

3. EQ. EN DIFERENCIAS Y TRANSFORMADA Z (Función de transferencia parte 1)

Conocimientos previos:

- Unidades de frecuencia tanto para sistemas y señales de tiempo continuo como de tiempo discreto y cómo se obtienen.
- Teorema de muestreo (digitalización de señales).
- Aliasing.
- Señales básicas.
- Composición de señales.

Competencias a desarrollar:

Meta ABET	Indicadores
Habilidad para identificar, formular y resolver problemas complejos de Ingeniería aplicando principios de Ingeniería, ciencias y matemáticas	Conocer las relaciones entre los fenómenos físicos y el modelo mediante leyes, teoremas y principios.
	Escoger los requerimientos necesarios en el planteamiento de soluciones, teniendo en cuenta las partes interesadas
Habilidad para comunicarse efectivamente ante un rango de audiencias	Expresar ideas en forma clara y concisa, mediante un lenguaje apropiado al contexto (comunicación oral y escrita)
	Aplicar una estrategia de comunicación oral y escrita para presentación de propuestas, proyectos, reportes de resultados, reportes técnicos de avances.
Capacidad de desarrollar y aplicar nuevos conocimientos según sea necesario, utilizando estrategias de aprendizaje apropiadas	Relacionar la información existente en las diferentes fuentes respecto a un problema

Metodología:

Revise las fuentes bibliográficas del curso para responder las preguntas teóricas, lleve sus dudas y conclusiones para ser presentadas en clase. Desarrolle los ejercicios prácticos y presente sus resultados en un informe usando la plantilla (overleaf).

Representación de un sistema (Eq. en diferencias):

- ¿Cómo se representa matemáticamente un sistema de tiempo discreto?
- ¿Que es una ecuación en diferencias y que representa?
- Describa la ecuación en diferencias para un sistema que amplifica o atenúa la señal de entrada, realice un ejemplo
- Describa la ecuación en diferencias para un sistema que genera atrasos o adelantos a la señal de entrada, realice ejemplos.
- ¿Que es un sistema lineal e invariante en el tiempo?, ¿Cuales son sus características y cómo se demuestran?

- ¿Qué es un sistema causal? Y ¿Qué es un sistema anticausal?, realice ejemplos
- ¿Qué es la convolución lineal en sistemas de tiempo discreto?, ¿Qué aplicación tiene en el estudio de las señales y sistemas de tiempo discreto?

EJERCICIO PRÁCTICO:

Para los sistemas representados por las siguientes ecuación en diferencias:

Sistema 1:

$$y(n) = x(n) - 0.5x(n-1) + 0.25x(n-2)$$

Sistema 2:

$$y(n) = 0.5x(n) + 0.1x(n-1) - 0.1y(n-1) + 0.2y(n-2)$$

- Realice el cálculo de los valores de la salida luego de aplicar un impulso unitario a cada sistema (utilice el archivo TF y AF.xls hoja Sis. Disc. disponible en el aula virtual). Este resultado se conoce en la literatura como la respuesta impulsional del sistema ($h(n)$).
- Realice una tabla comparando las características que observa de las respuestas impulsionales del Sistema 1 y del Sistema 2.

Transformada Z

- ¿Qué es la transformada Z y cuáles son sus principales usos y/o aplicaciones?

El plano Z es un plano conformado por números complejos, donde cada punto del plano representa una función exponencial compleja (Ver tarea anterior).

- ¿En qué parte o región del plano Z se concentran las funciones crecientes?
- ¿En qué parte o región del plano Z se concentran las funciones decrecientes?
- ¿Qué tipo de funciones se encuentran sobre el círculo unitario?
- ¿Qué ocurre al desplazarse sobre el círculo unitario (Variar el ángulo)?
- ¿Qué es una función de transferencia?
- ¿Qué relación existe entre la función de transferencia y el plano Z?

Tome como ejemplo el siguiente fragmento de código que representa la función de la ganancia sobre el plano Z para el sistema representado por la función de transferencia

$$H(z) = \frac{z}{z-1}$$

```
[R,I]=meshgrid(-2:0.05:2,-2:0.05:2);
Z=R+i*I;
G=abs(Z./(Z-1));
figure()
meshc(R,I,G)
```

Observe el gráfico generado en Matlab, revise los valores de la función que se forma sobre el plano Z. Estudie la bibliografía del curso y responda:

- ¿Cuanto vale la ganancia en el punto $Z = 0 + 0j$?
- ¿Cuanto vale la ganancia en el punto $Z = 1 + 0j$?
- ¿Cómo explica esos resultados, teniendo en cuenta lo que sabe sobre los polos y ceros de un sistema?

EJERCICIO PRÁCTICO:

Encuentre las funciones de transferencia de los sistemas 1 y 2.

- Realice las gráficas tridimensionales (matlab) respectivas de dichas funciones en el plano Z , modifique el código ejemplo suministrado.
- ¿Al observar las gráficas que puede concluir?
- ¿Que representa esa función tridimensional?
- ¿Qué significa que el valor de Z sea reemplazado por algún valor complejo en la función de transferencia de un sistema?
- ¿Que significa que el valor para reemplazar Z en la función de transferencia sea un número complejo cuya norma sea menor que 1?
- ¿Que significa que el valor para reemplazar Z en la función de transferencia sea un número complejo cuya norma sea mayor que 1?
- ¿Que significa que el valor para reemplazar Z en la función de transferencia sea un número complejo cuya norma sea igual a 1?
- ¿Qué representan los polos del sistema? y ¿Qué representan los ceros del sistema?
- ¿Por qué los polos definen que un sistema sea estable o inestable?
- ¿Cómo afecta la ubicación de los ceros la respuesta del sistema?
- ¿Qué ocurre si el valor de Z es reemplazado por una valor cercano a uno de los polos de la función de transferencia?
- ¿Qué ocurre si el valor de Z es reemplazado por una valor cercano a uno de los ceros de la función de transferencia?

Considere la función de transferencia de los sistemas 1 y 2 y la transformada Z del impulso unitario.

- Multiplique respectivamente las funciones de transferencia de los sistemas 1 y 2 por la transformada Z del impulso unitario y Aplique un método de inversión de la transformada Z a los resultados obtenidos.
- Compare el resultado anterior con las respuestas impulsionales de los sistemas obtenidas anteriormente en excel.
- Luego de realizar estos ejercicios ¿Que puede concluir?

Considere ahora la transformada Z del escalón unitario.

- Multiplique respectivamente las funciones de transferencia de los sistemas 1 y 2 por la transformada Z del escalón unitario y Aplique un método de inversión de la transformada Z a los resultados obtenidos.
- Simule en el archivo excel la aplicación del escalón unitario a cada sistema, compare los resultados.
- Con este nuevo ejercicio y los resultados anteriores ¿Qué puede concluir?
- ¿En qué valores respectivamente para cada sistema se estabiliza la respuesta al escalón?
- Realice en matlab el gráfico de las funciones tridimensionales para cada una de las funciones de transferencia y ubique en el plano Z el punto $Z=1$, para cada una de las funciones tridimensionales de los sistemas 1 y 2, ¿Cuál es el valor en ese punto para cada función tridimensional?
- Reemplace directamente en las funciones de transferencia de los sistemas 1 y 2 el valor $Z=1$, luego de simplificar y obtener la norma ¿Qué valores, para cada sistema, se obtienen?
- ¿Qué concluye de este ejercicio?

Autoevaluación:

En este apartado debe realizar una autoevaluación del proceso desarrollado y de las habilidades adquiridas con las actividades propuestas. Para ello responda las siguientes preguntas otorgando el valor porcentual (0 - 100 %) a cada una de ellas.

1. ¿Desarrolló la totalidad de las actividades propuestas?
2. ¿La metodología le permitió construir saberes significativos que le aporten al desarrollo del tema planteado?
3. ¿Qué tanto fue su grado de dedicación durante el desarrollo de las actividades planteadas?
4. ¿Qué tanto fue su grado de interés en el tema propuesto?
5. Otorgue un valor porcentual a cada uno de los indicadores de las metas propuestas según su cumplimiento

Retroalimentación:

En esta sección se espera que a partir de lo vivido durante el desarrollo de las actividades propuestas, Ud pueda dar algunas recomendaciones o sugerencias sobre el tema y el desarrollo de las mismas. Tenga en cuenta que sus aportes enriquecen el ejercicio docente, gracias.