

# Diseño e implementación de PID análogo hallado mediante técnicas de sintonización planta térmica.

Cáseres Pinzón Brian Sebastian, Garcia Didier, Lizarazo Nicolas Esteban.

{u1803245, u18003250 y u1802999}@unimilitar.edu.co

Profesor Adriana Riveros.

**Resumen**—La respuesta temporal de sistemas es una de las diversas aplicaciones que pueden surgir a partir de la fuerza elástica, mecánicas y eléctricas. En el siguiente laboratorio se realizará un análisis de un sistema eléctrico donde se evidencia una respuesta temporal. De este se obtendrá la función de transferencia que describe su comportamiento y se comparará con simulaciones realizadas en software especializado en sistemas eléctricos.

## Palabras Claves

- Electrónico.
- Respuesta Temporal.
- Estabilidad

## I. INTRODUCCIÓN

Se analiza un sistema eléctrico, donde se evalúa su comportamiento y respuesta a partir de un impulso de entrada. Adicional a esto se encuentra la función de transferencia que describe el comportamiento del sistema, teniendo en cuenta el criterio de polos dominantes y sus diferentes equivalencias de la respuesta del sistema.

## II. OBJETIVO



- Obtener teóricamente la función de transferencia implementa Laplace y espacios de estados
- Simular y analizar el comportamiento del circuito teniendo en cuenta el criterio de Routh-Hurwitz.



## III. MARCO TEÓRICO

### Señales de Prueba

En el análisis y diseño de sistemas de control es necesario tener una base para comparar los sistemas de control. Esto se hace especificando señales de entrada de prueba y comparando las respuestas de varios sistemas a estas señales de entrada.

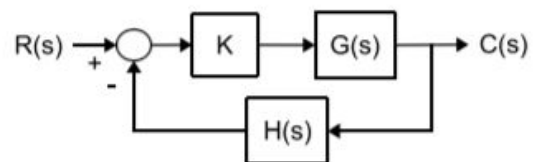
Las señales de prueba que se usan regularmente son funciones escalón, rampa, parábola, impulso, senoidal, etc.

Impulse	$\delta(t)$	
Step	$u_s(t)$	

Ramp	$r(t) = t u_s(t)$	
Senoidal	$\sin(\omega t) u_s(t)$	

### Construcción del Lugar Geométrico de las Raíces

El método de construcción para el lugar geométrico de las raíces de la ecuación característica a lazo cerrado cuando se varía un parámetro se fundamenta en un esquema de control de retroalimentación simple como el que se muestra en la Fig. 3, para el cual la ecuación característica a lazo cerrado es la que expresa la Ec. 1, cuyas soluciones representan los polos del lazo cerrado.



$$1 + KG(s)H(s) = 0 \quad (1)$$

El lugar geométrico de las raíces se realizará para variaciones de K desde cero hasta infinito, aún cuando es posible realizarlo para K menor que cero, lo que se conoce como lugar geométrico inverso. Partiendo del hecho de que s es una variable compleja, es posible reescribir la Ec. 1 en forma

polar, tal como lo expresa la 2. A partir de dicha ecuación se pueden identificar dos condiciones que deben cumplirse para satisfacer la ecuación anterior, las cuales son conocidas como la condición de módulo y la condición de ángulo y se expresan según las Ecs. 3 y 4, respectivamente.

$$|KG(s)H(s)| \angle KG(s)H(s) = -1 + j0 \quad (2)$$

$$|KG(s)H(s)| = 1 \quad (3)$$

$$\angle KG(s)H(s) = 180^\circ \pm k360^\circ \quad (4)$$

donde  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Si la función de transferencia a lazo abierto se factoriza en polos y ceros, tal como se muestra en la Ec 5, las condiciones de módulo y de ángulo pueden reescribirse según se muestra en las Ecs. 6 y 7, respectivamente.

$$KG(s)H(s) = K \frac{\prod_{i=1}^m (s+z_i)}{\prod_{j=1}^n (s+p_j)} \quad (5)$$

$$K \frac{\prod_{i=1}^m (s+z_i)}{\prod_{j=1}^n (s+p_j)} = 1 \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^m [\angle(s+z_i)] - \sum_{j=1}^n [\angle(s+p_j)] = 180^\circ \pm k360^\circ \quad (7)$$

Las dos condiciones anteriores deben cumplirse para cada una de las raíces que formen parte del lugar geométrico, de forma tal que se garantice que cada una de ellas sea solución de la ecuación característica a lazo cerrado. Gracias a la condición de ángulo se determina la ubicación geométrica de las raíces, es decir, la forma del lugar geométrico, en tanto que la condición de módulo permite determinar el valor de la ganancia K a lo largo de dicho lugar geométrico.

