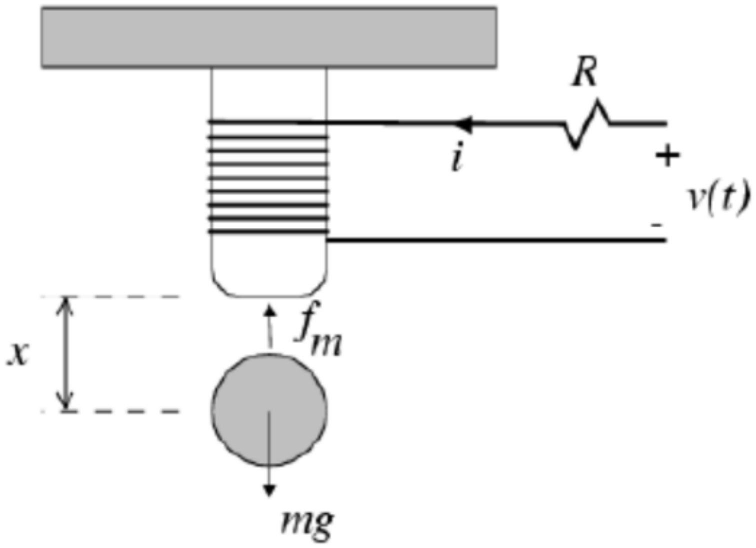
Despejando k, ki, kd, kd2 de nuestro sistema de ecuaciones:

$$ki = 2500$$
$$kp = 892$$
$$kd = 184.5600$$
$$kd2 = 3$$

Montando el sistema en simulink para entrada escalón



Sistema Electromecánico 2



Modelo Matemático

$$\dot{il} = \frac{Vt + iL * R}{L}$$
$$\dot{v} = -\frac{c * iL^2}{xm} + g$$
$$\dot{x} = v$$

Tomando como constantes m=0.2; g=9.8; L=10; R=10; c=2; y **PUNTOS DE OPERACION** x=0.05; IL=0.221; vt=2.21; y como salida la posición x de la bola, obtenemos la función de transferencia siguiente

$$G(s) = \frac{-44}{5s^3 - 5s^2 - 968s + 968} = \frac{-8.8}{s^3 - s^2 - 193.6s + 193.6}$$

Se diseña el controlador PIDD^2

$$G_c(s) = kd_2 s^2 + kds + kp + \frac{ki}{s}$$
$$G_c(s) = \frac{kd_2 s^3 + kds^2 + kps + ki}{s}$$

Por lo cual el controlador a trabajar es

$$G_c(s) = \frac{kd_2 s^3 + kds^2 + kps + ki}{s}$$

Multiplicando planta por controlador y realizando la retroalimentación negativa

$$\frac{G(s)G_c(s)}{1 + G(s)G_c(s)} = \frac{8.8kd_2 s^3 + 8.8kds^2 + 8.8kps + 8.8ki}{-s^4 + (8.8kd2 + 1.0)s^3 + (8.8kd + 193.6)s^2 + (8.8kp - 193.6)s + 8.8ki}$$

El polinomio característico es:

$$Polinomio\ Deseado = \frac{\omega^2}{(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + 2\beta\zeta\omega)^2}$$

El denominador del polinomio deseado es:

$$Denominador\ del\ Polinomio\ Deseado = (s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + 2\beta\zeta\omega)^2$$
$$Operando$$
$$Denominador = s^4 + s^3(2\omega\zeta + 2\beta\omega\zeta) + s^2(\beta^2\omega^2\zeta^2 + 4\beta\omega^2\zeta^2 + \omega^2) + s(2\beta^2\omega^3\zeta^3 + 2\beta\omega^3\zeta) + \beta^2\omega^4\zeta^2$$

Igualando ***denominador de nuestro polinomio*** con el ***denominador del polinomio deseado***:

$$s^4 + (-8.8 * kd2 - 1.0) * s^3 + (-8.8 * kd - 193.6) * s^2 + (193.6 - 8.8 * kp) * s - 8.8 * ki =$$
$$= s^4 + s^3(2\omega\zeta + 2\beta\omega\zeta) + s^2(\beta^2\omega^2\zeta^2 + 4\beta\omega^2\zeta^2 + \omega^2) + s(2\beta^2\omega^3\zeta^3 + 2\beta\omega^3\zeta) + \beta^2\omega^4\zeta^2$$

Igualando los coeficientes para hacer que nuestro polinomio tenga las características del polinomio deseado obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{gathered} s^4 \rightarrow 1 = 1 \\ s^3 \rightarrow -8.8kd2 - 1.0 = 2\omega\zeta + 2\beta\omega\zeta \\ s^2 \rightarrow -8.8kd - 193.6 = \beta^2\omega^2\zeta^2 + 4\beta\omega^2\zeta^2 + \omega^2 \\ s^1 \rightarrow 193.6 - 8.8kp = 2\beta^2\omega^3\zeta^3 + 2\beta\omega^3\zeta \\ s^0 \rightarrow 8.8ki = \beta^2\omega^4\zeta^2 \end{gathered}$$

Obtención de cita y omega, usamos los parámetros de diseño ζ = 0.5 y Wn=1 Beta=5 (Elegidos).

Despejando k, ki, kd, kd2 de nuestro sistema de ecuaciones:

$$\begin{gathered} ki = -1.0227 \\ kp = 20.0909 \\ kd = -23.9545 \\ kd2 = -0.9318 \end{gathered}$$

Montando el sistema en simulink para entrada escalón