

## Filtro de Kalman y Kalman extendido

Caceres Sebastian, Troncoso Camila {1803245, 1803307}@unimilitar.edu.co

Profesor: Nelson Velasco

diferencia que rige el comportamiento del sistema en el caso del EKF no sea lineal.

Resumen—En este documento se realiza la aplicación del filtro de kalman por medio de dos ejercicios, específicamente para filtro de kalman y filtro de kalman extendido.

Palabras clave— Señal, filtro, kalman, kalman extendido, modelamiento, muestreo.

#### I. Competencias a desarrollar

- Habilidad para identificar, formular y resolver problemas complejos de ingeniería, aplicando principios de ingeniería, ciencias y matemáticas.
- Habilidad para comunicarse efectivamente ante un rango de audiencias.
- Capacidad de desarrollar y aplicar nuevos conocimientos según sea necesario, utilizando estrategias de aprendizaje apropiadas.

#### II. DESARROLLO EJERCICIOS PRÁCTICOS.

### ¿Qué son los filtros de Kalman?

El filtro de Kalman es una herramienta matemática diseñada con la finalidad de filtrar y predecir sistemas lineales. Es un conjunto de ecuaciones matemáticas las cuales implementan un estimador óptico del tipo predictor-corrector. Este, es el encargado de procesar las medidas disponibles para estimar el valor de las variables de interés sin importar la precisión de los datos base.

#### ¿Para qué se usan estos filtros?

El filtro de Kalman se utiliza para identificar el estado oculto o no medible de un sistema dinámico lineal, además sirve también para cuando el sistema es sometido a ruido blanco. Estos filtros se pueden implementar para la realización de tracking, que es el seguimiento de un objeto y estimar su posición, velocidad y aceleración, También se pueden implementar es sistemas de comunicación inalámbricos.

# ¿Qué diferencia hay entre estos dos filtros (Kalman filter, extended Kalman filter)?

La diferencia entre estos dos filtros es que es filtro extendido es una linealización en torno a la media y la covarianza del filtro de Kalman, esto varia en si su algoritmo, en algunas ecuaciones y matrices se evidencia el cambio, aunque consta de los mismos pasos para su implementación. La ecuación en

#### ¿Cuándo o bajo qué condiciones se usa cada uno de ellos?

Se puede manejar el filtro de Kalman para sistemas dinámicos lineales mientras que el filtro de Kalman extendido permite desarrollar problemas de estimación del estado cuando el modelo posiblemente no lineal.

- Haga una breve descripción de los procesos realizados en los ejemplos vistos en los videos.
- Describa cómo adaptaría estos filtros para simular la práctica de laboratorio.
- Realice su adaptación y muestre sus resultados.
- Explique cuál de los filtros funciona mejor y por qué.

#### **EJERCICIO PRÁCTICO:**

Aplicar el filtro de Kalman y el filtro de kalman extendido al problema de estimar la posición de un bote mientras navega por un lago. El mencionado bote está provisto de un GPS que mide la distancia recorrida desde el inicio del viaje y tiene un error máximo de  $\pm$  3 metros. El desplazamiento del bote se ve afectado por la turbulencia del agua y el viento, estos fenómenos externos hacen que la velocidad del bote se afecte de forma aleatoria obedeciendo una distribución normal ( $\mu$  = 0,  $\sigma$  = 1).

#### Filtro de Kalman

La velocidad de las propelas es constante lo que teóricamente le confiere una velocidad constante al

bote. El bote parte de la posición p(0) m con velocidad constante b = 0 v(t) te

- Obtenga el modelo (lineal) del sistema, considere que el bote se mueve en línea recta presumiblemente a velocidad constante.
- Obtenga el modelo del sensor, asuma que la lectura del sensor es relativa a la posición inicial del bote en t= 0
- Implemente el código y grafique los resultados
- Evalúa cuantitativamente el desempeño del filtro. ¿Cómo realizaría dicha evaluación?, explique

Desde los datos se realiza el primer filtro de Kalman para el modelo lineal a partir de:

x=xo+vt

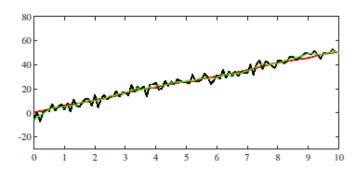


Y desde esta ecuación realizamos las matrices de estado para obtener las ecuaciones del filtro de Kalman

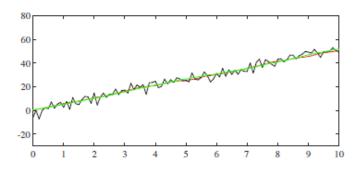
$$xt=[1][x]+[dt]v+Ex$$

En esta ecuación observamos como las matrices del sistema corresponden a una única variable lo que facilita el desarrollo.

A partir de estas ecuaciones se realiza en Matlab el modelado de los valores ideales del desplazamiento y qué valores va a obtener el GPS sin implementar el filtro.



la gráfica de color negro corresponde a los valores medidos por el GPS, la grafica roja es el valor teórico al que debe asemejar el valor del GPS y desde estas dos graficas observamos como los datos del sensor son muy alejados a lo que debería ser el valor real de la posición del bote, aplicamos el filtro de Kalman y obtenemos



En la figura anterior se observa de color negro los datos originales del sensor, por lo que son iguales a la gráfica anterior, así como los valores de la grafica roja que son los valores teóricos de la posición. Finalmente los valores de la grafica de color verde son el resultado de aplicar el filtro de Kalman a los valores del sensor, por lo que se observa que su error ya es mucho menor que los valores obtenidos únicamente por el GPS.

#### Filtro de Kalman Extendido (EKF)

La situación del bote es la misma explicada anteriormente. El bote parte del reposo y la velocidad de las propelas aumenta linealmente en el tiempo siguiendo la siguiente ecuación

$$vp(t) = 500 + 10t rpm$$

La velocidad del bote no es proporcional a la velocidad de las propelas y sigue la siguiente función:

$$v_b(t) = 30(1 - e^{(-\frac{v_p(t) - 500}{200})}) \text{ m/s}$$

El sensor de posición (GPS) se ve afectado por la velocidad siguiendo la siguiente ecuación:

$$p_s(t) = p_b(t) - \frac{v_b(t)^2}{600}$$
 m

- Obtenga el modelo del sistema, considere que el bote se mueve en línea recta
- ullet Obtenga el modelo del sensor, asuma que la lectura del sensor es relativa a la posición inicial del bote en t=0.
- Implemente el código y grafique los resultados.
- $\bullet$  Evalúa cuantitativamente el desempeño del filtro. ¿Cómo realizaría dicha evaluación?, explique

#### **Conclusiones**

#### Autoevaluación:

1)85%

2)89%

3)95%

4)92%

#### Referencias

[1]"Filtros Digitales - FIR", Sitio web: http://www3.fi.mdp.edu.ar/tds/material/10-Filtros%20FIR.pdf [2]"Análisis en el dominio de la frecuencia", http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/3828/fichero/Cap%C3%ADtulos%252F4+An%C3%A1lisis+en+el+dominio+de+la+frecuencia.pdf

[4] Vásquez E. "PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES",

 $https://prezi.com/x\_x2xch1v2et/procesamiento-digital-de-senales/\\$ 

[6]Tejos C. "Filtros en el dominio de la frecuencia", http://pteam.pixinsight.com/carlos/G Cap5.pdf

[7]"Análisis en el dominio de la frecuencia", http://www.elai.upm.es/webantigua/spain/Asignaturas/Servos/



Apuntes/11\_RespFr.pdf
[8]Gómez G. E, "Introducción al filtrado digital", http://www.dtic.upf.edu/~egomez/teaching/sintesi/SPS1/Tema 7-FiltrosDigitales.pdf