CORRELACIÓN DE SEÑALES

Caceres Sebastian, Troncoso Camila
{1803245, 1803307}@unimilitar.edu.co
Profesor: Nelson Velasco

***Resumen*—En este documento se tratarán los temas de filtros adaptativos los cuales cambian sus coeficientes de acuerdo con un algoritmo adaptativo, también se habla se los filtros FIR y convoluciones.**

***Palabras clave*— Señal, filtro adaptativo, convolución, filtros FIR, filtros IIR, análisis de frecuencia.**

I. Competencias a desarrollar

- Habilidad para identificar, formular y resolver problemas complejos de ingeniería, aplicando principios de ingeniería, ciencias y matemáticas.
- Habilidad para comunicarse efectivamente ante un rango de audiencias.
- Capacidad de desarrollar y aplicar nuevos conocimientos según sea necesario, utilizando estrategias de aprendizaje apropiadas.

II. Desarrollo ejercicios prácticos.

●¿Qué significa establecer la correlación entre dos señales o variables?

Este es un proceso, que mide la similitud entre las señales, y se usa frecuentemente para encontrar características importantes de una señal desconocida mediante la comparación con una señal que si se conoce.

● ¿Cómo se puede saber si dos variables o señales están correlacionadas?

Se puede considerar, que dos o más señales, están correlacionadas si los valores de una de ellas varían sistemáticamente con respecto a los valores homónimos de la otra señal, por ejemplo, si tenemos dos señales, a y b, se puede decir que están correlacionadas si al aumentar los valores de una de ellas, la otra señal también aumenta; o viceversa.

● ¿Existen estrategias que permitan medir en cuánto se parecen dos señales?, mencionar algunas y cómo funcionan.

La coherencia espectral: este método, identifica la correlación en el dominio frecuencial de dos o más señales, y en él, los valores de coherencia que tienden a 0 indican que los componentes en frecuencia no están correlacionados, mientras que los que tienden a 1 indican que si existe una correlación entre los componentes frecuenciales.

Alineación de señales: uno de los métodos más utilizados para detectar la correlación entre señales con diferentes retardos, es alinear todas las señales entre ellas y usar una señal conocida para poder realizar comparaciones y de esta manera calcular su similitud.

● ¿Para que puede llegar a ser útil saber si dos señales con orígenes aparentemente diferentes se parecen o no?, mencione aplicaciones. (ej. radar, sonar).

- ❖ Detección de radares.
- ❖ Detección de objetos.
- ❖ Criptoanálisis.
- ❖ Reconocimiento de patrones.

● ¿Es posible determinar si dos señales resultan siendo la misma pero siendo una la versión desplazada en el tiempo de la otra? Y ¿Cómo puede medirse ese desplazamiento?

Investigue la definición de:

● Correlación: Es la operación que permite medir el grado de similitud entre dos o más señales.

● Correlación cruzada: Es la operación que permite medir el grado de similitud entre dos o más señales, donde una de ellas tiene algún tipo de atraso con respecto a la otra, y está definida por la ecuación.

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n-1) \tag{1}$$

● Autocorrelación: Es la operación que permite medir la similitud entre una señal y atrasos de esta misma, y está definida por la ecuación 2.

$$r_{xx}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x(n-1) \tag{2}$$

¿Qué es el coeficiente de correlación de Pearson?, ¿Cómo se calcula?, ¿Cómo se interpreta su resultado?

El coeficiente de correlación de Pearson es aquel que permite estudiar el grado de relación lineal que existe entre dos variables cuantitativas, se obtiene matemáticamente a partir de la ecuación 3.

Como este coeficiente toma valores entre -1 y 1, para su análisis se puede decir, que un valor de 1 indica una relación lineal perfecta positiva, un valor de 0, se refiere a una relación lineal nula, y un valor de -1 indica una relación lineal perfecta negativa.
Donde Sx ySy son las desviaciones típicas de cada variable

$$r_{xy} = \frac{\sum_x iy_i}{nS_xS_y} \qquad (3)$$

Observe, entienda y ejecute el siguiente ejemplo

Señal x(n) y y(n):

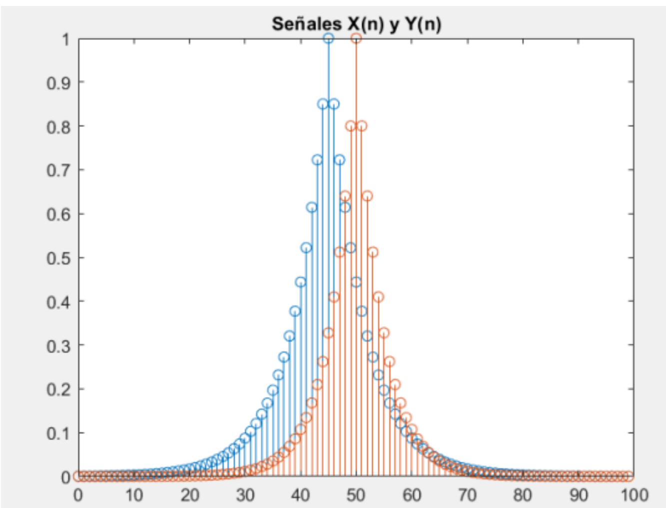

Figura 1. x(n) y y(n).

Correlación cruzada:

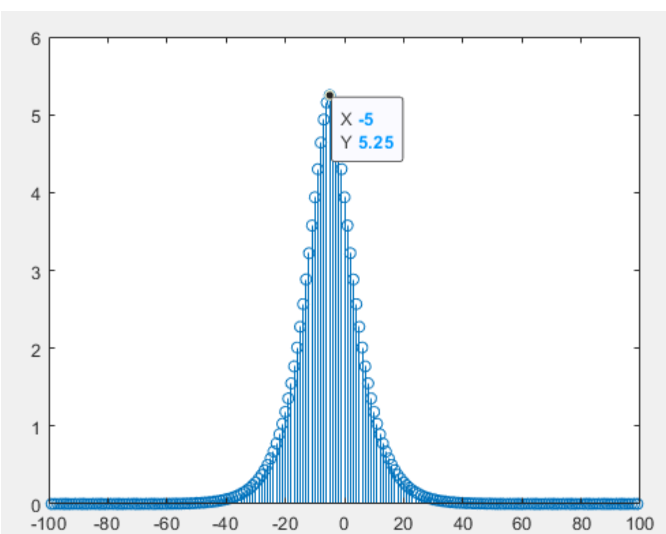

Figura 2. Correlación x(n) & y(n)

Máximo x(n)

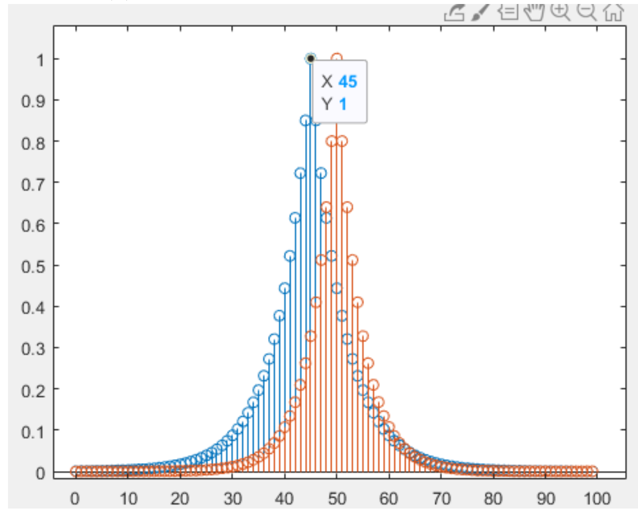

Figura 3. Valor máximo de x(n)

Máximo y(n)

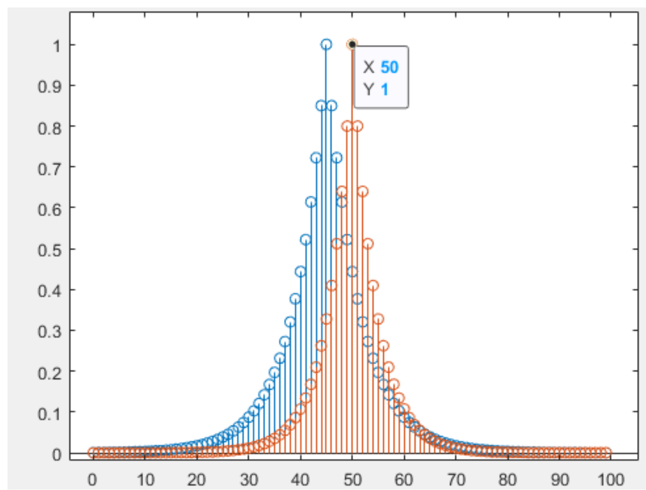

Figura 4. Valor máximo de y(n)

El valor de ca es igual a 0.675

¿Qué puede concluir de lo observado?

La correlación indica que el punto de mayor coincidencia entre las dos señales, será (-5;5.25) y el retraso con el que se logra este punto, es debido a que la señal Y(n) está desplazada con respecto a X(n).

EJERCICIO PRÁCTICO:

Ejercicio 1:
Teniendo en cuenta el código ejemplo, cambie los parámetros de desplazamiento, amplitudes, decaimiento de la señal yn y adicione ruido blanco con diferentes ganancias. Realice varias pruebas
¿Qué ocurre con la gráfica de correlación?
- ¿Qué ocurre con el valor ca?
- Estos cambios están relacionados, ¿Como explica dicha relación?

Modifique el ejemplo y resuelva lo siguiente:

Considere varias señales x(n) , y (n) y se desea saber cual versión de yi(n) tiene mayor similitud con x(n)

$$x(n) = 0{,}98^{|n-40|} * \left(3\cos\left(2\pi\frac{1}{10}n\right) - 2\sin\left(2\pi\frac{1}{10}n\right) + \cos\left(2\pi\frac{1}{25}n\right)\right)$$

$$y_1(n) = 0{,}5 * \left(3\cos\left(2\pi\frac{1}{10}(n-10)\right) - 2\sin\left(2\pi\frac{1}{10}(n-10)\right) + \cos\left(2\pi\frac{1}{25}(n-10)\right)\right)$$

$$y_2(n) = 0{,}7^{|n-20|} * \left(3\cos\left(2\pi\frac{1}{10}n + \frac{\pi}{10}\right) - 2\sin\left(2\pi\frac{1}{10}n + \frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(2\pi\frac{1}{25}n + \frac{\pi}{10}\right)\right)$$

$$y_3(n) = 3\cos\left(2\pi\frac{1}{10}n + \frac{\pi}{5}\right) - 2\sin\left(2\pi\frac{1}{10}n + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(2\pi\frac{1}{25}n + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(2\pi\frac{1}{5}n + \frac{1}{5}\right)$$

Grafique las señales, analice los espectros de frecuencia, realice los gráficos de magnitud/fase y real/imaginario. Haga una inspección visual y determine para cada señal yi(n) su semejanza o no con x(n).

● Calcule la correlación (xcorr) entre las señales yi(n) y , x(n) grafique.

● Calcule el PSNR y MSE entre yi(n) y x(n)

● Calcule el coeficiente de correlación (corr) entre yi(n) y x(n)

¿Qué puede concluir de los resultados obtenidos al calcular las medidas solicitadas?

¿Cual de las versiones de yi(n) es más parecida a x(n)?
Primero se observa la gráfica de la señal x(n) junto a su espectro de frecuencia, así como su respuesta en frecuencia y su fase en Bode.

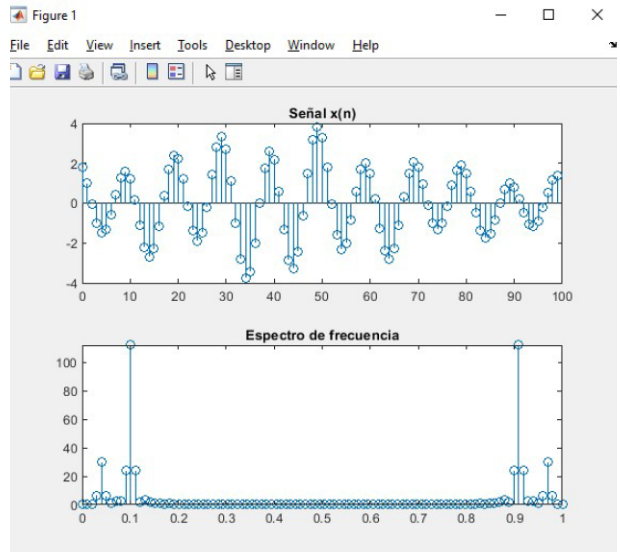

Figura 5. Señal x(n) y su espectro de frecuencias.
Su magnitud y fase en bode:

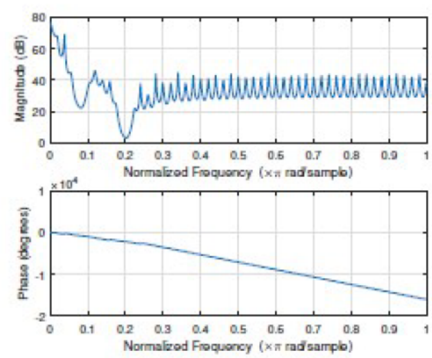

Figura 6. Diagrama de bode de x(n).
Primero se realiza la autocorrelación de la señal x(n) y se obtiene la figura 13, por supuesto el coeficiente de correlación es igual a uno, debido a que es la misma señal.

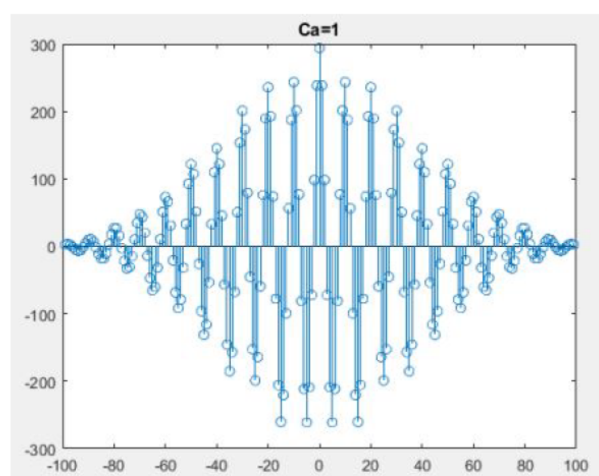

Figura 7. Autocorrelación de x(n).

La señal x(n) consta de 3 armónicos sin desfase con tres amplitudes diferentes y el desfase de ella es igual a cero, tal como se muestra.

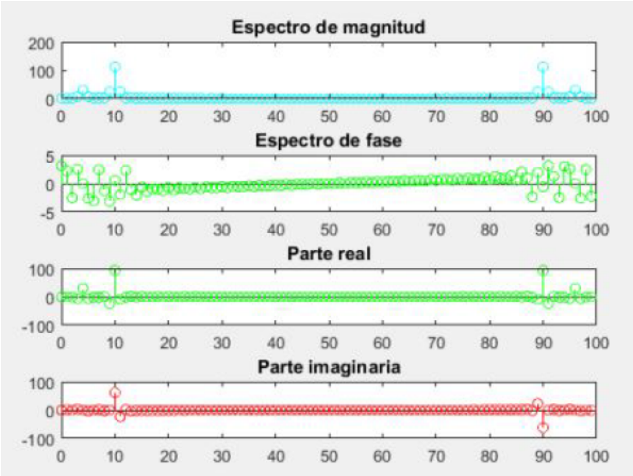

Figura 8.Diagrama de fase y magnitud de la señal x(n)

Luego, se realiza la correlación cruzada entre la señal y1 y x(n), obteniendo como resultado

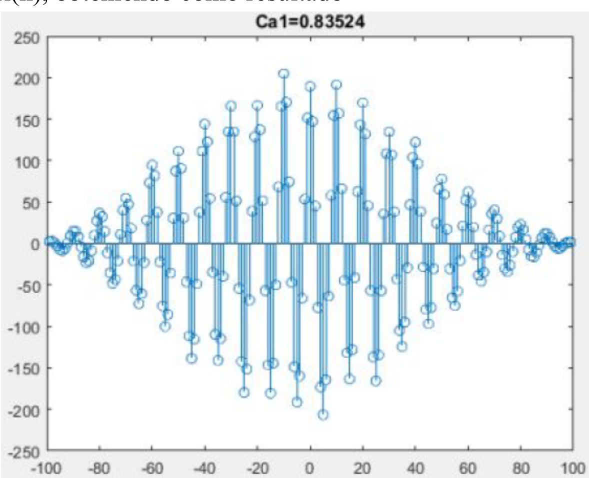

Figura 9.Correlación cruzada entre la señal y1 y la señal x(n)

Es la grafica mas semejante ya que solo posee un desfase de 10 y el mínimo cambio de magnitud, el coeficiente de correlación lo confirma.

El diagrama de fase y magnitud se muestra en la figura siguiente.

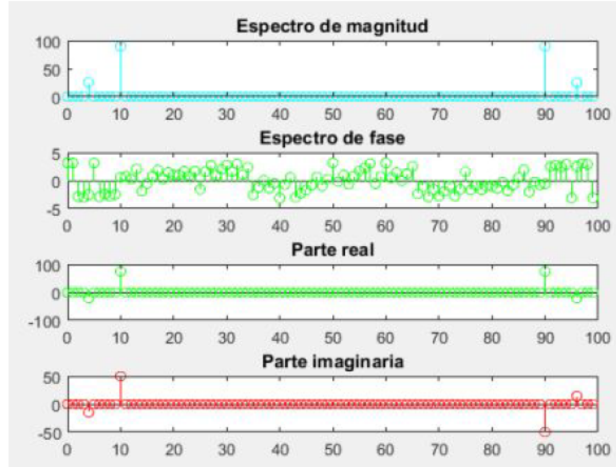

Figura 10. Diagrama de fase y magnitud de la correlación de la señal y1 y la señal x(n)

Para la correlación cruzada entre la señal y2 y la señal x(n), se obtiene la siguiente figura

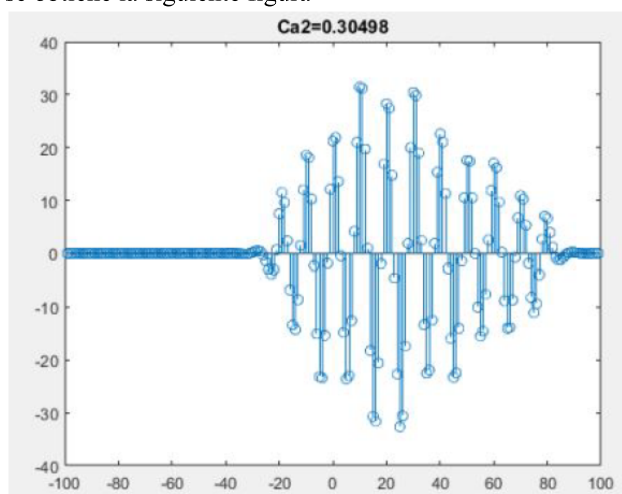

Figura 11. Correlación cruzada entre la señal y2 y la señal x(n)

El diagrama de fase y magnitud se muestra en la figura a continuación.

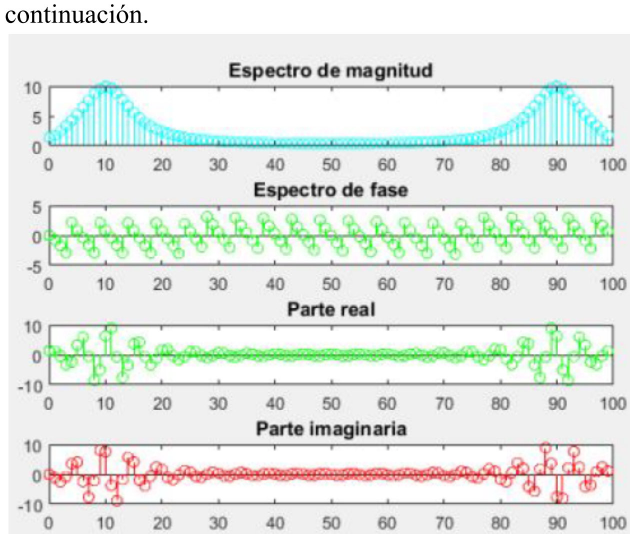

Figura 12. Diagrama de fase y magnitud de la correlación de

la señal y2 y la señal x(n)

Todas las características son diferentes a la señal original tanto magnitud como fase debido a la ganancia diferente (0.7) y el desfase de $\pi/10$. Por lo cual tiene un bajo coeficiente de correlación.

Para la correlación cruzada entre la señal y3 y la señal x(n), se obtiene la siguiente figura:

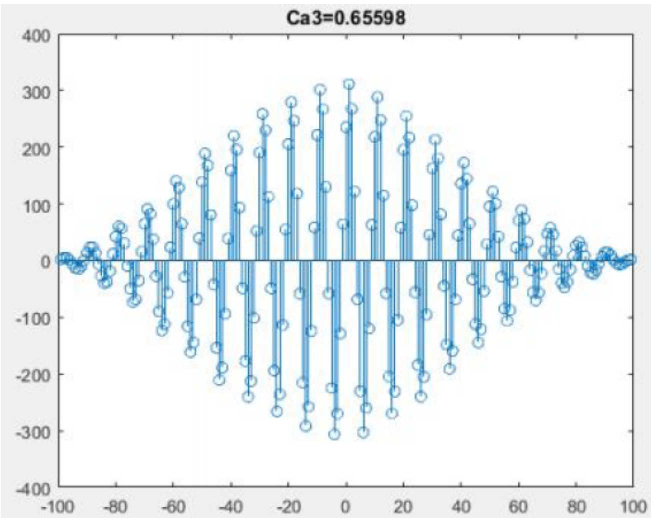

Figura 13. Correlación cruzada entre la señal y3 y la señal x(n)

Posee diferencia debido a la ausencia de la ganancia principal, razón por la cual todas las gráficas se ven atenuadas.

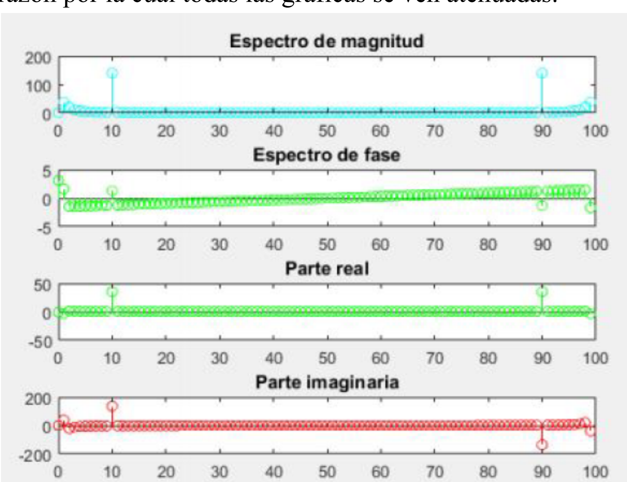

Figura 14. Diagrama de fase y magnitud de la correlación de la señal y3 y la señal x(n).

Al calcular el MSE en matlab de cada una de las correlaciones cruzadas con la autocorrelación de la señal x(n), se obtiene un valor de 467,2 para la correlación con la señal y1, 5087 para la segunda señal y 4285 para la tercera.

En cuanto al cálculo de la relación pico de señal a ruido (PSNR) se obtiene un valor de -26,2 para la primera señal, -37,06 para la segunda y -36.3 para la tercera.

Ahora se añade ruido a la señal de referencia y se repite el ejercicio:

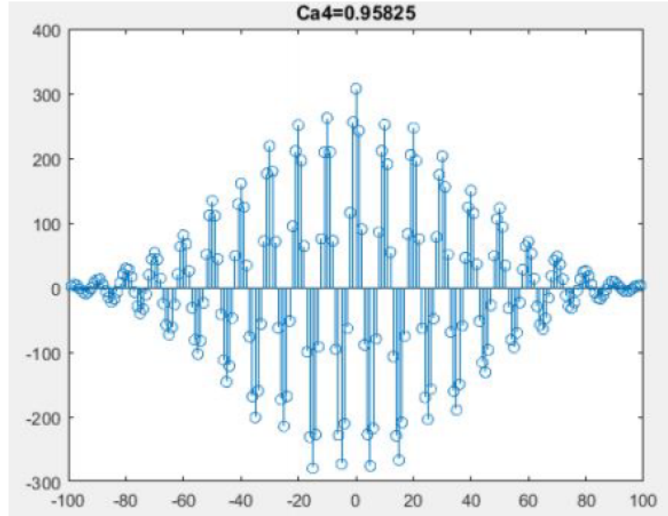

Figura 15. Autocorrelación de la señal x(n) luego de agregarle ruido.

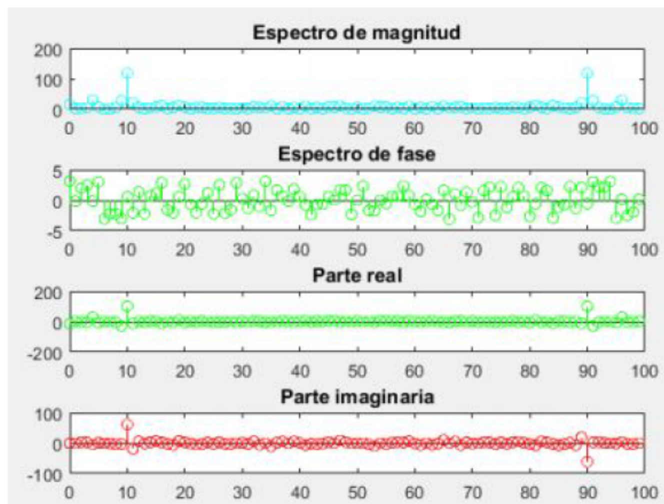

Figura 16. Diagrama de fase y magnitud de la señal x(n) luego de agregarle ruido.

Los valores varían en general sin embargo las características aún se mantienen ya que el ruido no es tan grande.
Para la correlación cruzada con la primera señal, se obtiene.

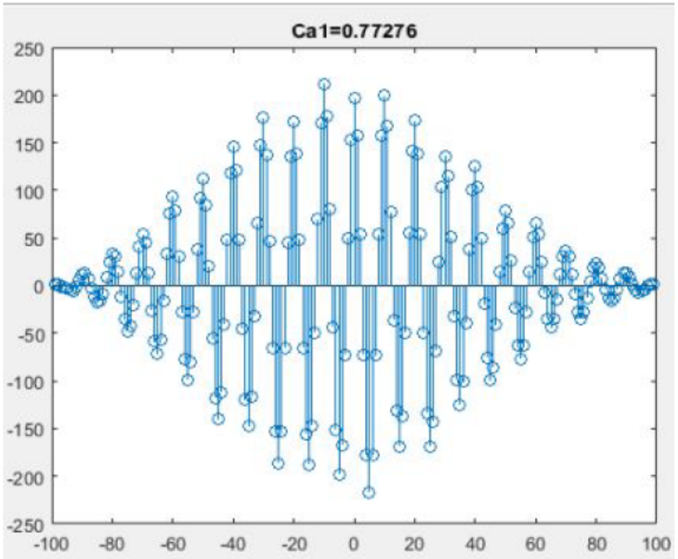

Figura 17. Correlación cruzada entre la señal y1 y la señal x(n) luego de agregarle ruido.

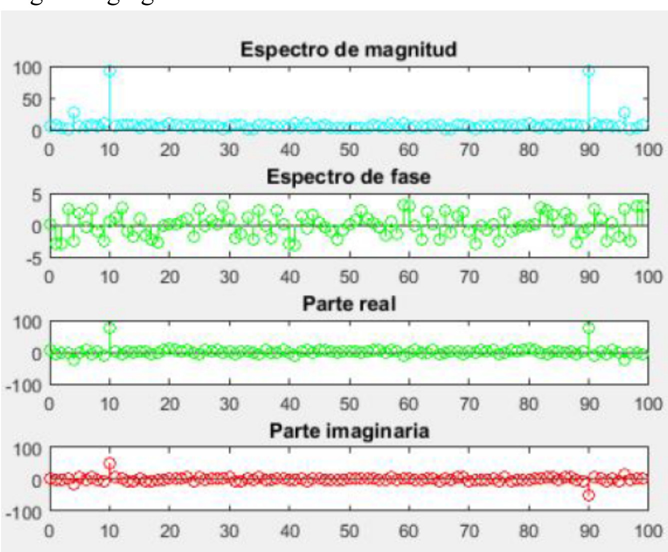

Figura 18. Diagrama de fase y magnitud de la correlación de la señal y1 la señal x(n) luego de agregarle ruido.

Para la segunda señal, se obtiene lo siguiente:

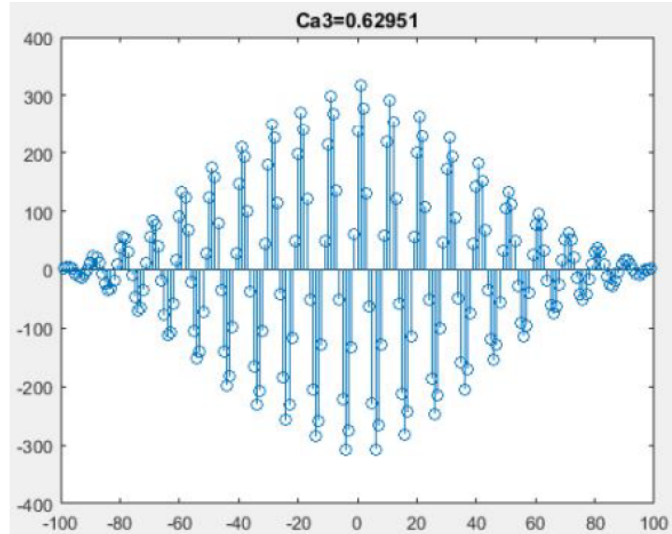

Figura 19. Correlación cruzada entre la señal y2 y la señal x(n) luego de agregarle ruido.

El diagrama de fase y magnitud se muestra en la siguiente figura:

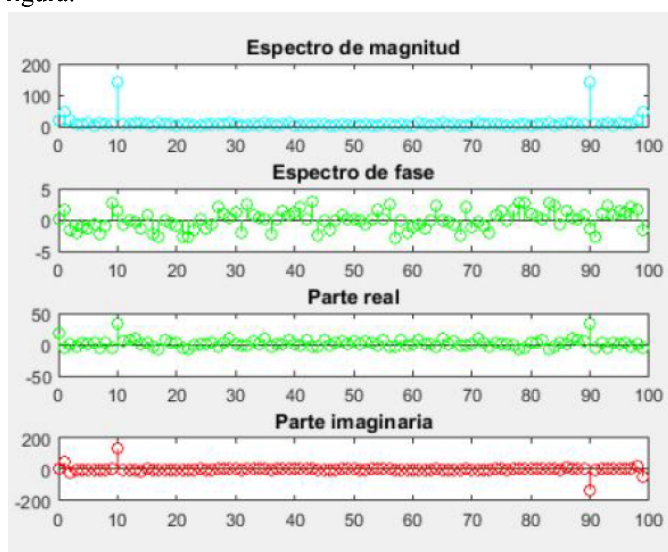

Figura 20. Diagrama de fase y magnitud de la correlación de la señal y2 y la señal x(n) luego de adicionar ruido.

Las gráficas de correlación cruzada de la última señal con la señal referencia con ruido, son las que se muestran a continuación:

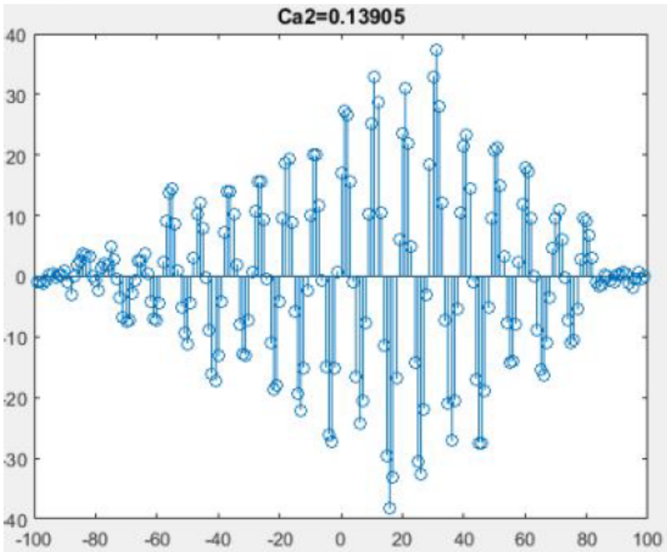

Figura 21. Correlación cruzada entre la señal y3 y la señal x(n) con ruido.

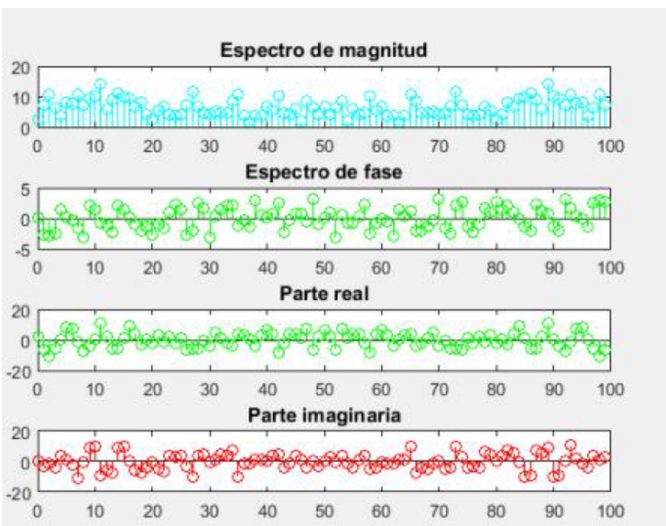

Figura 22. Diagrama de fase y magnitud de la correlación de la señal y3 y la señal x(n) con ruido.

Todos los coeficientes de correlación son menores, luego de añadirle ruido a la señal referencia, los espectros de fase y magnitud cambian todavía más y las gráficas de correlación ya no son las mismas que antes con la señal inicial.

Ejercicio 2:
Usando lo realizado en el laboratorio hasta el momento, realice lo siguiente:

● Obtenga una señal sinusoidal digitalizada con un periodo de 10 muestras por ciclo, xg(n) . El número total de muestras capturadas debe ser múltiplo de 10000
● Simule en matlab la versión muestreada sin cuantificación de la misma señal xd(n) , con el mismo número de muestras a la señal digitalizada
● Desarrolle un método automático para ajustar la fase de la simulación con los datos adquiridos aplicando estrategias de correlación
● Calcule la señal diferencia dif(n) = xd(n) xg(n) , que representaría el error de cuantificación.
contaminado con una señal de ruido desconocida
● Analice las propiedades estadísticas de la señal dif(n) , ¿Qué puede concluir a partir del mencionado análisis?
● Aplique un filtro adaptativo a la señal calculada anteriormente y cuya señal de referencia es la misma señal con un atraso de 10 muestras

Observe los resultados luego de aplicar el filtro adaptativo, De acuerdo con lo aprendido hasta ahora:

● La señal de salida del filtro adaptativo, ¿a que corresponde?
● Desde lo que entendió del concepto de correlación y el funcionamiento de los filtros adaptativos, justifique su respuesta

Conclusiones

La correlación entre señales o variables es una herramienta muy útil para poder identificar qué tan similares son dos variables. Este concepto aplicado en la ingeniería permite que sea empleado en diversas aplicaciones que se encuentran en muchas áreas de la vida cotidiana, ya que no es exclusivo de dispositivos de comunicación o en radares. La comparación entre dos objetos, sean tangibles o no, es muy común y es así como muchos dispositivos funcionan, por lo que resulta muy interesante conocer cómo comparar y extraer no solo esas características compartidas, sino que también las diferencias así obtener información acerca de cómo funcionan las cosas y muchos fenómenos físicos y naturales, es parte fundamental y un proceso infaltable en cuanto a la metodología que los ingenieros manejan.

Autoevaluación:
1)85%
2)89%
3)95%
4)92%

Referencias

[1]“Filtros Digitales - FIR”, Sitio web: http://www3.fi.mdp.edu.ar/tds/material/10-Filtros%20FIR.pdf
[2]“Análisis en el dominio de la frecuencia”, http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/3828/fichero/Cap%C3%ADtulos%252F4+An%C3%A1lisis+en+el+dominio+de+la+

frecuencia.pdf
[4]Vásquez E. “PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES”, https://prezi.com/x_x2xch1v2et/procesamiento-digital-de-senales/
[6]Tejos C. “Filtros en el dominio de la frecuencia”, http://pteam.pixinsight.com/carlos/G_Cap5.pdf
[7]“Análisis en el dominio de la frecuencia”, http://www.elai.upm.es/webantigua/spain/Asignaturas/Servos/Apuntes/11_RespFr.pdf
[8]Gómez G. E, “Introducción al filtrado digital”, http://www.dtic.upf.edu/~egomez/teaching/sintesi/SPS1/Tema7-FiltrosDigitales.pdf