

Control de una bola sobre riel

Caceres Pinzon Brian Sebastian, Gaviria Didier, Lizarazo Nicolas Esteban.

{u1803245, u1803250 y u1802999}@unimilitar.edu.co

Profesor Adriana Riveros.

Resumen—En el siguiente informe se implementará los conocimientos adquiridos sobre modelado de sistemas mecatrónicos y el control de estos mismos usando el método de asignación de polos. Así mismo usando software para verificar el funcionamiento de estos controles frente a entrada escalón, rampa y parábola mismo.

Palabras Claves

- Control.
- PID.
- Asignación de polos.
- Ziegler-Nichols.

I. INTRODUCCIÓN

El control de sistemas es muy importante en los procesos automatizados, ya que ofrece una gran ayuda a la hora de ahorrar recursos, tiempo y además en sistemas de alta precisión como los médicos o los automovilísticos son necesarios para que se eviten accidentes.[1]

El sistema de este laboratorio, está compuesto por un motor, un sistema de poleas y un tornillo, donde se pretende controlar la posición de una masa teniendo como entrada el voltaje del motor. El sistema completo se puede apreciar en la figura 1.

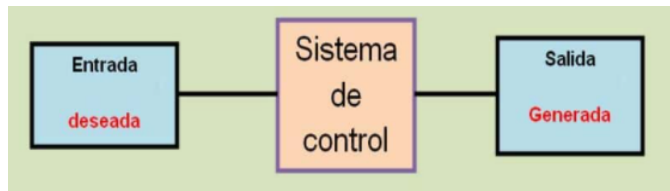
Para la solución de este sistema, primero se halla el modelo del sistema, y usando la herramienta de matlab se realiza el control para que un siga una entrada escalón, rampa y parábola.

Así mismo, se diseñó el control por otro método y se compararon ambos.

II. MARCO TEÓRICO

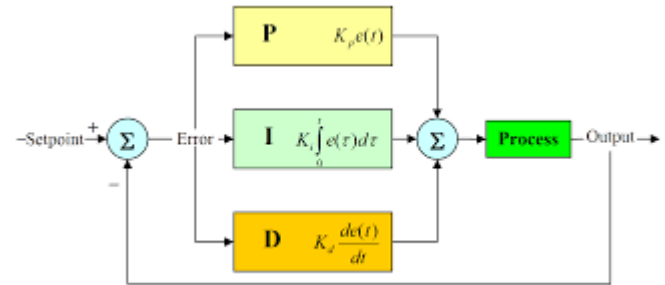
Control de sistemas.

Actualmente en un mundo globalizado, y con avances tecnológicos el control de sistemas hace parte de nuestra vida rutinaria en diferentes aspectos, ya que permite optimizar muchos recursos. El control es la manera por la cual diferentes sistemas automatizados logran el objetivo, teniendo en cuenta que estos tienen una variable de entrada, y la variable que se busca controlar, como la posición, el voltaje, la temperatura, etc.



PID

Los controladores proporcionales-integral-derivativo o PID por sus siglas es un controlador que consisten en la determinación de los parámetros K_c , T_i , T_d , para ese objetivo se tienen varios métodos de sintonización, entre los que se encuentran por ejemplo la asignación de polos o también el método llamado Ziegler Nichols.[2]



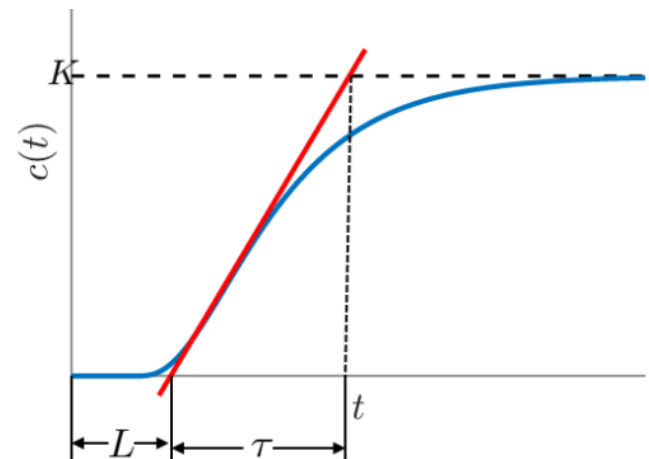
Asignación de polos

La asignación de polos es un método para determinar los parámetros de un controlador PID, donde se toma el denominador de la función de transferencia llamándolo polinomio deseado, y se iguala con el polinomio característico dado por las ecuaciones del método de asignación de polos.