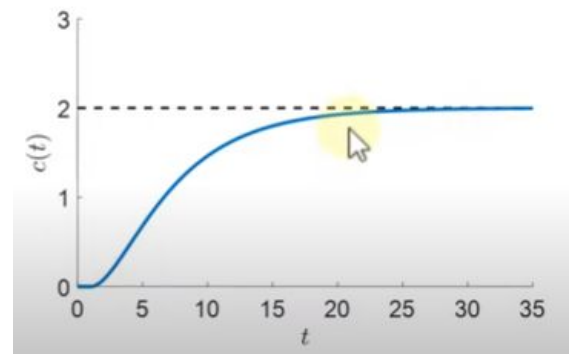
Es por ello que se concluye que el lugar geométrico de las raíces comienza en los polos del lazo abierto y termina en los ceros de lazo abierto a medida que K aumenta desde cero hasta infinito. También se puede concluir que el número de tramos o ramas del lugar geométrico será igual al número de polos de la función de transferencia de lazo abierto y que siempre será simétrico respecto al eje real.

#### IV. Desarrollo

- ¿Cual es la tecnica de sintonizacion por Ziegler y Nichols?

Existen dos metodos de sintonizacion, que funcionan principalmente para sistemas donde no se tienen el modelo matemático.

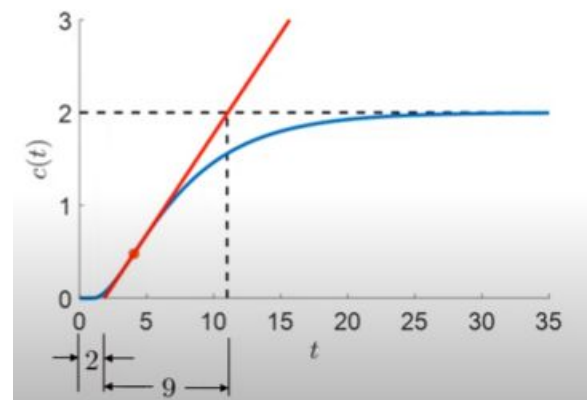
**Metodo Uno:** Este método contiene una dinámica en lazo abierto, el controlador PID se pone en forma manual, esto con la intencion de asignarle al proceso una entrada de tipo escalon. Este metodo solo sirve para sistemas que son sigmoidales. como los que se observan en la siguiente figura.



Lo principal, es poder representar la figura en una ecuacion de primer orden con retardo, como se ve en la siguiente figura.

Ejemplo:

Como ejemplo usaremos la figura XX, como se puede observar, la señal se estabiliza en 2, de ese modo encontramos la ganancia K, posterior a eso se traza la linea tangente en el punto de inflexion como se ve en la siguiente figura.



En la misma figura se pueden observar diferentes datos importantes, como por ejemplos el tau, que es la distancia entre el origen hasta el punto de interseccion entre la tangente y la ganancia, en este caso 9 y el tiempo de retardo es 2.

En la siguiente ecuacion se puede apreciar la ecuacion XX con los valores obtenidos a trave de la grafica.

$$G_p(s) = \frac{2e^{-2s}}{9s + 1}$$

- ¿Qué son los sistemas de control auto-tuning, self-tuning? Usar matlab y presentar un ejemplo

En la teoría del control, un sistema de autoajuste es capaz de optimizar sus propios parámetros internos de funcionamiento para maximizar o minimizar el

cumplimiento de una función objetivo; típicamente la maximización de la eficiencia o la minimización de errores.

- ¿De qué manera son usados los comandos de matlab place y acker?

