Control planta térmica por PID diseño

Cáseres Pinzón Brian Sebastian, Garcia Didier, Lizarazo Nicolas Esteban.
{u1803245, u18003250 y u1802999}@unimilitar.edu.co
Profesor Adriana Riveros.

Resumen—*La respuesta temporal de sistemas es una de las diversas aplicaciones que pueden surgir a partir de la fuerza elástica, mecánicas y eléctricas. En el siguiente laboratorio se realizará un análisis de un sistema eléctrico donde se evidencia una respuesta temporal. De este se obtendrá la función de transferencia que describe su comportamiento y se comparará con simulaciones realizadas en software especializado en sistemas eléctricos.*

Palabras Claves
- *Electrónico.*
- *Respuesta Temporal.*
- *Estabilidad*

I. INTRODUCCIÓN

Se analiza un sistema eléctrico, donde se evalúa su comportamiento y respuesta a partir de un impulso de entrada. Adicional a esto se encuentra la función de transferencia que describe el comportamiento del sistema, teniendo en cuenta el criterio de polos dominantes y sus diferentes equivalencias de la respuesta del sistema.

II. OBJETIVO

General: Diseñar y simular un sistema de control para una planta térmica usando técnicas de diseño de PID (asignación de polos), e implementación del regulador mediante un circuito que represente al sistema integro diferencial (PID) y cuyos valores se calculan en el diseño.
Específicos:

Modelar una planta térmica de primer orden con retardo, así como sus representaciones en función de transferencia y espacio de estados.
Identificar los estados presentes en el sistema y el tipo de respuesta ante entrada escalón y ante entrada rampa.
Diseñar dos reguladores tipo PID, uno para seguimiento a escalón y otro para rampa, mediante el uso de técnicas de asignación de polos y su simulación mediante operacionales en Proteus (diseñar, simular y probar el correcto funcionamiento).

III. DESARROLLO DE LA PRÁCTICA

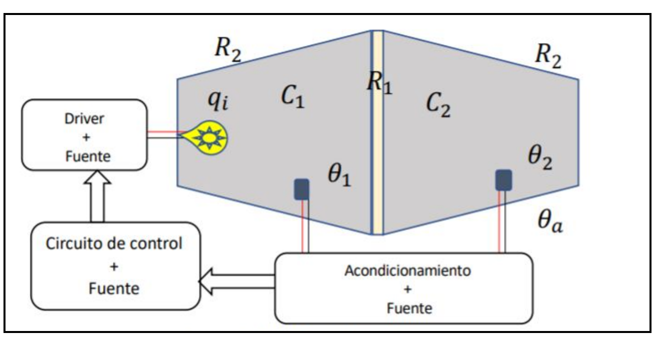


Figura 1: Sistema Térmico.

Encontrar el modelo matemático que corresponde al sistema de la Figura 1, considerando como salida θ2.

Análisis por Euler-Newton.
Realizando el diagrama de cuerpo libre se obtienen las siguientes ecuaciones.

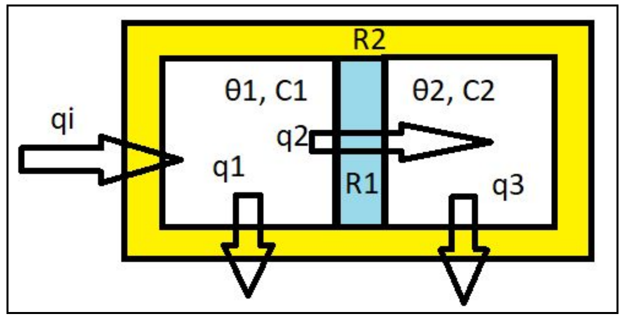


Figura 2. Figura del modelo.

Modelo Matemático.

$$\dot{\theta}_1 = \frac{1}{C_1}[q_i - q_1 - q_2]$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{1}{C_2}[q_2 - q_3]$$

$$q_1 = \frac{\theta_1 - \theta a}{R_2}$$

$$q_2 = \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_1}$$

$$q_3 = \frac{\theta_2 - \theta_a}{R_2}$$

Espacio de estados con jacobiano

$$\begin{pmatrix} t1p \\ t2p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}}{c_1} & \frac{1}{c_1\, r_1} \\ \frac{1}{c_2\, r_1} & -\frac{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}}{c_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{c_1} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ta}$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} + (0)\ \text{ta}$$

Función de transferencia salida $\theta 2$.

ftgen =

$$\frac{r_2^{\,2}}{\left(c_1\, c_2\, r_1\, r_2^{\,2}\right) s^2 + \left(c_1\, r_2^{\,2} + c_2\, r_2^{\,2} + c_1\, r_1\, r_2 + c_2\, r_1\, r_2\right) s + r_1 + 2\, r_2}$$

Función de transferencia constantes reemplazadas salida $\theta 2$.

La capacitancia del sistema está dada por el producto entre la masa del fluido y su calor específico, en este caso el fluido es aire y tiene un calor específico de ρ_{aire} =1012[J/Kg*°K] a la presión atmosférica normal y a 15 ºC.

La recamaras tienen una forma cuadrada de 15 cm del lado, por lo cual su volumen sería $0.15^3\,[m^3]$=3.375x 10^{-3} $[m^3]$ y conociendo que la densidad del aire es 1,225 kg/m^3 , podemos calcular la masa del aire en la recamara como M=Densidad*Volumen

M_{aire}=1.225*3.375x 10^{-3}=4.13x 10^{-3} $[Kg]$

C=M_{aire} * ρ_{aire} =4.13x 10^{-3} *1012=4.18[J/°K]

Para hallar las resistencias térmicas, se hace mediante la fórmula.

$R = \frac{d}{A\alpha}$,donde R es la resistencia térmica en [K/W], d es el espesor, A el área transversal y α es la conductividad térmica del material.

Para R1 el material es una placa cuadrada de vidrio de 5mm de espesor y es un cuadrado de 15cm de lado, d=0.05m, A=0.0225 $[m^2]$ y α_{vidrio} =(0,6 hasta 1,0)[W/(°K*m)] tomamos el valor medio α=0,8[W/(°K*m)].

$R_1 = \frac{0.05}{0.0225*0.8} = 2.77[W/(°K*m)]$.

Para R2 el material es MDF de 5mm de espesor y es un cubo de 15cm de lado sin una de sus caras, por lo cual podemos tomar el área de la placa de vidrio y multiplicarla por 5 ya que son la cantidad de caras que tiene la parte de la recamara de madera, d=0.05m, A=6*(0.0225)=0.135 $[m^2]$ y α_{madera} =0.13[W/(°K*m)] .

$R_2 = \frac{0.05}{0.135*0.13} = 2.85[W/(°K*m)]$.

C=4.18[J/°K]=C1=C2

$R_2 = 2.85[W/(°K*m)]$.

$R_1 = 2.77[W/(°K*m)]$.

θambiente=293 $°K$

Puntos de operación para $\theta 2$=315 $°K$ =41.85 $°C$

$\theta 1$=346 .24$°K$ =73.09 $°C$

qi=17.72 [W]

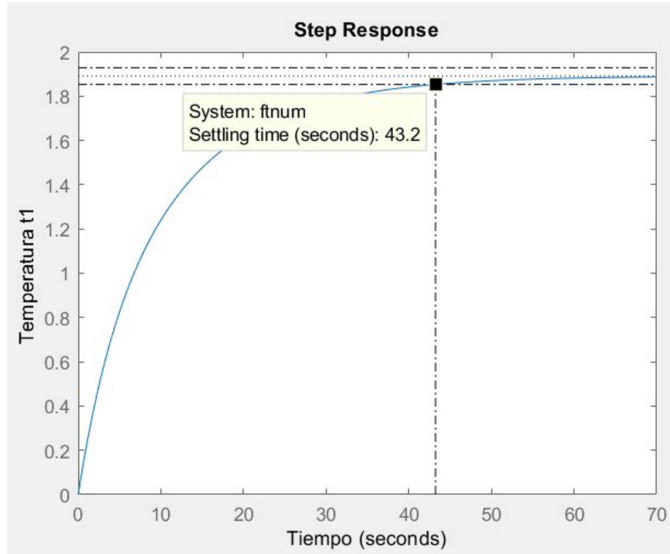
Función de transferencia constantes reemplazadas salida $\theta 2$.

```
ftnum =

          0.02066
  ------------------------
  s^2 + 0.3406 s + 0.02155
```

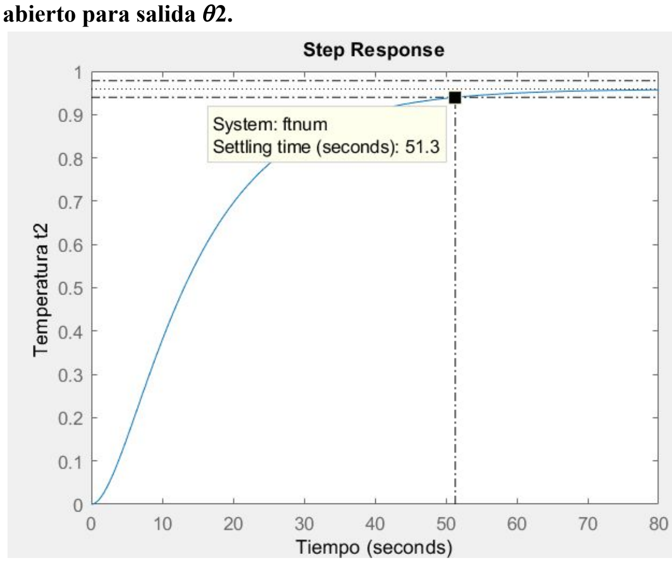
Función de transferencia constantes reemplazadas salida $\theta 1$.

```
ftnum =

     0.2392 s + 0.04074
  ------------------------
  s^2 + 0.3406 s + 0.02155
```

Respuesta al escalón de la función de transferencia en lazo abierto para salida $\theta 1$.



Respuesta al escalón de la función de transferencia en lazo abierto para salida $\theta 2$.



Partiendo del sistema sugerido antes, diseñar usando técnicas por asignación de polos un control PID para la temperatura de la recamara uno, tal que cumpla los siguientes parámetros: $ess = 0$, $\zeta = 0.95$ y $ts = 95\%$ del tiempo de establecimiento en lazo abierto. Lo anterior para seguir escalón, rampa y parábola en simulación. Repita el procedimiento para controlar la segunda recámara.

<u>Control PID para recamara 1</u>

$ess = 0$, $\zeta = 0.95$ y $ts = 95\%$ del tiempo de establecimiento en lazo abierto.

Ts$\theta 1$=43.2*0.95=41.04 Segundos.

Wn= $\frac{4}{*Ts1} = \frac{4}{0.95*41.04}$ =0.102[Rad/s]

Entrada Escalón.

Con control Parábola se garantiza el seguimiento

Entrada Rampa.

Con control Parábola se garantiza el seguimiento

Entrada Parábola.

Como la función de transferencia tiene un cero se agrega un prefiltro. Para ello primero expresamos el cero de la función de transferencia en la forma estándar, el prefiltro es el cociente entre la constante que suma al cero y "s" más esta constante, luego multiplicamos la función de transferencia por el prefiltro.

Función de transferencia constantes reemplazadas salida $\theta 1$.

```
ftnum =

   0.2392 s + 0.04074
  ------------------------
  s^2 + 0.3406 s + 0.02155
```

Expresamos el cero de forma estándar.

$$G(s) = \frac{0.2392(s + 0.1703)}{s^2 + 0.3406s + 0.02155}$$

El prefiltro seria.

$$P_f = \frac{0.1703}{s + 0.1703}$$

Multiplicando el prefiltro por la función de transferencia.

$$G(s) * P_f = \frac{0.2392(s + 0.1703)}{s^2 + 0.3406s + 0.02155} * \frac{0.1703}{s + 0.1703}$$

$$G(s) * P_f = \frac{0.2392 * 0.1703}{s^2 + 0.3406s + 0.02155}$$

$$G(s) * P_f = \frac{0.04073576}{s^2 + 0.3406s + 0.02155}$$

Por lo tanto la transferencia para la que se diseña el control es

$$G(s) = \frac{0.04073576}{s^2 + 0.3406s + 0.02155}$$

Controlador escogido P I I2 I3 D

$$G_c(s) = \frac{Kds^4 + kps^3 + kis^2 + ki2s + ki3}{s^3}$$

Multiplicando controlador por función de transferencia.

$$G(s) * G_c(s) = \frac{0.040736kds^4 + 0.0407kps^3 + 0.0407kis^2 + 0.0407ki2s + 0.0407ki3}{s^5 + 0.3406 * s^4 + 0.02155s^3}$$

Realizando la retroalimentación negativa del controlador por función de transferencia.

$$\frac{0.040736kds^4 + 0.0407kps^3 + 0.0407kis^2 + 0.0407ki2s + 0.0407ki3}{s^5 + (0.0407 * kd + 0.34) * s^4 + (0.0407kp + 0.021)s^3 + 0.0407kis^2 + 0.0407ki2s + 0.0407ki3}$$

Polinomio deseado.

$$Pol = \frac{\omega^2}{(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + \beta\zeta\omega)^3}$$

Reemplazando constantes B,Wn,ζ en el polinomio deseado.

$$pol = \frac{0.0104}{s^5 + 1.64s^4 + 0.996s^3 + 0.265s^2 + 0.0293s + 0.00118}$$

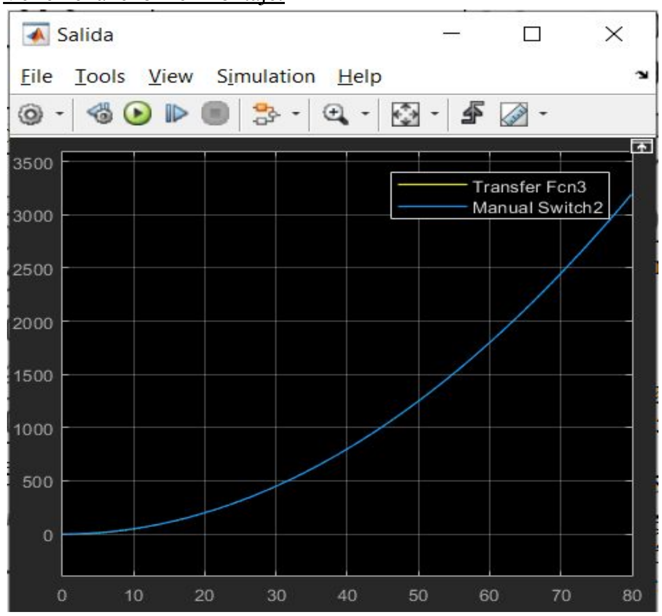
Igualando los coeficientes del denominador del polinomio deseado con el denominador de la retroalimentación.

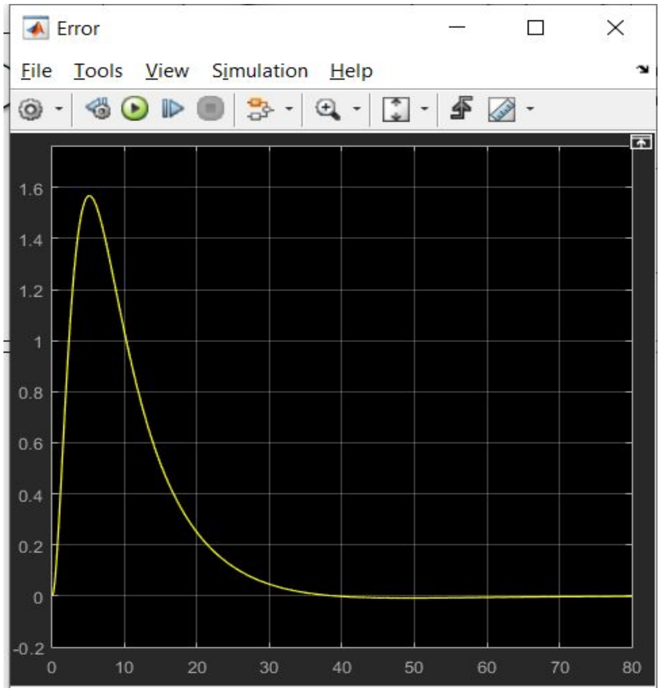
$$\begin{gathered} s^0 \rightarrow 0.040736ki3 == 0.0011833 \\ s^1 \rightarrow 0.040736ki2 == 0.029368 \\ s^2 \rightarrow 0.040736ki == 0.26533 \\ s^3 \rightarrow 0.040736kp + 0.02155 == 0.99631 \\ s^4 \rightarrow 0.040736kd + 0.3406 == 1.6473 \\ s^5 \rightarrow 1.0 == 1.0 \end{gathered}$$

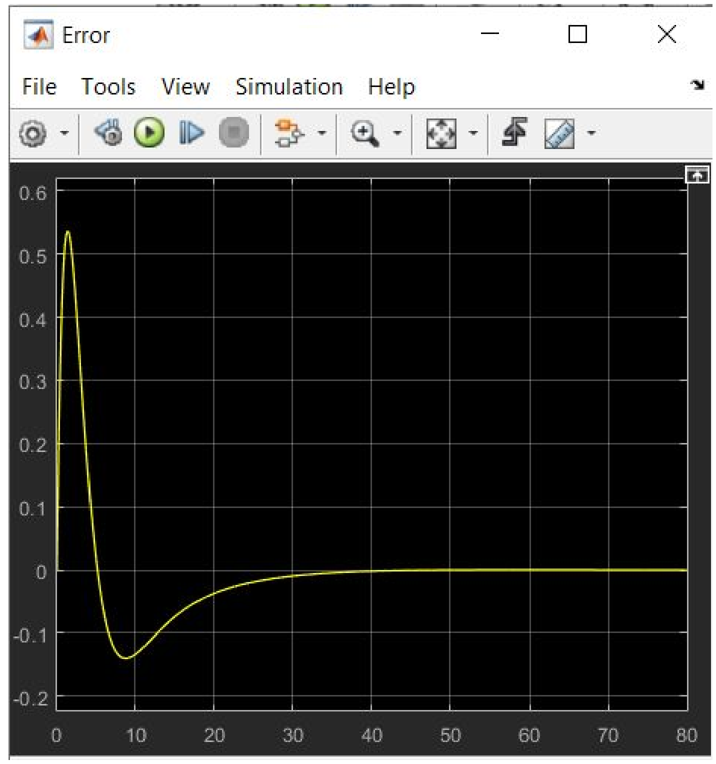
Despejando.

$$\begin{gathered} kd = 32.0775 \\ kp = 23.9289 \\ ki = 6.5135 \\ ki2 = 0.7209 \\ ki3 = 0.0290 \end{gathered}$$

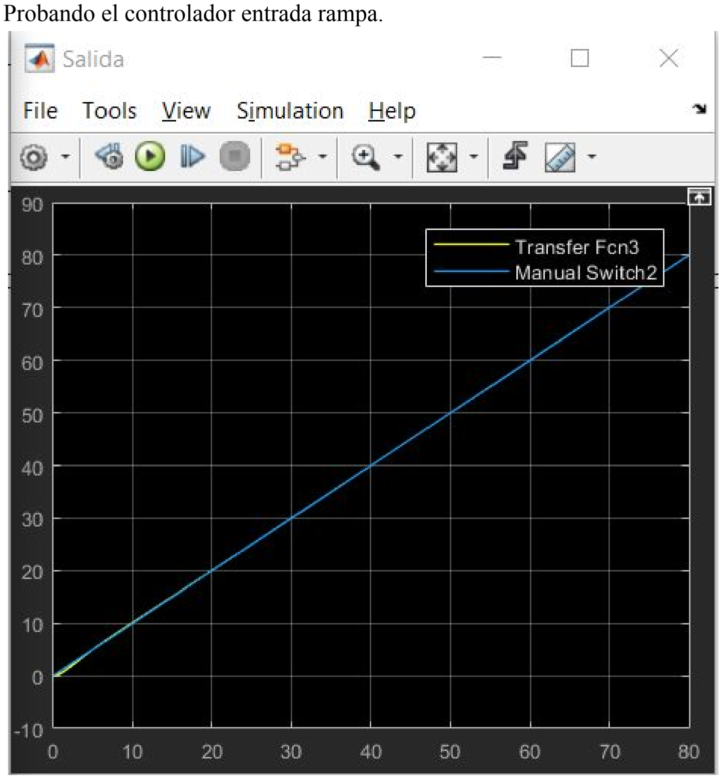
Probando el controlador entrada parábola.
Ver en el anexo 1 el montaje.



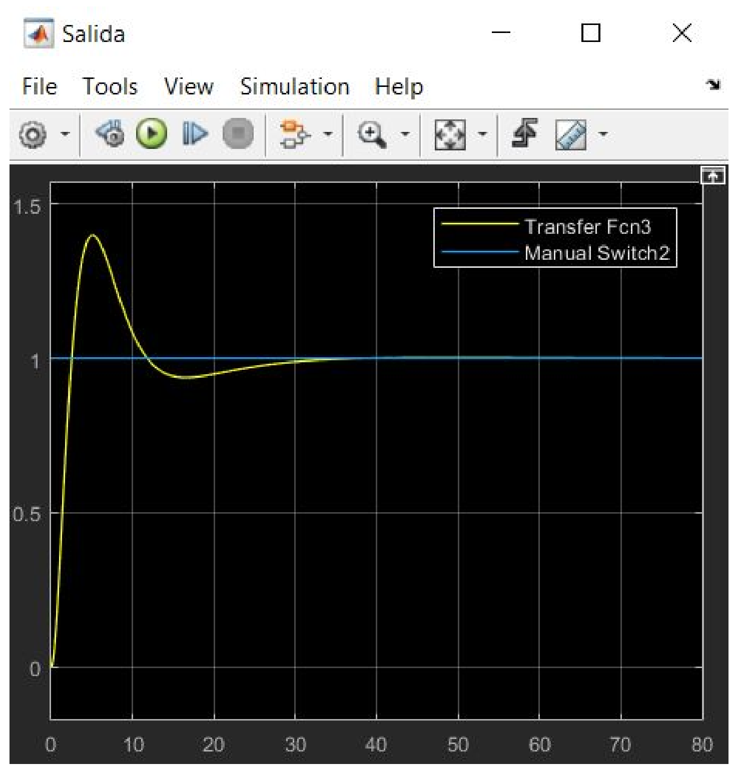


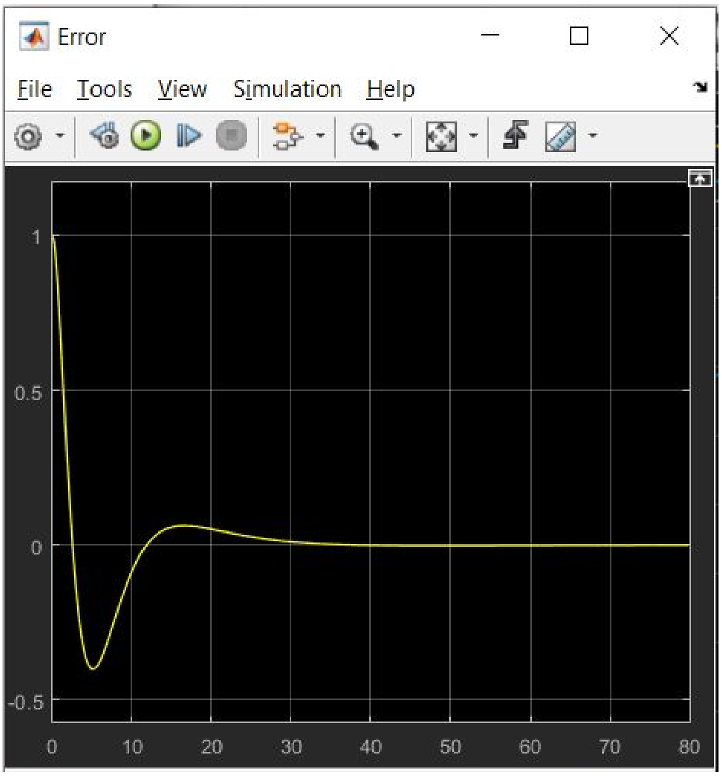


Probando el controlador entrada rampa.



Probando el controlador entrada escalón.





Polinomio deseado.

$$Pol = \frac{\omega^2}{(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + \beta\zeta\omega)^3}$$

Reemplazando constantes B,Wn,ζ en el polinomio deseado.

$$Pol = \frac{0.0075}{s^5 + 1.3954s^4 + 0.71486s^3 + 0.16126s^2 + 0.015119s + 0.000516}$$

Igualando los coeficientes del denominador del polinomio deseado con el denominador de la retroalimentación.

$$\begin{gathered} s^5 \to 0.0266 * ki3 == 0.000516 \\ s^1 \to 0.0266 * ki2 == 0.015119 \\ s^2 \to 0.0266 * ki == 0.16126 \\ s^3 \to 0.0266 * kp + 0.02155 == 0.71486 \\ s^4 \to 0.0266 * kd + 0.3406 == 1.3954 \\ s^5 \to 1.0 == 1.0 \end{gathered}$$

Despejando.

$$\begin{gathered} kd = 39.6526 \\ kp = 26.0644 \\ ki = 6.0625 \\ ki2 = 0.5684 \\ ki3 = 0.0194 \end{gathered}$$

Control PID para recamara 2

$ess = 0$, $\zeta = 0.95$ y ts = 95% del tiempo de establecimiento en lazo abierto.

Tsθ2=51.3*0.95=48.73 Segundos.

Wn= $\frac{4}{*Ts2} = \frac{4}{0.95*48.73}$ =0.0864[Rad/s]

Entrada Escalón.

Con control Parábola se garantiza el seguimiento

Entrada Rampa.

Con control Parábola se garantiza el seguimiento

Entrada Parábola.

Función de transferencia constantes reemplazadas salida θ2.

$$G(s) = \frac{0.02066}{s^2 + 0.3406s + 0.02155}$$

Controlador escogido P I I2 I3 D

$$G_c(s) = \frac{Kds^4 + kps^3 + kis^2 + ki2s + ki3}{s^3}$$

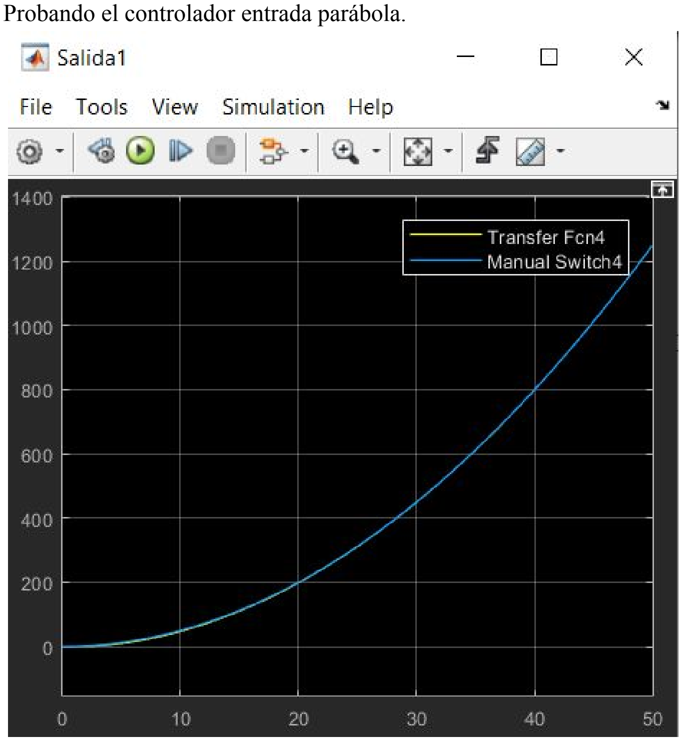
Multiplicando controlador por función de transferencia.

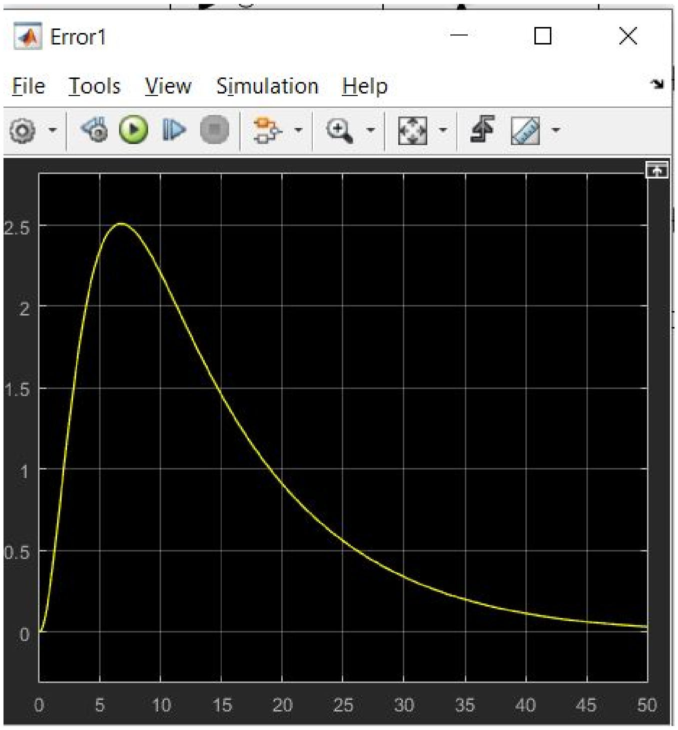
$$\frac{0.02kds^4 + 0.02kps^3 + 0.02kis^2 + 0.02ki2s + 0.02ki3}{s^5 + 0.3406 * s^4 + 0.02155s^3}$$

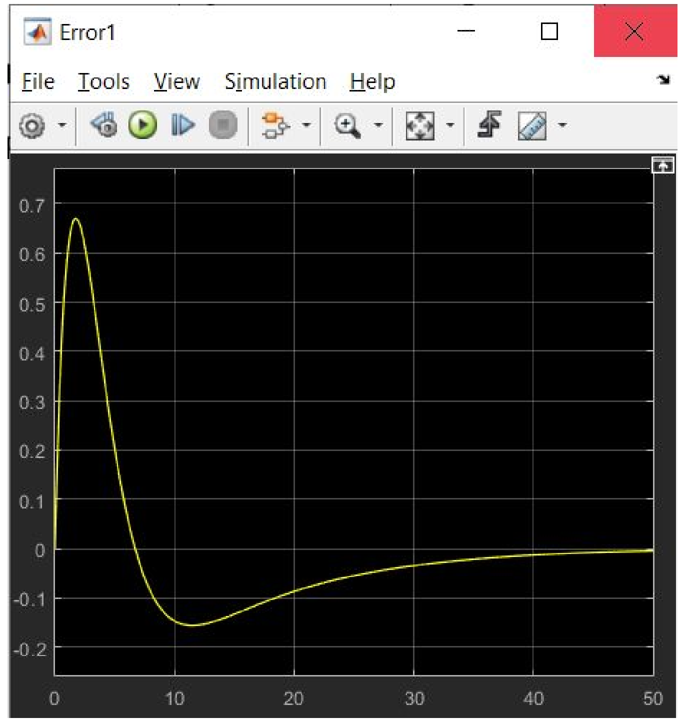
Realizando la retroalimentación negativa del controlador por función de transferencia.

$$\frac{0.0266kds^4 + 0.0266kps^3 + 0.0266kis^2 + 0.0266ki2s + 0.026ki3}{s^5 + (0.0266kd + 0.3406)s^4 + (0.0266kp + 0.02155)s^3 + 0.0266kis^2 + 0.0266ki2s + 0.0266ki3}$$

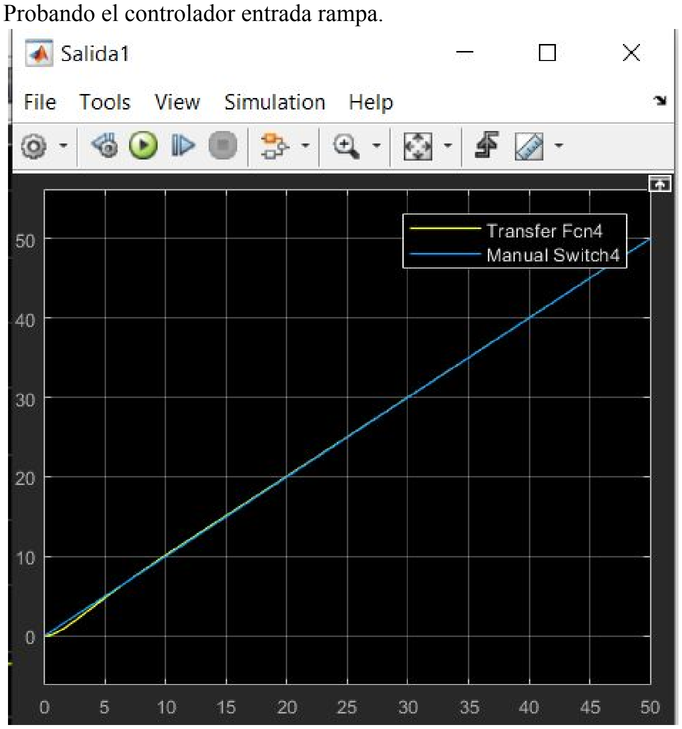
Probando el controlador entrada parábola.



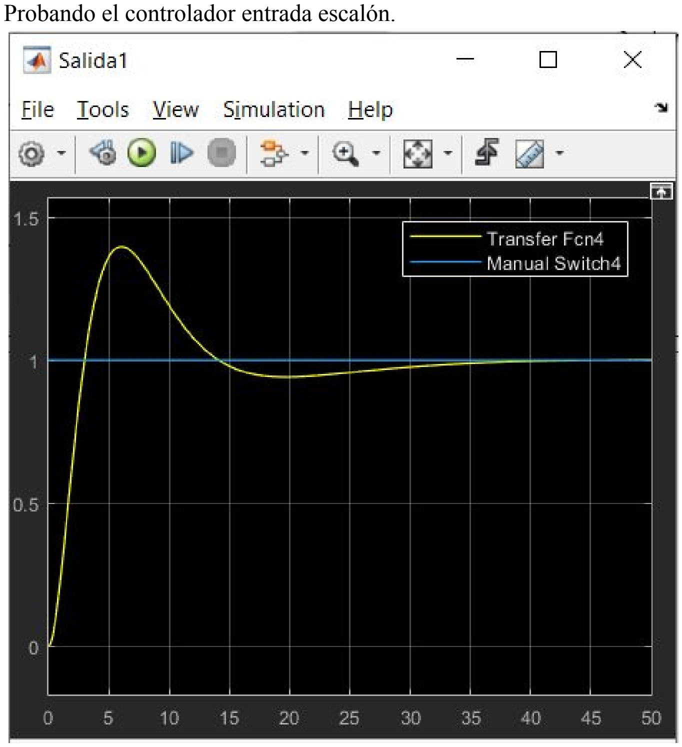


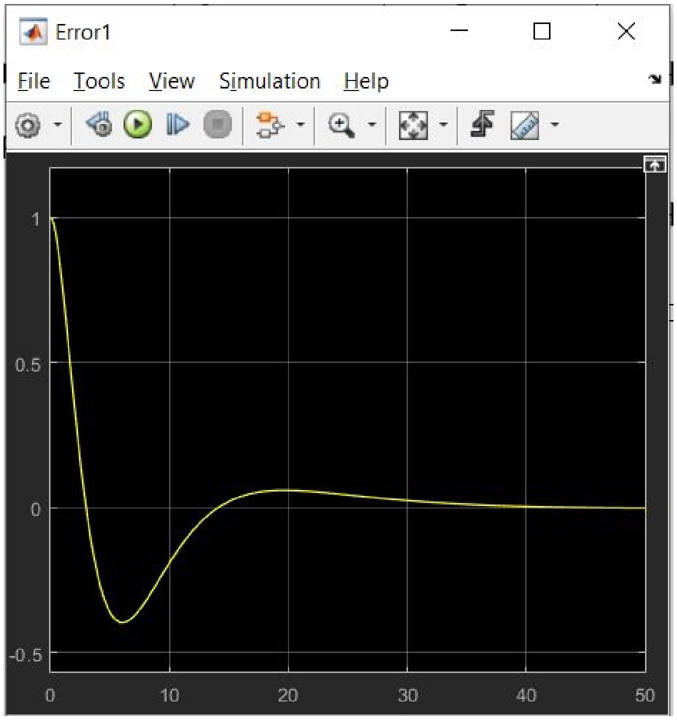


Probando el controlador entrada rampa.



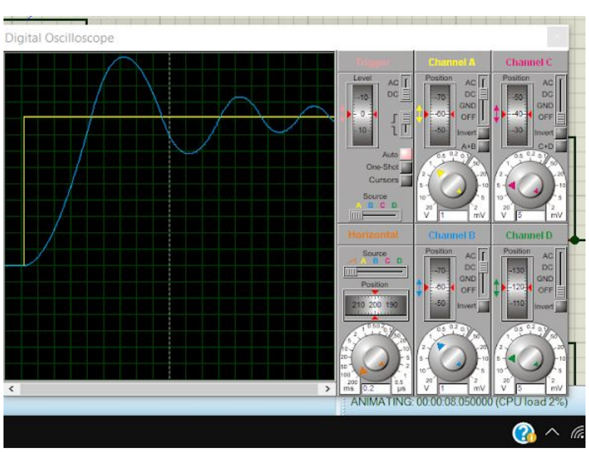
Probando el controlador entrada escalón.

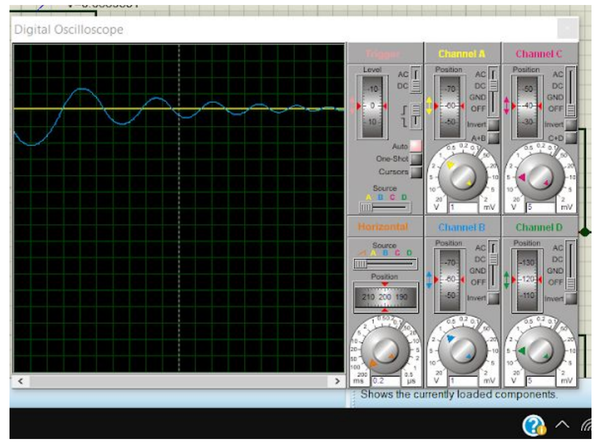




Simular el control de $\theta 2$ para seguimiento a una referencia tipo escalón desde Matlab. Repetirlo para seguimiento a rampa. (Arriba)

Montar el sistema de operacionales que implemente el PID y probar en lazo cerrado.
Montaje (Ver anexo 3) control $\theta 2$ para seguimiento a una referencia tipo escalón





Verificar el funcionamiento de los controladores y comentar.

CONCLUSIONES:

- Se observó, que el sistema térmico en general se estabiliza más lento, que otros sistemas como los eléctricos, no obstante el sistema eléctrico diseñado por medio de amplificadores operacionales, se diseñó para que tuviera el mismo comportamiento que el controlador por Ziegler-Nichols, implementando por medio de una ecuación integro diferencial cuya entrada era voltaje.

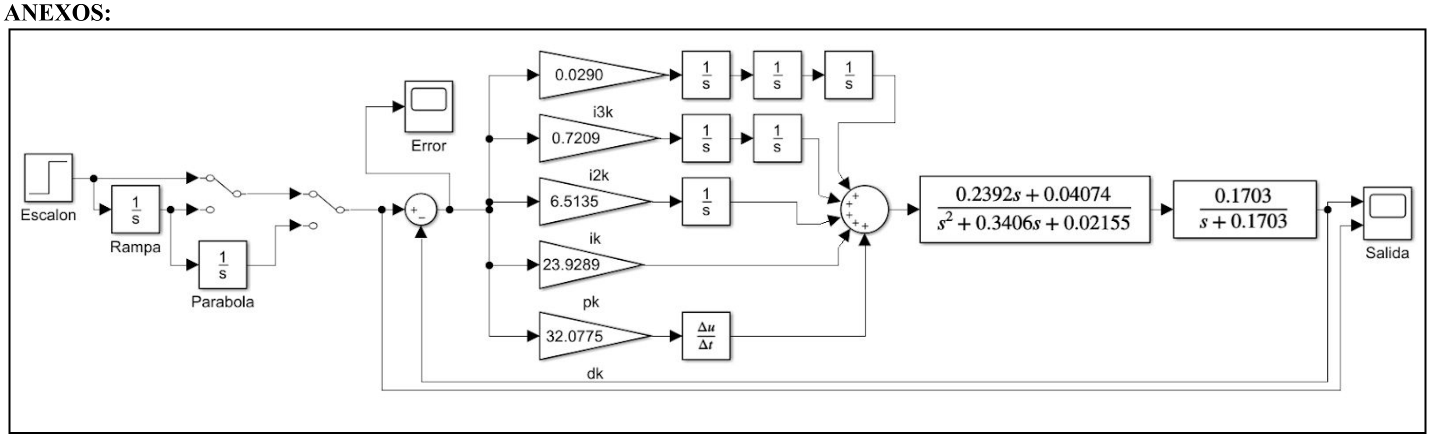
-Se comprobó que el método de control por medio de sintonización de Ziegler-Nichols es importante y útil cuando no se conoce la planta, no obstante la desventaja que implica es que al ser un método experimental puede no funcionar a la primera pero una vez llegadas a las constantes correctas el sistema puede ser controlado pero son tener el cuenta parámetros como máximo sobreimpulso, tiempo de establecimiento, entre otros, su principal y único objetivo es controlar un sistema.

REFERENCIAS.

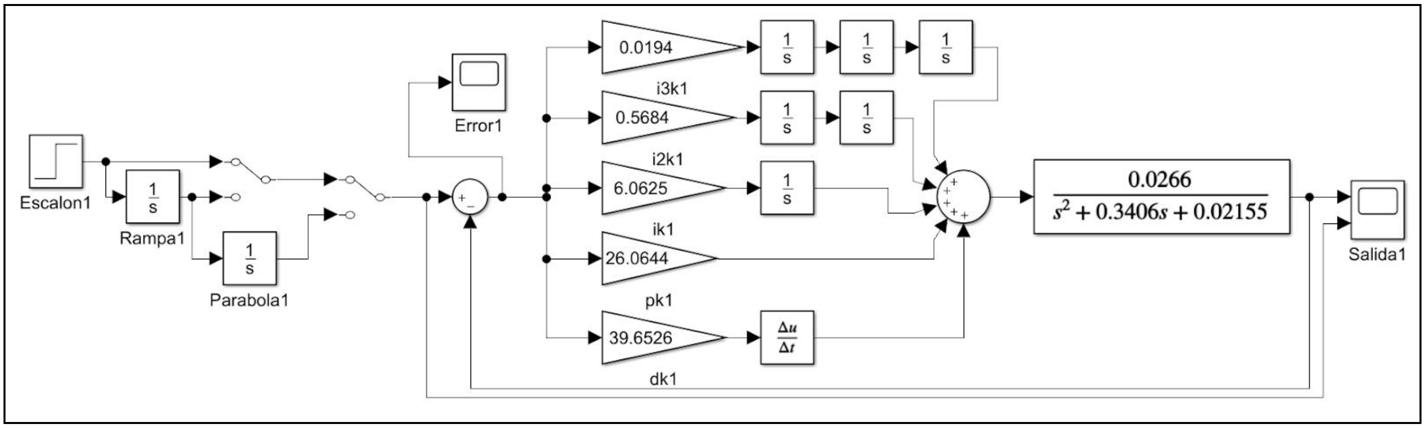
[1] Riveros Adriana, Clases de modelos, Mec C.

[2] Ogata, K, (2010), Ingeniería de control moderna, Madrid, España, Pearson.

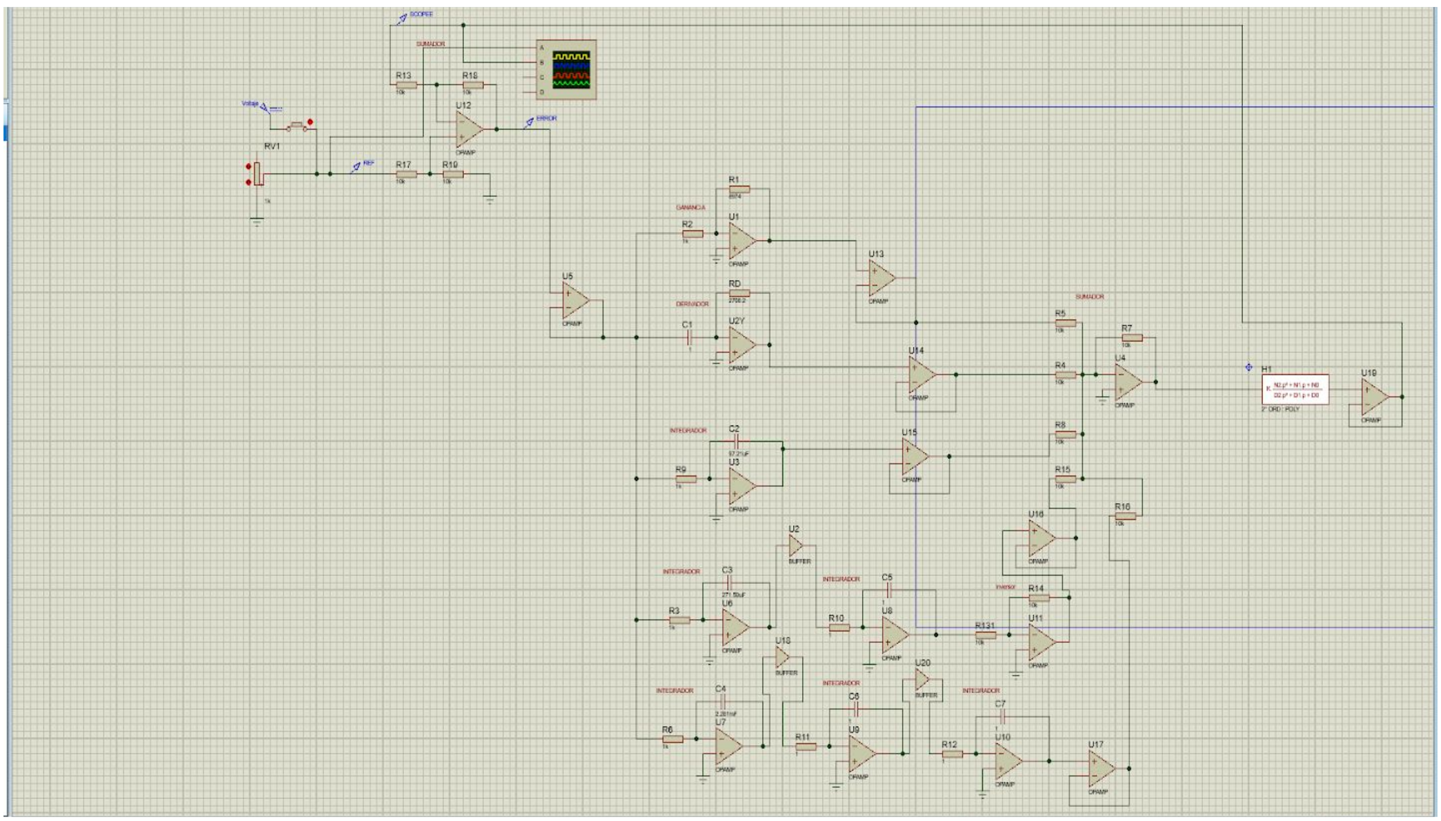
ANEXOS:



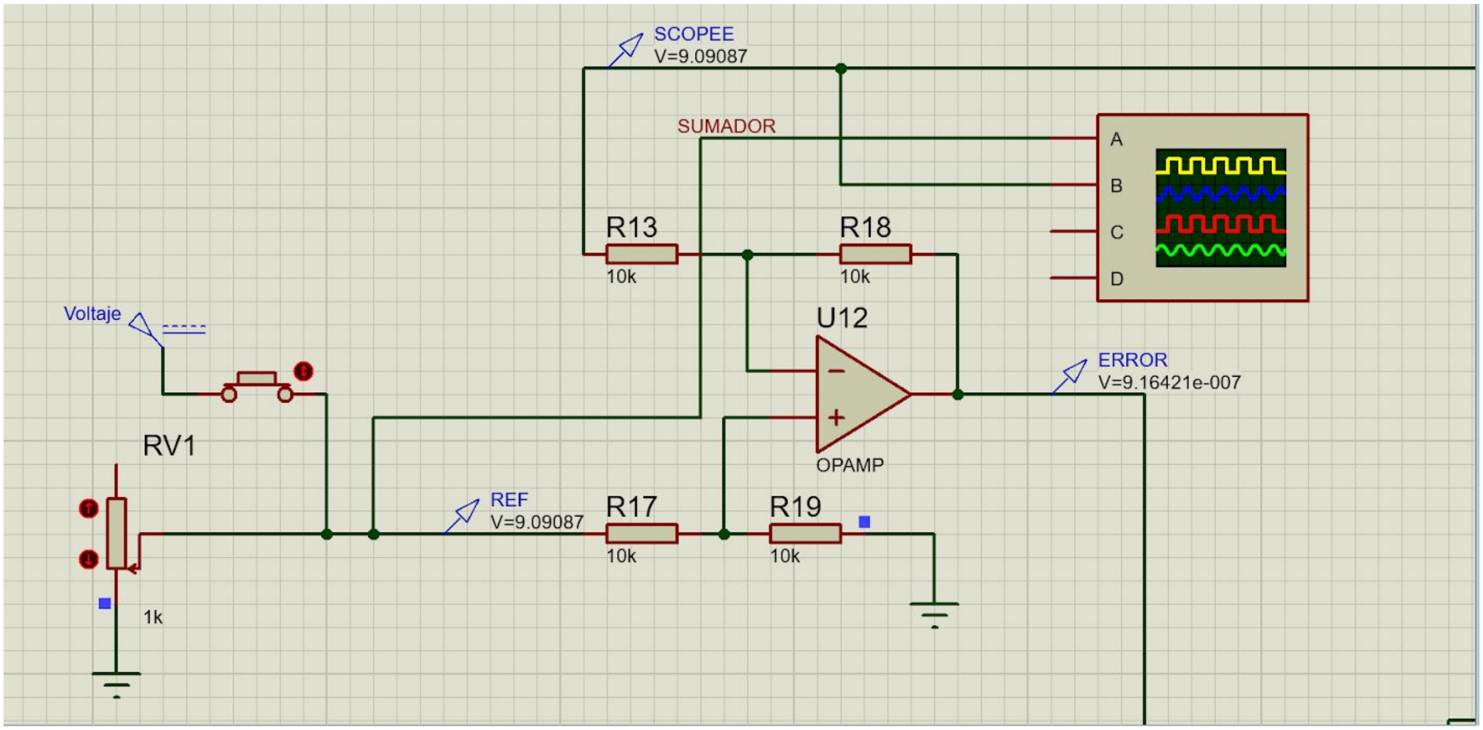
Anexo 1. Control diseñado para función de transferencia con salida $\theta 1$.



Anexo 2. Control diseñado para función de transferencia con salida θ2.



Anexo 3. Control diseñado con amplificadores para función de transferencia con salida θ2.



Anexo 4. Entrada,Referencia, Error y Salida del control diseñado en proteus.