Es tal vez el método más usado en el control PID, debido a su amplia aplicabilidad en sistemas ideales como en sistemas reales.

Ziegler-Nichols

Este es otro método para de determinación de parámetros de un controlador PID, este método es usado más en sistemas donde conocemos su respuesta, mas no su función de transferencia, es por así decirlo un sistema mas grafico, donde a partir de ciertos parámetros que existen en la respuesta se puede determinar algunos valores como los que se ven en la siguiente figura.



Una vez obtenidos los datos a partir de la gráfica, se pueden usar en la siguiente tabla, donde se determina cada uno de los parámetros K_c , T_i , T_d .

	K_P	K_I	K_D
P	T/L	0	0
PI	0.9 T/L	0.3/L	0
PID	1.2 T/L	0.5/L	0.5L

Sin embargo, el método Ziegler Nichols, es mayormente utilizado en sistemas que son ideales, ya que las ecuaciones fueron determinadas por métodos empíricos en el laboratorio en diferentes procesos.

II. OBJETIVOS

General

- Diseñar e implementar un control para la posición para una masa con elemento actuante un motor DC.

Específicos:

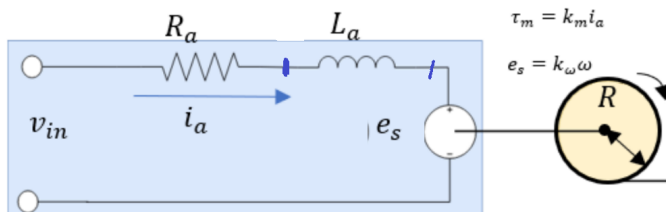
- Hallar y simular el modelo matemático para el sistema electromecánico.
- Implementar la planta a controlar teniendo en cuenta las restricciones de diseño (prototipo pequeño).
- Encontrar las constantes del regulador que permita controlar la posición de la masa a un valor deseado, validar en simulación.
- Asociar saturaciones reales que se puedan presentar en el sistema físico e integrarlas a la simulación para su respectivo análisis.
- Implementar el controlador obtenido, validando su desempeño y los cambios que se presenten al variar los parámetros del control (variando los valores de las resistencias del PID).

III. DESARROLLO DE LA PRÁCTICA

Figura 1: Sistema husillo de avance + motor DC

Modelado del sistema.

Para modelar el sistema se analizó el motor con un circuito equivalente el cual se puede apreciar en la siguiente figura.



Por medio del análisis de la malla se obtiene la siguiente ecuación.

$$\frac{d i_a}{dt} = \frac{1}{L_a} (-R_a i_a - e_s + v_{in}) \quad (1)$$

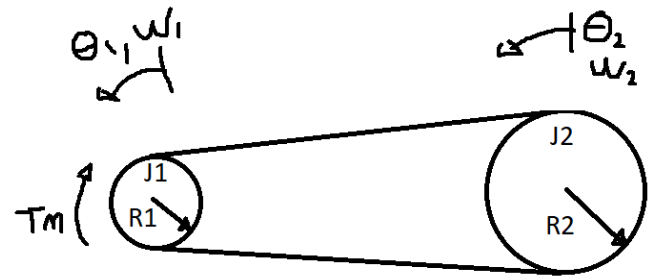
Donde $e(s)$ es un voltaje generado que resulta cuando los conductores de la armadura se mueven a través del flujo de campo establecido por la corriente del campo i_a , esto es equivalente a una constante multiplicada por la velocidad angular del rotor.

$$\frac{d i_a}{dt} = \frac{1}{L_a} (-R_a i_a - k_\omega \omega + v_{in}) \quad (2)$$

Por medio de la transformada de laplace se puede obtener la función de transferencia del motor donde la entrada es el voltaje y la salida es la velocidad angular.

$$\frac{\omega(s)}{v_{in}(s)} = \frac{k_m}{LJ s^2 + s(RJ + LB) + RB + k_m k_a} \quad (3)$$

Para el análisis de las poleas se sabe que estas transforman la velocidad angular por lo cual se obtiene la siguiente relación por medio del análisis del diagrama de cuerpo libre.



Para este caso se despreciaron las inercias de las poleas y se asumieron como poleas ideales.

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 R_1}{R_2} \quad (4)$$

Por medio de la transformada de laplace se obtiene la función de transferencia de este sistema.

$$\frac{\omega_2(s)}{\omega_1(s)} = \frac{R_1}{R_2} \quad (5)$$

Para el transportador de tornillo se usó la ecuación que relaciona una velocidad angular, el paso del mismo y la velocidad tangencial.

$$v_1 = \frac{p \omega_2}{60} \quad (6)$$

Aplicando la transformada de laplace de igual forma se obtiene la función de transferencia de este subsistema.

$$\frac{v_1(s)}{\omega_2(s)} = \frac{p}{60} \quad (7)$$

Por último se realizan las multiplicaciones entre las funciones de transferencia de los subsistemas las cuales son las ecuaciones 3, 5 y 7, como la salida es v_1 se integra para que sea x_1 es decir la posición lineal de la masa.

$$\frac{\omega_1(s)}{v_{in}(s)} * \frac{\omega_2(s)}{\omega_1(s)} * \frac{v_1(s)}{\omega_2(s)} = \frac{v_1(s)}{v_{in}(s)} = \frac{x_1(s)}{s * v_{in}(s)} \quad (8)$$

Realizando esta operación entre estas funciones de transferencia obtenemos la ecuación de la planta:

$$G(s) = \frac{k_m R_1 P}{R_2 60 L J s^3 + R_2 60 s^2 (R J + L B) + (R B + k_m k_a) R_2 60 s} \quad (9)$$

Reemplazando las constantes se obtiene.

$$K_m=1; R_L=1; L_J=1; R_J=1; L_B=1; R_B=1; K_a=1;$$

planta =

$$\frac{0.5}{s^3 + 2.0s^2 + 2.0s}$$

Diseñar un control PID usando asignación de polos, para la posición de la masa, tal que cumpla los siguientes parámetros: , y del tiempo de establecimiento en lazo abierto. Lo anterior para seguir escalón, rampa y parábola-en simulación.

Como la planta es Tipo 1 y se desea controlar para una entrada de tipo rampa se hace necesario agregar dos integradores, esto deja el denominador con un polinomio de orden 5 por lo cual para satisfacer en las ecuaciones estas 5 incógnitas se elige el controlador PII^{2DD^2} .

Este controlador se puede representar con la siguiente ecuación.

$$G(c) = \frac{kd2s^4 + kds^3 + kps^2 + kis + ki2}{s^2} \quad (10)$$

Observándose una planta de grado 3 y tipo 1, es necesario un controlador tipo PID que incluya 2 integradores para error de estado estable cero para entrada parábola.

Realizando la multiplicación entre la planta (9) y el controlador (10) y realizando la retroalimentación negativa se obtiene el polinomio.

$$\frac{(0.5 * kd2 * s^4 + 0.5 * kd * s^3 + 0.5 * kp * s^2 + 0.5 * ki * s + 0.5 * ki2)}{(s^5 + (0.5 * kd2 + 2.0) * s^4 + (0.5 * kd + 2.0) * s^3 + 0.5 * kp * s^2 + 0.5 * ki * s + 0.5 * ki2)} \quad (9.5)$$

De este modo después de retroalimentar el sistema el grado final del denominador es 5, por tanto se hace necesario usar dos derivadores aparte de la ganancia kp.

De allí destaca el denominador es cual se va a igualar a un polinomio característico de orden 5, el cual está dado por la forma.

$$Pd = \frac{\omega^2}{(s^2 + 2\zeta\omega + \omega^2)(s + \beta 2\zeta\omega)^3} \quad (11)$$

Reemplazando los valores deseados los cuales son los parámetros de diseño $\zeta=0.95$, y tiempo de establecimiento de 0.95% del tiempo de establecimiento en lazo abierto. Por lo cual $\beta=10$, $T_s=15$.

$$\begin{aligned} ts &= 15 \\ \text{zeta} &= 0.9500 \\ \text{beta} &= 10 \\ \text{wn} &= 0.2807 \\ \text{Mp} &= 0.0071 \end{aligned}$$

Reemplazando en el polinomio y separando su denominador se obtiene el polinomio deseado.

$$\text{DenPd} = s^5 + 8.53 * s^4 + 25.7 * s^3 + 31.0 * s^2 + 11.8 * s + 1.49 \quad (12)$$

Se realiza el sistema de ecuaciones resultante de la igualación de los coeficientes de los polinomios.

$$\begin{pmatrix} 0.5 ki_2 = \beta^3 \omega^5 \zeta^3 \\ 0.5 ki = 2.0 \beta^3 \omega^4 \zeta^4 + 3.0 \beta^2 \omega^4 \zeta^2 \\ 0.5 kp = \beta^3 \omega^3 \zeta^3 + 6.0 \beta^2 \omega^3 \zeta^3 + 3.0 \beta \omega^3 \zeta \\ 0.5 kd + 2.0 = 3.0 \beta^2 \omega^2 \zeta^2 + 6.0 \beta \omega^2 \zeta^2 + \omega^2 \\ 0.5 kd_2 + 2.0 = 2.0 \omega \zeta + 3.0 \beta \omega \zeta \\ 1.0 = 1.0 \end{pmatrix}$$

los valores ya reemplazados se obtiene.

$$\begin{pmatrix} 0.5 ki_2 = 1.4942 \\ 0.5 ki = 11.795 \\ 0.5 kp = 30.971 \\ 0.5 kd + 2.0 = 25.679 \\ 0.5 kd_2 + 2.0 = 8.5333 \\ 1.0 = 1.0 \end{pmatrix}$$

Usando parámetros definidos para polinomio deseado se despejan las ecuaciones para hallar las constantes kp ki ki2 kd kd2.

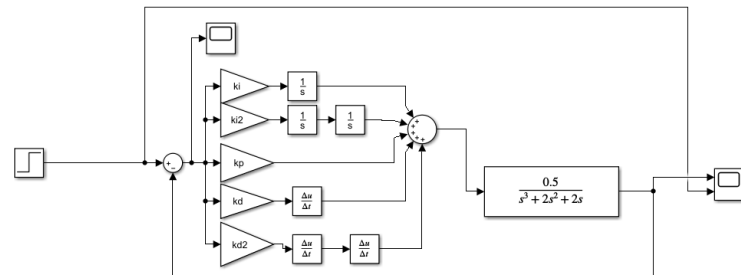
$$\begin{aligned} ki &= 23.5890 \\ ki_2 &= 2.9883 \\ kp &= 61.9422 \\ kd &= 47.3576 \\ kd_2 &= 13.0667 \end{aligned}$$

Implementando el controlador se realiza el siguiente esquema en simulink.

RESPUESTA DEL SISTEMA A ENTRADA ESCALÓN.

Para el controlador se implementan varias ganancias que salen del sumador donde se observa un scope el cual está allí para observar la señal de error, posteriormente a cada ganancia le siguen respectiva conexiones, para las ganancias de integradores estas llevan un integrador, y si es la segunda ganancia de un integrador esta lleva doble integrador para cumplir el parámetro de diseño i cuadrado, lo mismo sucede con los derivadores, lo cuales generan problemas descritos más adelante en la sección de entrada rampa.