K %acker(A,B,J)

K %place(A,B,J)

Utilizando un control mediante realimentación del estado  $u=-Kx$ , se pretende que los polos en lazo cerrado estén en  $s = u_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), donde  $u_1 = -2 + j4$ ,  $u_2 = -2 - j4$ ,  $u_3 = -10$

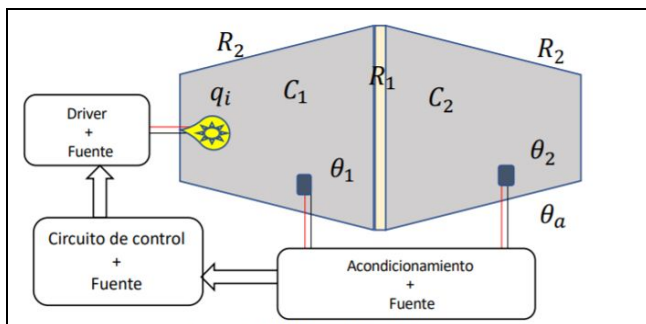


Figura 1: Sistema Térmico.

#### Análisis por Euler-Newton.

Realizando el diagrama de cuerpo libre se obtienen las siguientes ecuaciones.

#### Modelo Matemático.

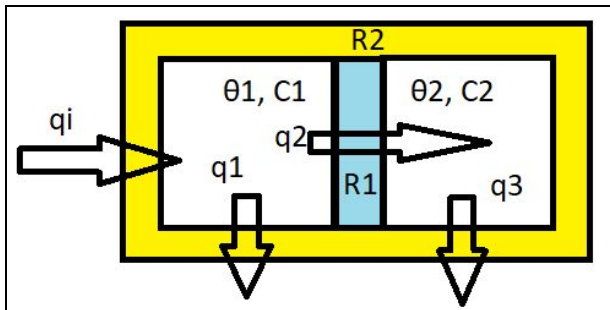


Figura 2. Figura del modelo.

$$\dot{\theta}_1 = \frac{1}{C_1} [q_i - q_1 - q_2]$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{1}{C_2} [q_2 - q_3]$$

$$q_1 = \frac{\theta_1 - \theta_a}{R_2}$$

$$q_2 = \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_1}$$

$$q_3 = \frac{\theta_2 - \theta_a}{R_2}$$

Espacio de estados con jacobiano

$$\begin{pmatrix} \dot{t}_1 \\ \dot{t}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} & \frac{1}{c_1 r_1} \\ \frac{1}{c_2 r_1} & -\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{c_1} \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} u$$

Función de transferencia salida  $t_2$ .

$$ftgen = \frac{r_2^2}{(c_1 c_2 r_1 r_2^2) s^2 + (c_1 r_2^2 + c_2 r_2^2 + c_1 r_1 r_2 + c_2 r_1 r_2) s + r_1 + 2 r_2}$$

Función de transferencia constantes reemplazadas.

Constantes:

$c_1=0.005$ ;  $c_2=0.002$ ;  $r_1=50$ ;  $r_2=100$ ;  $t_a=293$ ;

Puntos de operación:

$t_2=400$  [K].

$t_1=453.5$  [K].

$q_i=2.6750$  [W]

$$ftnum = \frac{2000}{s^2 + 21 s + 50}$$

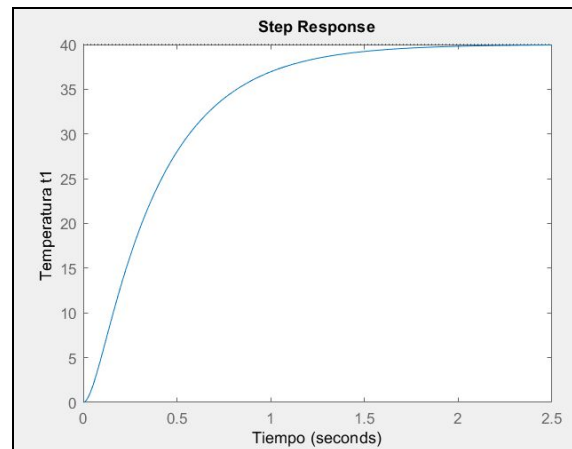
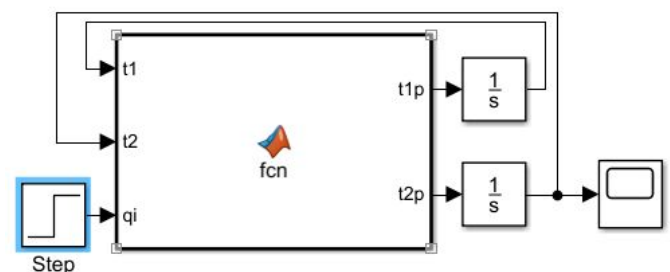


Figura 3: Respuesta al escalón con salida  $t_2$ .

Simulación del modelo.



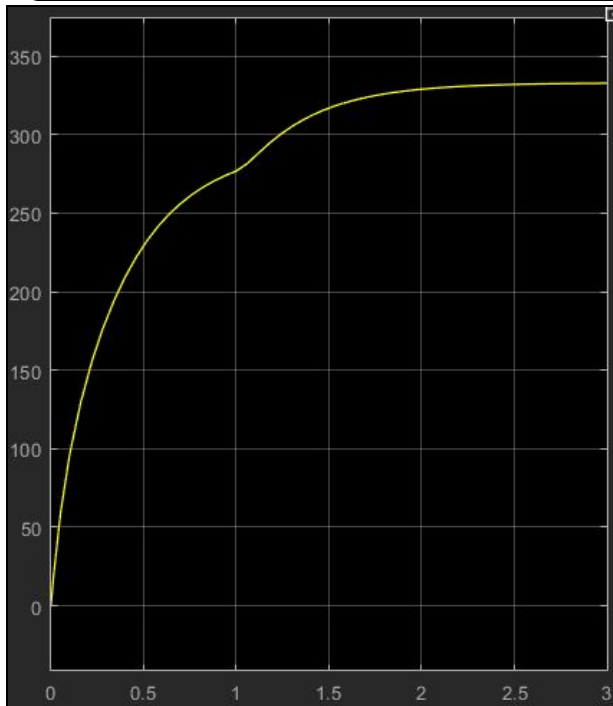


Figura 4: Respuesta matlab function alimentar sistema con señal impulso unitario en la entrada qi, Respuesta al escalón.

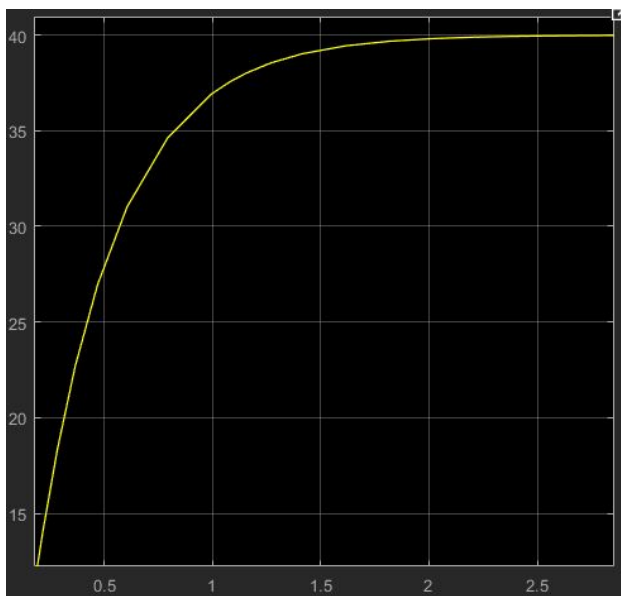
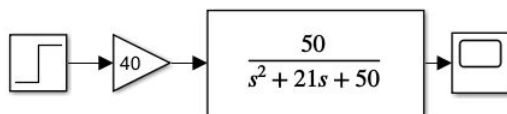


Figura 5: Respuesta escalón señal en bloques simulink. Respuesta transitoria.

$$c(t) = 1 - e^{-(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t}, \quad \text{para } t \geq 0$$

Entonces:

$$1.0 - 1.0 * \exp(-2.7379 * t)$$

Graficando

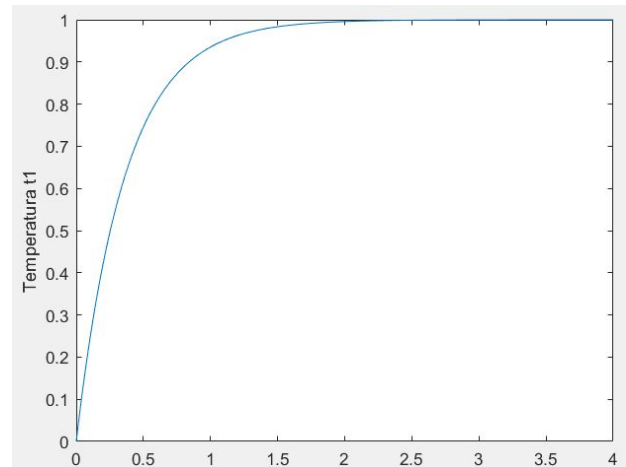


Figura 6: Respuesta transitoria del sistema en segundos.

Cálculo de K

ftnum =

2000

s^2 + 21 s + 50

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$\omega_n^2 = 50$

$K = 2000/50 = 40$

Cita = 1.484924

Entonces el sistema puede expresarse como k multiplicado por:

ft =

50

s^2 + 21 s + 50

Entonces  $\omega_n = 7.071$  y Cita = 1.4849.

Error estado estable:

Para hallar el error en estado estable partimos de la siguiente tabla, y conociendo que la ganancia K es 10

	Error entrada escalón $e_{ss}$
Sistema Tipo 0	$\frac{1}{1+K}$
Sistema Tipo 1	0
Sistema Tipo 2	0

Tabla x.

$$e^{ss} = \frac{1}{1+40} = \frac{1}{41} = 0.0243902439$$

### Constante de tiempo.

Valor Final=40

Tau=63%

Amplitud Tau=40\*0.63=25.2

Para amplitud 25.2 -> Tau=0.422 Segundos.

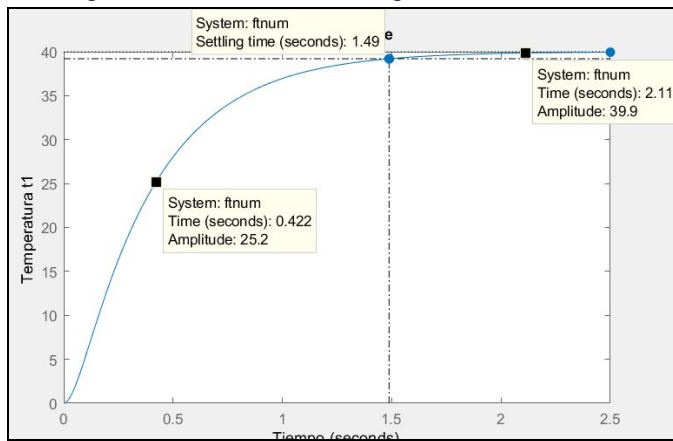


Figura 7: Constantes Tau, Valor final.

### Tiempo de establecimiento.

Sistema alcanza valor final en 5\*Tau=2.11 Segundos.

### Tiempo de retardo.

El sistema alcanza el 60% de su valor final en 0.313 Segundos.

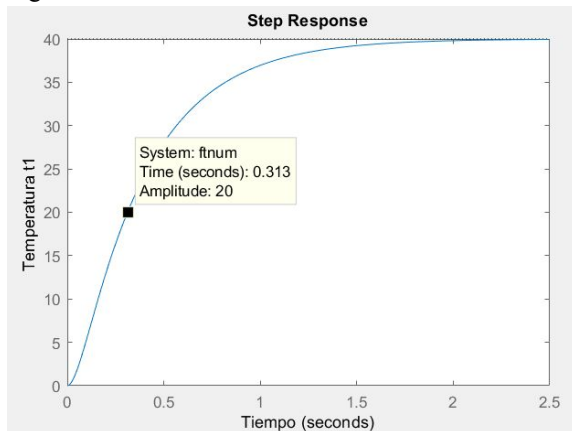


Figura 8: Tiempo de retardo del sistema.

### Controlador PID por Ziegler-Nichols

Se traza la línea tangente al punto de inflexión.

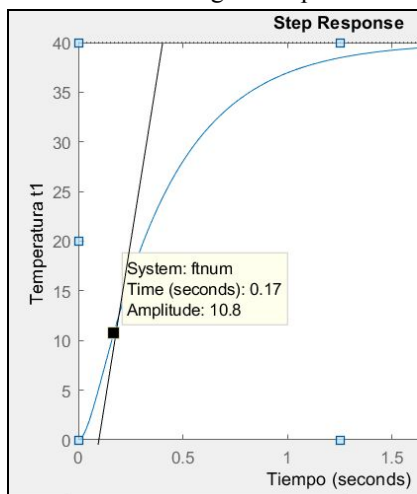


Figura 9: Sintonización por Ziegler-Nichols.

Se Se obtiene que  $T=0.3$  y  $L=0.1$  por lo tanto  $K_p=3.6$ ,  $K_i=18$ ,  $K_d=0.18$ .

Implementando el controlador PID.

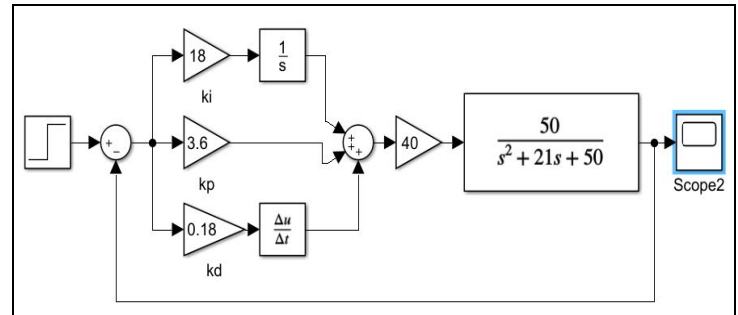


Figura 10: PID implementando las constantes.

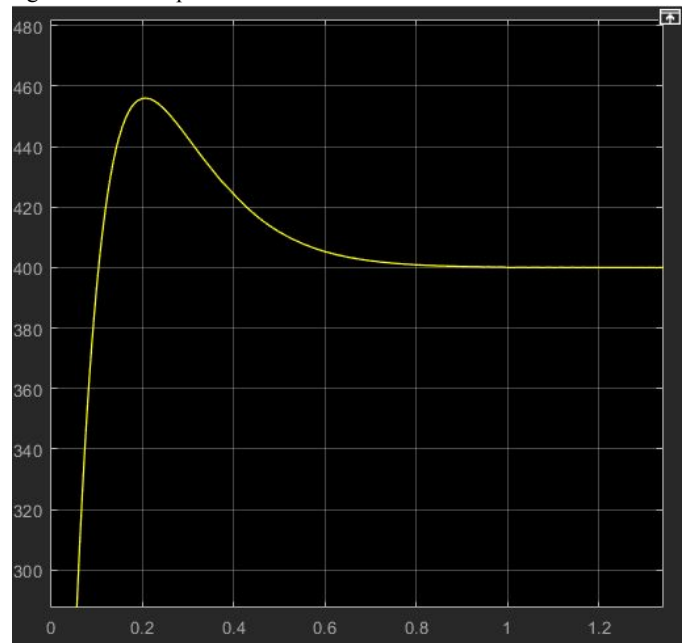


Figura 11: Salida del sistema.

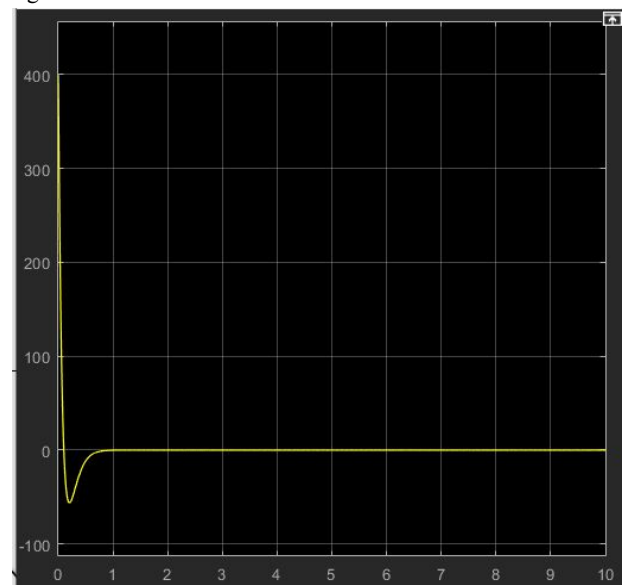


Figura 12: Visualización del error.



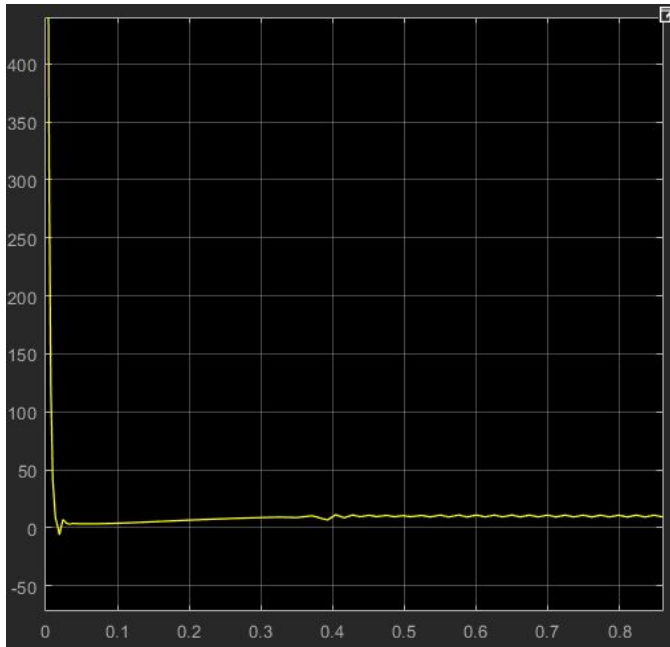
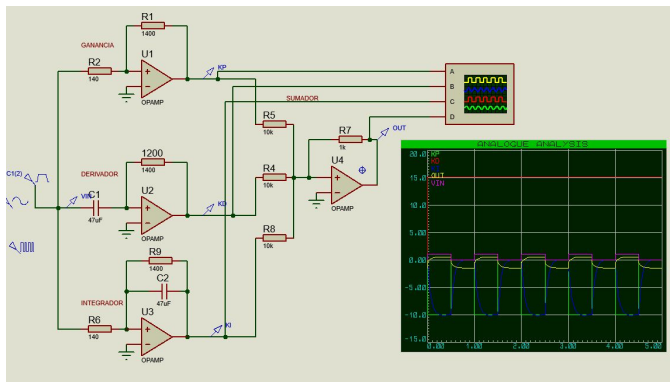


Figura 13: Señal de control.

- **Circuito Integrodiferencial**

$$k_p e(t) + k_i \int e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt}.$$

Circuito diseñado

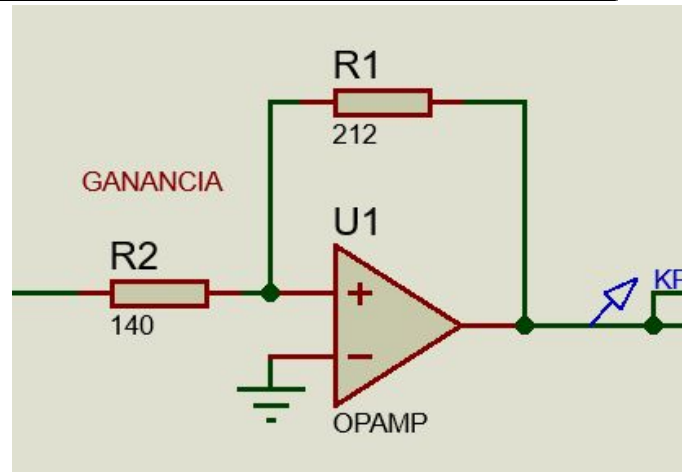


KP

Cálculo Rp

140/0.65753

ans = 212.92



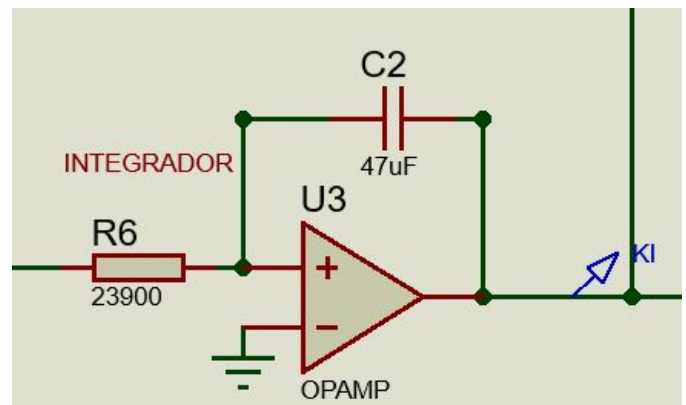
KI

Cálculo Ri

ri = 2.3955e+04

Gi =

$$-\frac{10000}{11259 s}$$



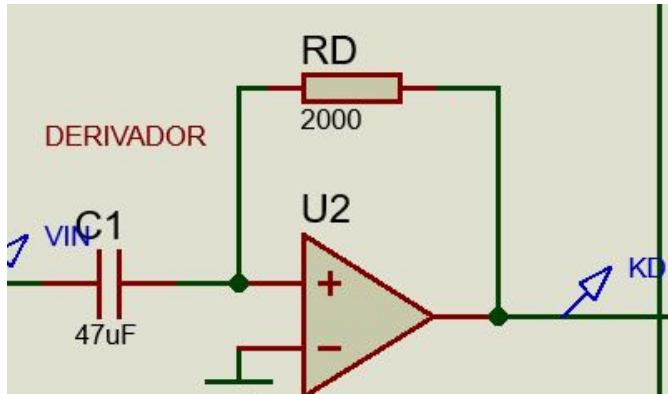
KD

Calculo RD

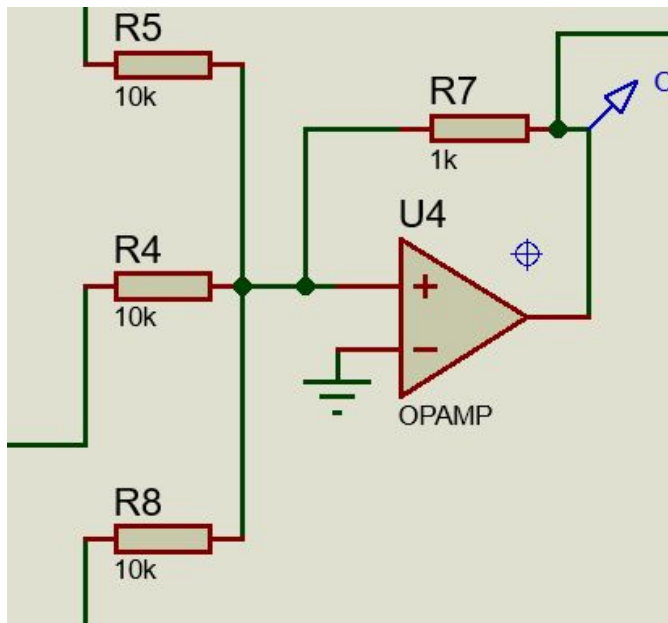
$$r_d = 2.0426e+03$$

$$G_d =$$

$$-\frac{12s}{125}$$



SUMADOR:



$$k_p e(t) + k_i \int e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt}.$$

$$G_c =$$

$$\frac{197259s}{3125000} + \frac{65753}{112590s} + \frac{65753}{100000}$$

### CONCLUSIONES:

- Se observó, que el sistema térmico en general se estabiliza más lento, que otros sistemas como los eléctricos, no obstante el sistema eléctrico diseñado por medio de amplificadores operacionales, se diseñó para que tuviera el mismo comportamiento que el controlador por Ziegler-Nichols, implementando por medio de una ecuación integro diferencial cuya entrada era voltaje.

-Se comprobó que el método de control por medio de sintonización de Ziegler-Nichols es importante y útil cuando no se conoce la planta, no obstante la desventaja que implica es que al ser un método experimental puede no funcionar a la primera pero una vez llegadas a las constantes correctas el sistema puede ser controlado pero son tener el cuenta parámetros como máximo sobreimpulso, tiempo de establecimiento, entre otros, su principal y único objetivo es controlar un sistema.

### REFERENCIAS.

- [1] Riveros Adriana, Clases de modelos, Mec C.
- [2] Ogata, K, (2010), Ingeniería de control moderna, Madrid, España, Pearson.

ANEXOS:

