



# DISEÑO FILTROS DIGITALES

Caceres Sebastian, Troncoso Camila  
{1803245, 1803307}@unimilitar.edu.co  
Profesor: Nelson Velasco

**Resumen**—En este documento se tratarán los temas del teorema de muestreo, aliasing, unidades de frecuencia, composición de señales y se analizarán diferentes ejercicios en MaTLAB.

**Palabras clave**— Señal, función de transferencia, convolución, filtros FIR, filtros IIR, análisis de frecuencia.

## I. COMPETENCIAS A DESARROLLAR

- Habilidad para identificar, formular y resolver problemas complejos de ingeniería, aplicando principios de ingeniería, ciencias y matemáticas.
- Habilidad para comunicarse efectivamente ante un rango de audiencias.
- Capacidad de desarrollar y aplicar nuevos conocimientos según sea necesario, utilizando estrategias de aprendizaje apropiadas.

## II. DESARROLLO EJERCICIOS PRÁCTICOS.

### ¿Qué significa la sigla FIR?

Las siglas FIR significan respuesta finita al impulso y estos son un tipo de filtro presenta una respuesta de un número finito de términos.

### Qué características tienen en cuanto a:

#### • Ecuación en diferencias

Esta presenta un coeficiente  $b_k$  y una entrada  $x(m-k)$  desplazada en el tiempo, esta depende de la entrada y sus atrasos.

$$= \sum_{k=0}^{M-1} b_k x(n-k)$$

donde M es la longitud del filtro u orden del filtro.

#### • Función de transferencia

Esta se saca a partir de la ecuación diferencial mostrada anteriormente a la cual se le tiene que realizar la transformada

Z; Cuando Se tiene exponente negativos el denominador será  $z^k$ .

$$\begin{aligned} H(z) &= \sum_{k=0}^{M-1} b_k z^{-k} \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} h(k) z^{-k} \end{aligned}$$

#### • Ubicación de polos y ceros del filtro

Polos: Todos los polos se encuentran en el origen o son cero, esto se demuestra escribiendo la función de transferencia con exponentes positivos y se obtienen k número de polos.

Ceros: Estos filtros siempre van a presentar el mismo número de polos y de ceros.

#### • Estabilidad

Las frecuencias se ven un poco atenuadas debido a que los ceros intentan atenuar lo que tienen a su alrededor y el tener todos sus polos en el origen ayudan a que el sistema sea estable.

#### • Orden (longitud) del filtro

Este indica cuántos coeficientes se tienen y este se denota con la letra M, se debe tener en cuenta que para los filtros FIR se requiere un orden alto.

### ¿Qué significa que un filtro FIR sea de fase lineal?

Esto hace referencia al atraso en la salida con respecto a la entrada, pero estos atrasos son proporcionales a la frecuencia y eso significa que es de fase lineal.

### ¿Qué condiciones debe tener la ecuación en diferencias y la función de transferencia para que se cumpla?

Este debe ser simétrico.

### ¿A qué se refieren cuando hablan de un filtro simétrico o antisimétrico?



Se habla de una secuencia simétrica cuando una secuencia es par y un filtro anti simétrico cuando presenta una secuencia impar.

- I. → Impar
- II. → Par
- III. → Impar
- IV. → Par

**Dependiendo de si un filtro FIR es simétrico o antisimétrico:**

**En la presentación aparecen tres métodos para diseñar filtros y cada uno tiene una función en matlab.**

**¿Cómo funciona internamente cada uno de los métodos?**

**FIR1:** Esta función trabaja por el método enventanado el cual consiste es cortar y desplazar la respuesta impulsional del filtro.

**FIR2:** Trabaja con el método muestreo en frecuencia el cual aproxima una función polinomial a unos puntos.

**FIRPM:** Este funciona con el algoritmo de Remez el cual aproxima un polinomio a un punto.

**(Filtros IIR)**

**¿Qué significa la sigla IIR?**

IIR es una sigla en inglés para Infinite Impulse Response o Respuesta infinita al impulso. Se trata de un tipo de filtros digitales en el que, como su nombre indica, si la entrada es una señal impulso, la salida tendrá un número infinito de términos no nulos, es decir, nunca vuelve al reposo.

**Cuando se aplica a filtros digitales, que implica en cuanto a:**

#### • Ecuación en diferencias

En los filtros IIR, la salida es función no sólo de la entrada actual y de las precedentes, sino también de las salidas anteriores. Es decir, se trata de filtros recursivos (poseen realimentación), y por tanto se espera que (en general) posean una respuesta impulsional infinita. Su ecuación en diferencias puede expresarse como:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{L-1} a[k]x[n-k] + \sum_{k=1}^{L-1} b[k]y[n-k]$$

#### • Función de transferencia

La función de transferencia para los filtros IIR tiene por lo tanto la forma

$$F(z) = \frac{\sum_{k=0}^{L-1} a[k]z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^{L-1} b[k]z^{-k}}$$

#### • Ubicación de polos y ceros del filtro

Este tipo de filtros presenta polos y ceros que determinan la estabilidad y la causalidad del sistema. Cuando todos los ceros y polos están en el interior de la circunferencia unidad se dice que es fase mínima y el sistema es estable y causal. Si todos los ceros están en el exterior es fase máxima.

#### • Estabilidad

La condición de estabilidad, para sistemas causales implica que los POLOS se encuentran en el interior de la circunferencia unidad. Los ceros no tienen efecto sobre la estabilidad del sistema y pueden encontrarse en el interior o en el exterior de dicha circunferencia.

#### • Orden del filtro

**¿Qué diferencias encuentra entre este tipo de filtros con los anteriormente vistos (FIR)?, tenga en cuenta:**

#### • Requisitos de orden

#### • Costo computacional

los filtros fir requieren más procesamiento y memoria, los filtros iir requieren menos coeficientes y memoria.

#### • Distorsión por respuesta en fase

Los filtros fir tienen una respuesta lineal en fase(no se introduce distorsión por fase en la señal), los filtros iir tienen una respuesta no lineal

**Desde el punto de vista de la aplicación:**

#### • ¿En qué aplicaciones resulta más conveniente el uso de filtros FIR?, ¿Por qué?, Sustente su respuesta

En aplicaciones donde la respuesta buscada sea lineal.

#### • ¿En qué aplicaciones resulta más conveniente el uso de filtros IIR?, ¿Por qué?, Sustenta su respuesta

Cuando se busca el analogo a un filtro analogico.

**En la presentación se mencionan tres diferentes estrategias para realizar mapeo del plano S hacia el plano Z.**

#### • ¿Cuál considera y por qué es la mejor estrategia?

#### • ¿Existen otras formas?, explique

**En las funciones de matlab para diseño de filtros digitales:**



- ¿Cuál método de mapeo se usa por defecto?, ¿Por qué?
- ¿Es posible usar las tres estrategias y de qué manera se haría?

## EJERCICIO PRÁCTICO:

### (Filtros IIR)

- Modifique el archivo para realizar filtros pasa-banda y pasa-alto. ¿Cómo se realiza esta modificación?

#### Pasa-bandas

##### FIR1

```
h1n=fir1(50,[1/9,1/7]);
y1n=filter(h1n,1,xn);
y1k=abs(fft(y1n));
figure(2);
freqz(h1n,1);
```

##### FIR2

```
R=63;
E=21;
G=42;
F=[0:R]/R;
A=[zeros(1,E),ones(1,G-E),zeros(1,R-G+1)];
h2n=fir2(50,F,A);
y2n=filter(h2n,1,xn);
y2k=abs(fft(y2n));
figure(2);
freqz(h2n,1);
```

##### FIRPM

```
R=63;
E=10;
F=[0:R]/R;
G=40;
A=[zeros(1,E),ones(1,G-E),zeros(1,R-G+1)];
h3n=firpm(50,F,A);
y3n=filter(h3n,1,xn);
y3k=abs(fft(y3n));
figure(2);
freqz(h3n,1);
```

#### Pasa altas

##### FIR1

```
h1n=fir1(50,1/8,'high');
y1n=filter(h1n,1,xn);
y1k=abs(fft(y1n));
figure(2);
freqz(h1n,1);
```

##### FIR2

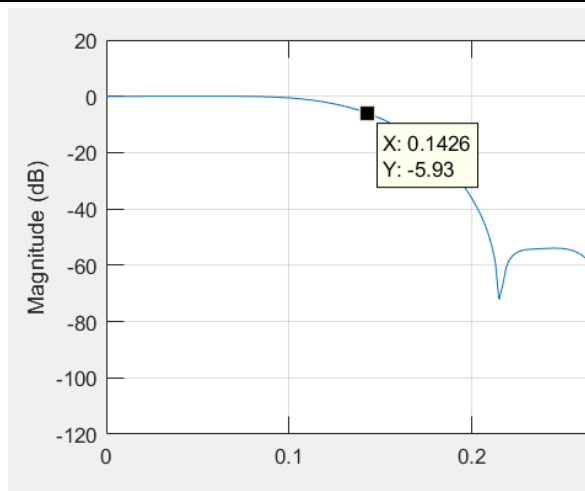
```
R=63;
E=21;
F=[0:R]/R;
A=[zeros(1,E),ones(1,R-E+1)];
h2n=fir2(50,F,A);
y2n=filter(h2n,1,xn);
y2k=abs(fft(y2n));
figure(2);
freqz(h2n,1);
```

##### FIRMP

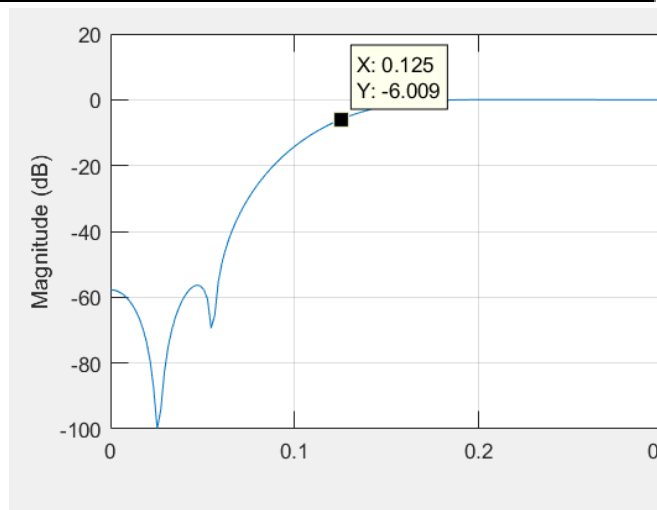
```
R=63;
E=10;
F=[0:R]/R;
A=[zeros(1,E),ones(1,R-E+1)];
h3n=firpm(50,F,A);
y3n=filter(h3n,1,xn);
y3k=abs(fft(y3n));
figure(2);
freqz(h3n,1);
```

- En el gráfico de ganancia ubique la frecuencia de corte y determine la ganancia en dicha frecuencia.

#### pasa bajas

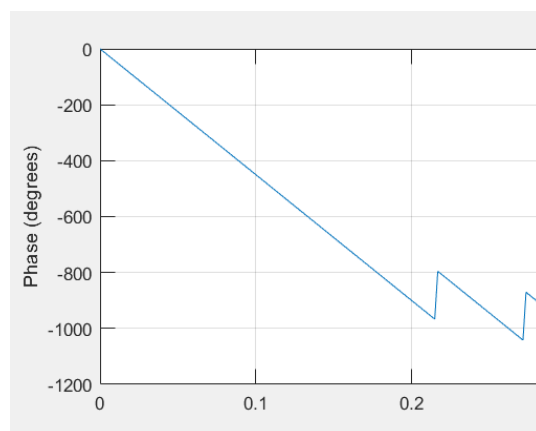
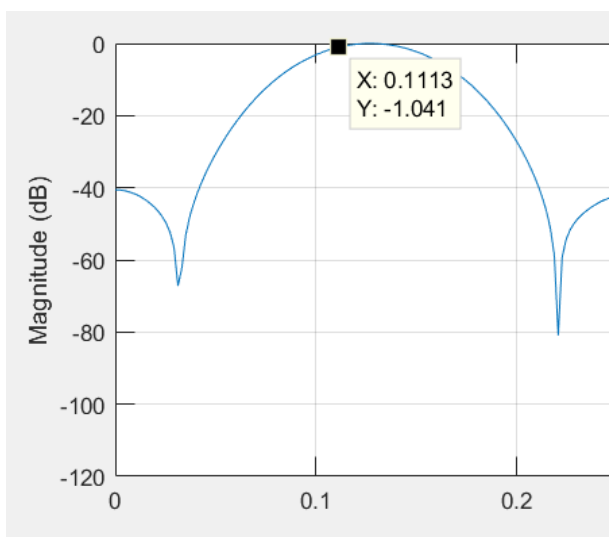


pasa bandas

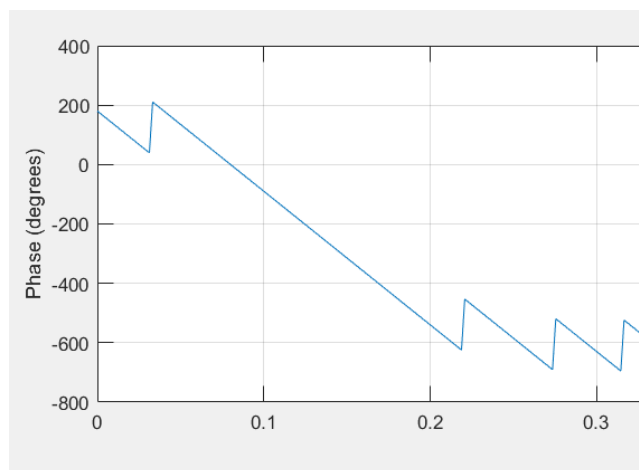
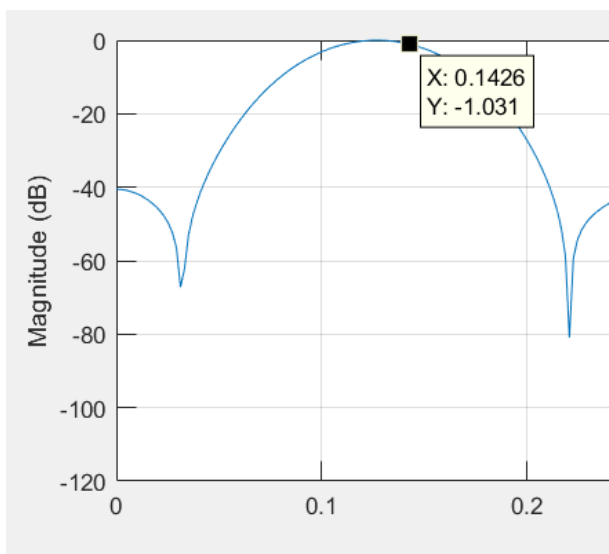


- En el gráfico de fase, explique dónde y cómo se puede observar la respuesta en fase lineal del filtro.

pasa bajas

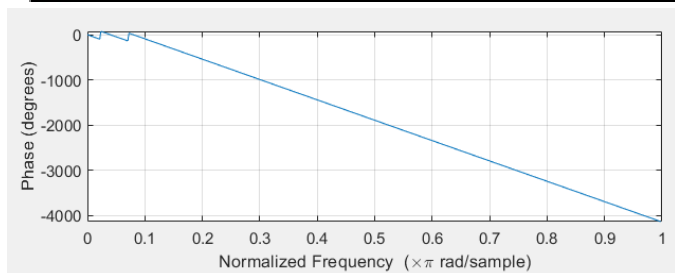


pasa bandas



pasa altas

pasa altas

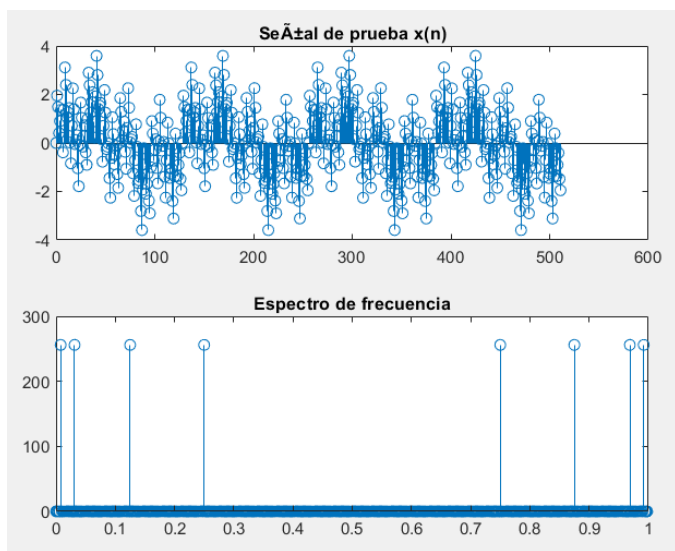


- Fijese en los gráficos de ganancia y fase y haga las comparaciones entre los tipos de filtros solicitados.

Podemos observar que cada tipo de filtro tiene una función en específico, los filtros pasa bajas dejan pasar todas las frecuencias hasta la frecuencia de corte, los pasa altas bloquean el paso de 0 hasta la frecuencia de corte y de ahí en adelante permiten el paso y los pasa bandas de 0 a la primera frecuencia de corte bloquean el paso, dentro de las dos frecuencias de corte permiten el paso y de la segunda frecuencia a infinito vuelven a bloquear el paso.

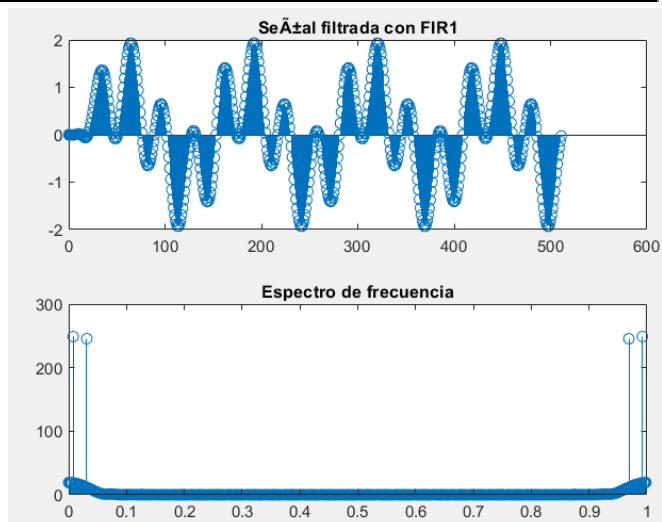
- Compare con los espectros de frecuencia de las señales antes y después de filtrar.

Antes

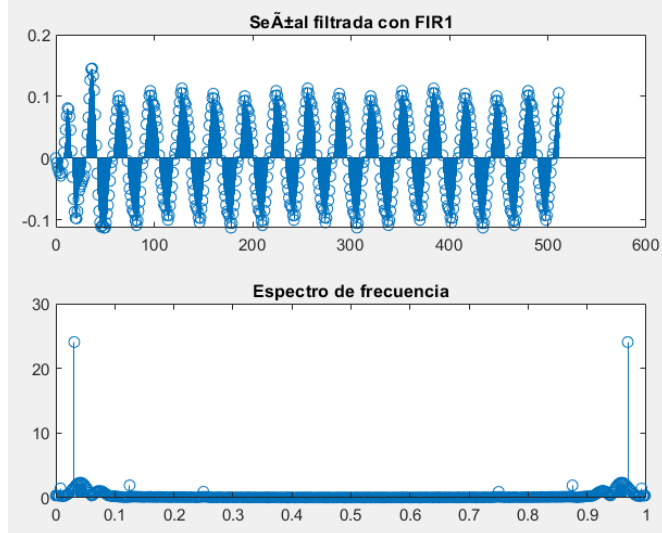


Señales filtradas

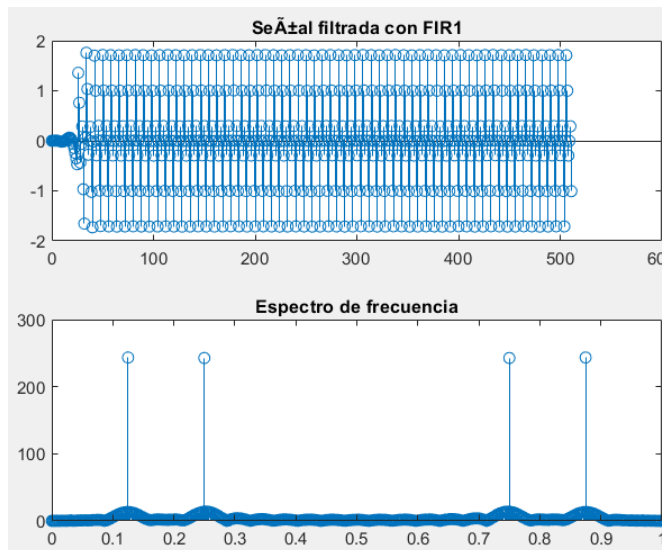
Pasa bajas



Pasa bandas



Pasa altas



Realice el filtrado de la señal usando los mismos



parámetros (frecuencia(s) de corte) pero usando filtros ideales (Dominio de la frecuencia, FFT. Ver tarea anterior). Compare los resultados de los filtros ideales con los filtros FIR implementados en el dominio temporal.

3)97%

4)98%

- Compare los espectros de frecuencia antes y después de filtradas las señales.

En los filtros ideales las frecuencias que están dentro de la banda de paso salen del filtro sin ningún tipo de atenuación sin importa que tan cerca se encuentren de la frecuencia de corte en cambio los filtros no ideales pueden presentar atenuaciones y también puede cruzar frecuencias que no se encuentran dentro de la banda de paso con una magnitud favorable.

- Observe las diferencias en el dominio temporal.

En los filtros no ideales se pueden ver en la señal pequeñas perturbaciones debidas a armónicos que salieron del filtro atenuados pero con una magnitud considerable, además se observa que las señales están un poco desplazadas en el tiempo respecto a la entrada por el contrario en los filtros ideales solo pasan las señales de interés sin ningún tipo de perturbación.

- ¿A qué se deben las diferencias?

Los filtros no ideales inducen distintos cambios tanto en su magnitud como en su fase a las señales que pasan a través de ellos mientras que los ideales no.

- ¿Cómo se puede determinar la distorsión de fase?

Se pueden comparar las señales de entrada y salida para así determinar la diferencia en tiempo que hay entre las dos.

#### Análisis

Se puede apreciar el fenómeno de Gibbs en cada una de las cosas, pero es mucho más notable sobre el FIRPM esto debido a la operación de ventaneo que este realiza.

#### Conclusiones

La respuesta en fase lineal de los filtros pasa bajas empleando las funciones fir1 y fir2, se puede observar hasta la frecuencia de corte de este, por otro lado, para los filtros pasa altos se puede ver de la frecuencia de corte en adelante, y por último para los pasabanda aplica en su ancho de banda para las funciones fir2 y firpm mientras que para fir1 solo hasta la primera frecuencia de corte.

Una de las desventajas de los filtro FIR en comparación con filtro IIR es que requerirán de un orden mayor en las mismas especificaciones del diseño del filtro.

Autoevaluación:

1)100%

2)100%