Luego estas respectivas señales entran a un sumador para cumplir la ecuación (10) del controlador, y multiplican a la función de transferencia y se realiza la respectiva retroalimentación negativa para cumplir con la ecuación de diseño del PID (9.5).



La planta con zoom se aprecia a continuación.

$$\frac{0.5}{s^3 + 2s^2 + 2s}$$

Se observa a continuación la gráfica del error del sistema con las constantes halladas en el controlador para entrada parábola, se observa que el error en estado estable es de cero

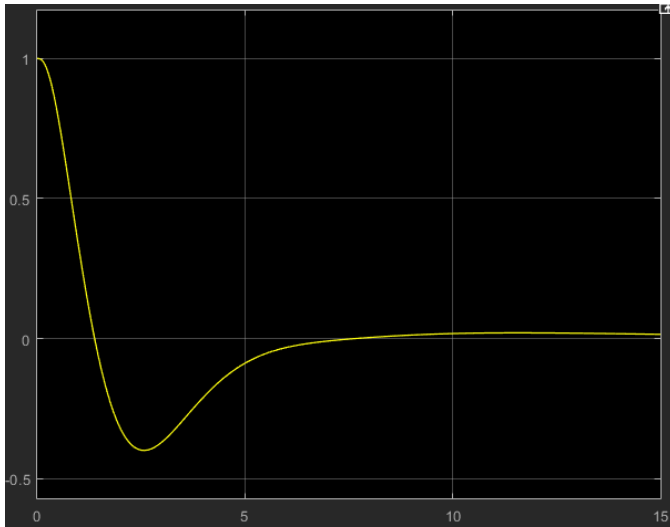


Figura x Señal de error del sistema de control diseñado frente a una entrada escalón.

Se observa a continuación la salida del sistema de control diseñado para la entrada parábola, frente a una entrada escalón la cual se observa que sigue correctamente la referencia.

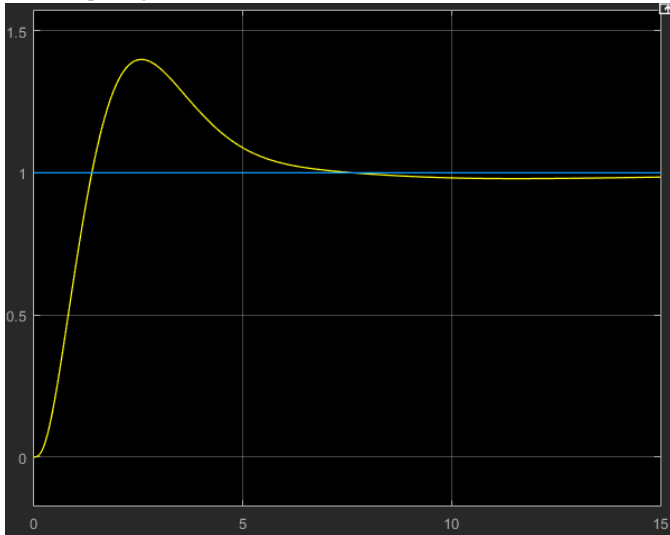
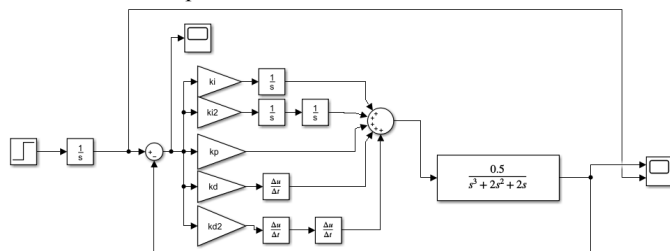


Figura x Señal de salida del sistema de control diseñado frente a una entrada escalón.

RESPUESTA DEL SISTEMA A ENTRADA RAMPA

Posteriormente se cambia la entrada para que la entrada sea una rampa, se tienen problemas con los derivadores al usar esta entrada, y se observa que al cambiar el time step (que aparece en la configuración del step o entrada escalón) de 1 a 0 ya no genera errores de simulación, así pues se realiza la correspondiente simulación donde se observa que el error en estado estable efectivamente es 0 para esta entrada.



Como se dijo anteriormente se observa a continuación el time step en 0 y que el error en estado estable es de cero para la entrada rampa.

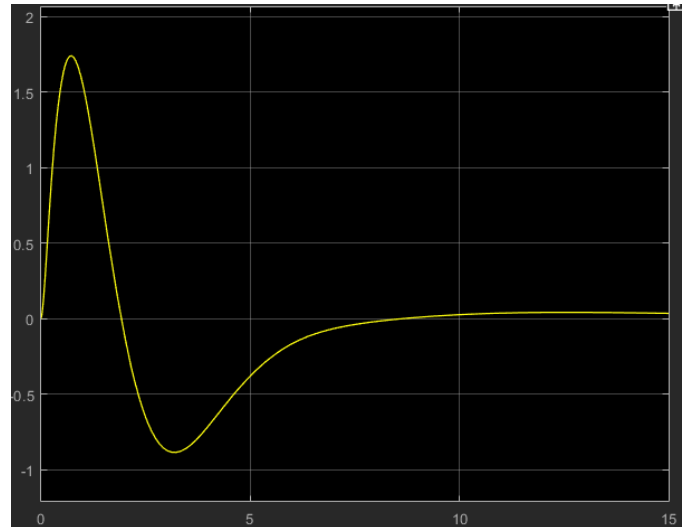


Figura x Señal de error del sistema de control diseñado frente a una entrada rampa.

En la señal de salida del controlador se observa como la entrada rampa es seguida por el controlador, sin embargo se nota que presenta un pequeño undershoot para luego estabilizarse y seguir correctamente la referencia.

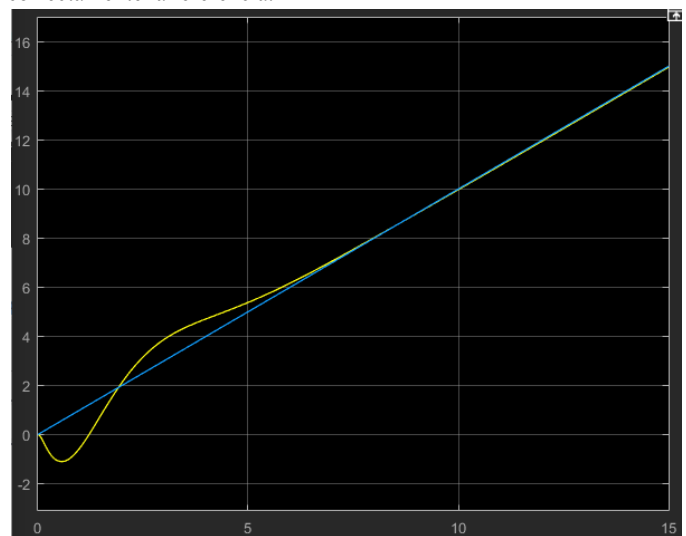
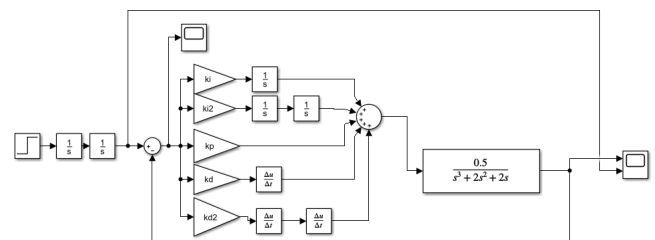


Figura x Señal de salida del sistema de control diseñado frente a una entrada rampa.

RESPUESTA DEL SISTEMA A ENTRADA PARÁBOLA

Finalmente la entrada para la cual fue diseñado el controlador, está deberá cumplir los parámetros de diseño de tiempo de establecimiento, y cita deseado, sin embargo al ser una entrada parábola la visualización de los mismos se hace ambigua.

Se observa el esquema implementado con la entrada rampa, esta a diferencia de la entrada rampa no presenta inconvenientes con el step time en los parámetros del step.



Se observa como su error en estado estable es de cero de acuerdo a su diseño, en la gráfica del error si es posible observar que se cumple el tiempo de establecimiento que se requería el cual era de 15 segundos.

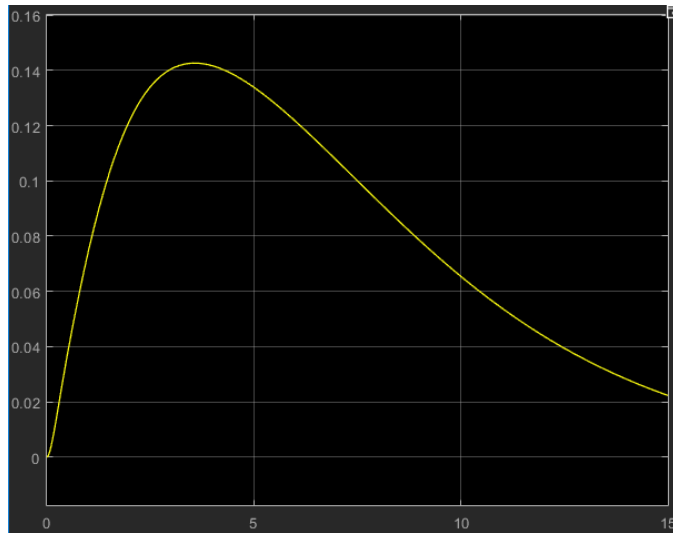


Figura x Señal de error del sistema de control diseñado frente a una entrada parabólica.

Se observa finalmente que el controlador cumple con el seguimiento a la referencia parabólica correctamente se contempló en el diseño principal.

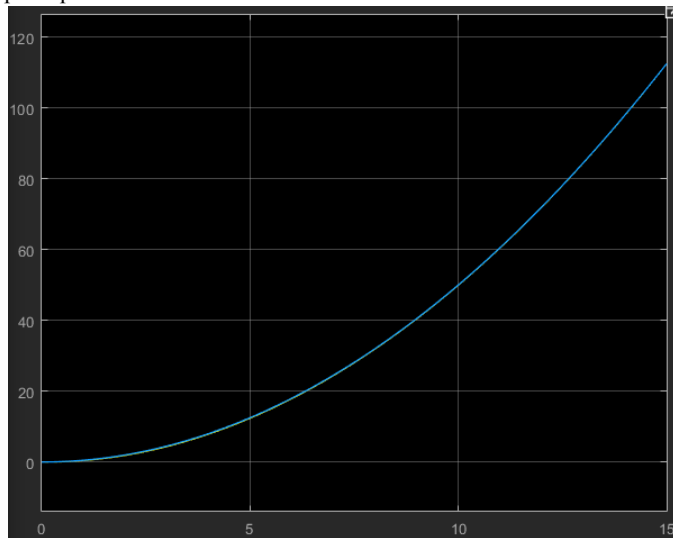


Figura x Señal de salida del sistema de control diseñado frente a una entrada parabólica.

- Verificar el funcionamiento de al menos dos controles diseñados vs los implementados.

respuesta a entrada escalón unitario

respuesta a entrada rampa

respuesta a entrada parábola

CONCLUSIONES:

- Al implementar diferentes configuraciones de componentes y distancias de polos se ven afectadas de gran manera las constantes de control, por lo cual se seleccionaron constantes que representaran un valor óptimo para el comportamiento deseado.
- Se tuvo en consideración abarcar distintos planteamientos de ecuaciones que relacionan tanto el voltaje como la posición y velocidad angular en el sistema, así mismo la velocidad tangencial en relación con el paso de tornillo, llevando a un sistema de orden 3.
- Se toma como referente el sistema de control para entrada parabólica, debido a que tiene un comportamiento aceptable en las entradas escalón y rampa para los valores deseados.

REFERENCIAS.

- [1] Riveros Adriana, Clases de modelos, Mec C.
- [2] Ogata, K, (2010), Ingeniería de control moderna, Madrid, España, Pearson.

ANEXOS:

