Brian Sebastian Caceres Pinzon 1803245 est.brian.caceres@unimilitar.edu.co

Tarea 7 control.

1. **Discretizar un PII^{2}D. Discretizar la acción integral por Tustin y la acción derivativa por Euler hacia atrás.**

$$G_c(s) = \frac{K_D s^3 + K_p s^2 + K_{I1} s + K_{I2}}{s^2}$$

Euler hacia atrás

$$s = \frac{z-1}{T_m}$$

Tustin

$$s = \frac{2(z-1)}{T_m(z+1)}$$

Reemplazando

$$G_c(s) = \frac{kd(\frac{z-1}{T_m})^3 + kp(\frac{z-1}{T_m})s^2 + ki1(\frac{z-1}{T_m})s + ki2}{(\frac{2(z-1)}{T_m(z+1)})^2}$$

$$G_c(s) = \frac{(ki2tm^3 + ki1tm^2 + kptm + kd)z^5 + (2ki2tm^3 + ki1tm^2 - kd)z^4 + (ki2tm^3 - ki1tm^2 - 2kptm - 2kd)z^3 + (2kd - ki1tm^2)z^2 + (kd + kptm)z - kd}{4tmz^5 - 8tmz^4 + 4tmz^3}$$

$$en\ terminos\ de\ atrasos$$

$$G_c(s) = \frac{(ki2tm^3 + ki1tm^2 + kptm + kd) + (2ki2tm^3 + ki1tm^2 - kd)z^-1 + (ki2tm^3 - ki1tm^2 - 2kptm - 2kd)z^-2 + (2kd - ki1tm^2)z^-3 + (kd + kptm)z^-4 - kdz^-5}{4tmz - 8tmz^-1 + 4tmz^-2}$$

2. **Discretizar un PID con filtro en la acción derivativa. Discretizar la acción integral y derivativa con Euler hacia atrás.**

$$G_c(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + {T_d s}/{N}}\right)$$

$$r_1 = -\frac{T_d/N}{T_d/N + T_s}$$

$$T_s\ es\ el\ periodo\ de\ muestreo$$

$$N\ es\ una\ constante\ de$$

$$G_c(s) = k(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d s}{N}})$$

$$reemplazando\ euler\ hacia\ atrass = \frac{z-1}{T_m}$$

$$s = \frac{z-1}{T_m}$$

$$G_c(s) = k(1 + \frac{1}{T_i(\frac{z-1}{T_m})} + \frac{T_d(\frac{z-1}{T_m})}{1 + \frac{T_d(\frac{z-1}{T_m})}{N}})$$

$$G_c(s) = \frac{(ktdti + ktdtm + Nktm^2 + Nktdti + Nktitm)z^2 + (-2ktdti - ktdtm - 2Nktdti - Nktitm)z + ktdti + Nktdti)}{(tdti + Ntitm)z^2 + (-2tdti - Ntitm)z + tdti}$$

$$en\ terminos\ de\ atrasos$$

$$G_c(s) = \frac{(ktdti + ktdtm + Nktm^2 + Nktdti + Nktitm) + (-2ktdti - ktdtm - 2Nktdti - Nktitm)z^{-1} + (ktdti + Nktdti)z^{-2}}{(tdti + Ntitm) + (-2tdti - Ntitm)z^{-1} + tdtiz^{-2}}$$

Considere el siguiente modelo de un tanque de reacción continuamente agitado en el cual una reacción exotérmica $A \rightarrow B$ toma lugar. El objetivo de control es regular la concentración de salida a través de la manipulación de la temperatura de la chaqueta. El calor de reacción es removido por medio de un líquido refrigerante que pasa a través de una chaqueta alrededor del reactor. El Volumen V se considera constante. Las ecuaciones diferenciales que modelan este sistema son las siguientes:

$$\dot{x}_1 = \frac{F}{V}(c_0 - x_1) - a x_1 e^{-\frac{b}{x_2}}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{F}{V}(T_0 - x_2) + \frac{aV}{C_p} x_1 e^{-\frac{b}{x_2}} - \frac{h}{VC_p}(x_2 - u)$$

$$y = x_2$$

donde la variable de estado $x1$ representa la concentración del producto y $x2$ representa la temperatura del reactor. La variable de control u es la temperatura del agua de la chaqueta; F es el flujo de salida del reactor (2000 lb/h), co es la concentración del flujo de entrada (0.5 lb/lb), To es la temperatura del flujo de entrada (5325 R), cp es la capacidad calorífica del material (0.75 BTU/lb.R), V es el volumen del tanque (2410 lb), L es el calor de la reacción (600 BTU/lb), b es una constante de activación (15070 R), a es un factor pre-exponencial (7.09 x 10^{10}hr^{-1}) y h es un parámetro de transferencia de calor (15050 BTU/hr.R).

3. Encuentre la representación lineal que describe al sistema. Realice un controlador por retroalimentación de estados que asegure un error en estado estable igual a cero para una entrada escalón. Proponga el tiempo de establecimiento y el coeficiente de amortiguamiento sustentando su elección. Además, diseñe un observador de estados para el sistema considerando que la única salida medible es $x2$.

Ecuaciones

$$\dot{x} = \frac{F}{V}(c_o - x_1) - a x_1 e^{\frac{-b}{x_2}} \ (1)$$
$$\dot{x}_2 = \frac{F}{V}(T_o - x_2) + \frac{aV}{C_p} x_1 e^{\frac{-b}{x_2}} - \frac{h}{VC_p}(x_2 - u) \ (2)$$
$$y = x_2 \ (3)$$

Representación lineal que describe al sistema, linealizando por medio de taylor

$$\dot{x}_1\delta = x1\delta\left(\frac{-F}{V} - ae^{\frac{-b}{\bar{x_2}}}\right) + x2\delta\left(\frac{-ab\bar{x}_1 e^{\frac{-b}{\bar{x_2}}}}{\bar{x_2}^2}\right) \ (4)$$
$$\dot{x}_2\delta = x1\delta\left(\frac{Vae^{\frac{-b}{\bar{x_2}}}}{C_p}\right) + x_2\delta\left(\frac{Vab\bar{x}_1 e^{\frac{-b}{\bar{x_2}}}}{C_p\bar{x_2}^2} - \frac{h}{C_pV} - \frac{F}{V}\right) + u\delta\left(\frac{h}{C_pV}\right) \ (5)$$
$$y\delta = x2\delta$$

Puntos de equilibrio

$$0 = \frac{F}{V}(c_o - x_1) - a x_1 e^{\frac{-b}{x_2}} \ (6)$$
$$0 = \frac{F}{V}(T_o - x_2) + \frac{aV}{C_p} x_1 e^{\frac{-b}{x_2}} - \frac{h}{VC_p}(x_2 - u) \ (7)$$

Puntos de operación: x1=concentración producto, x2=temperatura de reactor, u=temperatura agua

$$eligiendo\ \bar{x1} = 0.49$$
$$despejando\ \bar{x}2\ de\ (6)$$
$$\bar{x}2 = 518.53$$
$$despejando\ \bar{u}\ de\ (7)$$
$$\bar{u} = 36.27$$

Reemplazando las constantes y los puntos de operación

$$\dot{x}_1\delta = x1\delta(-0.8468) + x2\delta(-0.0005) \ (8)$$
$$\dot{x}_2\delta = x1\delta(54.42) + x_2\delta(-7.66) + u\delta(8.32) \ (9)$$

Los valores anteriores equivalen a las matrices del espacio de estados, por lo cual las matrices son:

$$A = [-0.8468 - 0.0005; 54.4218 - 7.6617]$$
$$B = [0; 8.3264]$$
$$C = [0; 1]$$
$$D = [0]$$

Se halla la función de transferencia a partir de las matrices del espacio de estados:

$$G(s) = C(s * I - A)^{-1}B + D$$
$$entonces$$
$$G(s) = \frac{8.326s + 7.051}{s^2 + 8.508s + 6.513}$$

Control por retroalimentación de estados ess=0 escalón

$$Teniendo :$$
$$A = [-0.8468 - 0.0005; 54.4218 - 7.6617]$$
$$B = [0; 8.3264]$$
$$C = [0; 1]$$
$$D = [0]$$
$$Matriz\ de\ controlabilidad$$
$$S = [B \quad AB]$$
$$S = [0 - 0.0042; 8.3264 - 63.7944]$$
$$determinante\ de\ S = 0.0347\ \Rightarrow CONTROLABLE$$

Matriz A empaquetada donde k es un vector con numero de k equivalente a cantidad de estados.

$$\begin{pmatrix} A - B\,K & B\,\mathrm{ki} \\ -C & 0 \end{pmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{pmatrix} -0.847 & -5.0\text{e-}4 & 0 \\ 54.4 - 8.33\,k_1 & -8.33\,k_2 - 7.66 & 8.33\,\mathrm{ki} \\ 0 & -1.0 & 0 \end{pmatrix}$$

Sea s*I una matriz de 3x3 con diagonal de s

$$\begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix}$$

Se aplica la formula para hallar el polinomio característico

$$PolinomioCaracteristico = det(SI - A_{empaquetada})$$

Se obtiene:

$$s^3 + (8.3264\,k_2 + 8.5085)\,s^2 + (7.0508\,k_2 - 0.0041632\,k_1 + 8.3264\,\mathrm{ki} + 6.5151)\,s + 7.0508\,\mathrm{ki}$$

Se crea una polinomio deseado con las siguientes características (tsd=3 segundos para enfriar el reactor rápido):

$$\zeta = 0.9$$
$$tsd = 3$$
$$\omega = 1.4815$$
$$\beta = 10 \; (aumentar \; el \; grado \; a \; 3)$$
$$PolinomioDeseado = s^3 + 9.33s^2 + 19.97s + 14.63$$

igualando coeficientes se despejan los valores para ki k1 k2

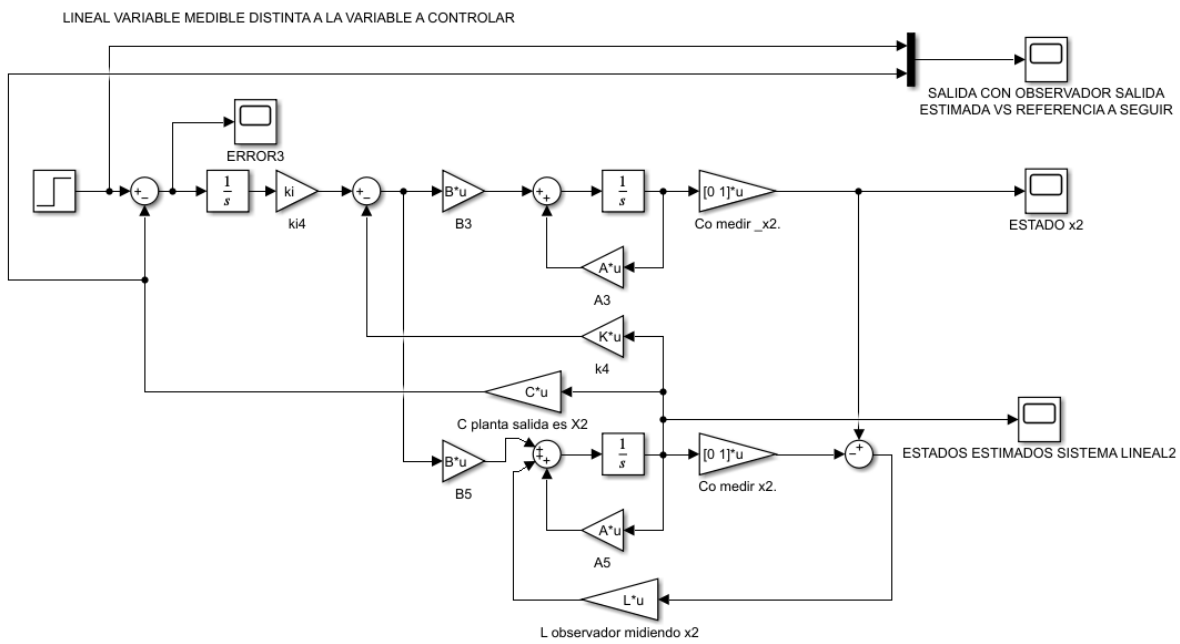
$$14.632 = 7.0508 * ki$$
$$19.973 = 7.0508 * k2 - 0.0041632 * k1 + 8.3264 * ki + 6.5151$$
$$9.3333 = 8.3264 * k2 + 8.5085$$
$$despejando$$
$$ki = 2.0752$$
$$k1 = 1085,7$$
$$k2 = 0.0991$$

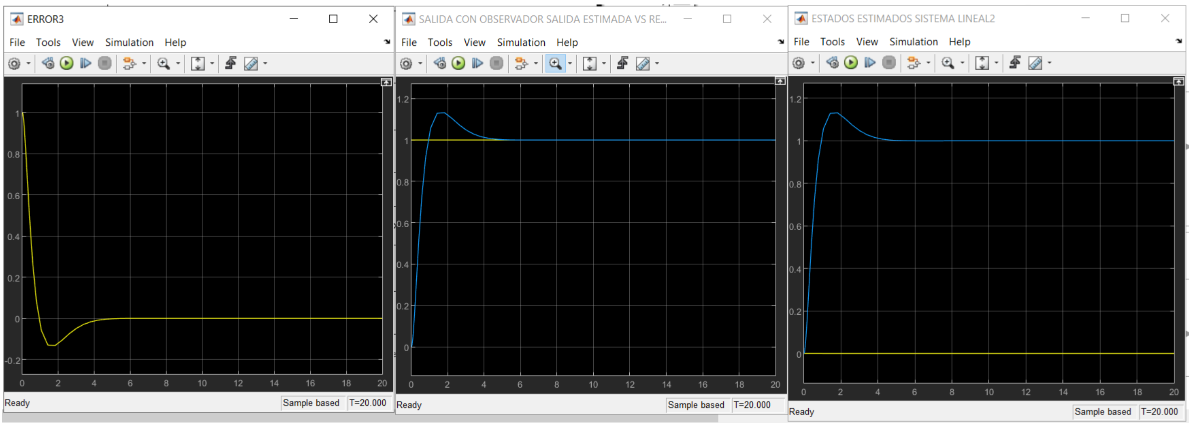
Diseño Observador estados

se eligen los parámetros para observador

$$\zeta d_o = 1$$
$$tsdo = \frac{tds}{20} = 0.15$$
$$wndo = 26.6667$$
$$PolinomioDeseadoObservador = s^2 + 53.33s + 711.11$$
$$\alpha_1 = 53.33 \; \alpha_2 = 711.11$$
$$los \; parametros \; de \; la \; funcion \; de \; transferencia$$
$$G(s) = \frac{8.326s + 7.051}{s^2 + 8.508s + 6.513}$$
$$a2 = 6.513$$
$$a1 = 8.508$$
$$Matriz \; Q$$
$$Q = (M * O)^-1$$
$$Reemplazando$$
$$aplicando \; matriz \; de \; transformacion$$
$$L = Q * [\alpha_2 - a2; \alpha_1 - a1]$$
$$L = [704.5981; 44.8253]$$

Simulación





4. Diseñe un control por técnicas PID (continuo-discreto y discreto-discreto), tal que asegure las mismas condiciones de diseño que para el retro de estado y compare su resultado contra este, indicando cual es mejor y por qué razón. (Soportar su respuesta con resultados de simulación)

$$G(s) = \frac{8.326s + 7.051}{s^2 + 8.508s + 6.513} = \frac{8.326(s + 0.8468)}{s^2 + 8.508s + 6.513}$$

$$Prefiltro$$

$$Pf(s) = \frac{0.8468}{s + 0.8468}$$

$$G(s)Pf(s) = \frac{7.05045}{s^2 + 8.508s + 6.513}$$

PID continuo discreto

$$PID$$

$$Gc(s) = \frac{kds^2 + kps + ki}{s}$$

$$\frac{G(s)Pf(s)Gc_(s)}{1 + G(s)Pf(s)Gc_(s)} = \frac{7.05kds^2 + 7.05kps + 7.05ki}{s^3 + (7.05kd + 8.51)s^2 + (7.05kp + 6.52)s + 7.05ki}$$

$$PolinomioCaracteristico = s^3 + (7.05kd + 8.51)s^2 + (7.05kp + 6.52)s + 7.05ki$$

$$Polinomio\ deseado\ mismo\ de\ antes:$$

$$PolinomioDeseado = s^3 + 9.33s^2 + 19.97s + 14.63$$

$$igualando\ coeficientes$$

$$7.0504 * ki = 14.632$$

$$7.0504 * kp + 6.515 = 19.973$$

$$7.0504 * kd + 8.508 = 9.3333$$

$$despejando$$

$$ki = 2.0753$$

$$kp = 1.9088$$

$$kd = 0.1171$$

PID discreto discreto

$$Planta\ con\ prefiltro$$

$$G(s)Pf(s) = \frac{7.05045}{s^2 + 8.508s + 6.513}$$

$$Discretizando\ planta\ con\ prefiltro$$

$$tm = \frac{ts}{300} = \frac{6}{300} = 0.02$$

$$G(s)Pf(s)z = \frac{13.64z^2 - 23.37z + 9.818}{z^2 - 1}$$

$$planta\ discreta$$

$$G(s)Pf(s)z = \frac{13.64 - 23.37z^{-1} + 9.818z^{-2}}{1 - z^{-2}} = \frac{A}{B}$$

$$se\ propone\ el\ PID\ discreto$$

$$PIDZ = \frac{s0 + s1z^{-1} + s2^{-2}}{(1 - z^{-1})(1 + r0z^{-1})} = \frac{S}{R}$$

$$AS + BR = z^{-4} + (r0 + 0.001s_0 - 2.8)z^{-3} + (0.001s_0 - 2.8r_0 + 0.001s_1 + 2.6)z^{-2} + (2.6r_0 + 0.001s_1 + 0.0013s_2 - 0.8)z^{-1} - 0.8r_0 + 0.001s_2$$

$$PolinomioDeseado:$$

$$p1 = -2e^{-\zeta\omega T_m} cos(\omega T_m \sqrt{1 - \zeta^2})$$

$$p2 = e^{-2\zeta\omega T_m}$$

$$PolinomioDeseado = (1 + p1z^{-1} + p2z^{-2})(1 + \alpha z^{-1})^2$$

$$\alpha = -0.1$$

$$\zeta = 0.9$$

$$\omega = 0.7407$$

$$Tm = \frac{ts}{300} = \frac{6}{300} = 0.02$$

$$Reemplazando$$

$$PolinomioDeseado = z^{-4} - 2.1735z^{-3} + 1.3784z^{-2} - 0.21447z^{-1} + 0.0097369$$

$$Igualando\ coeficientes$$

$$r0 + 0.0013331 * s0 - 2.8411 == -2.1735,$$

$$0.0012596 * s0 - 2.8411 * r0 + 0.0013331 * s1 + 2.6847 = 1.3784, 2.6847 * r0 + 0.0012596 * s1 + 0.0013331 * s2 - 0.84353 = -0.21447$$

$$0.0012596 * s2 - 0.84353 * r0 = 0.009736$$

$$Despejando$$

$$s0 = 244.0595$$

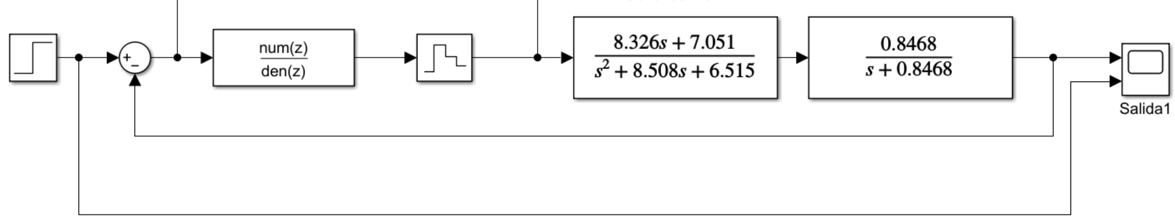
$$s1 = -480.9552$$

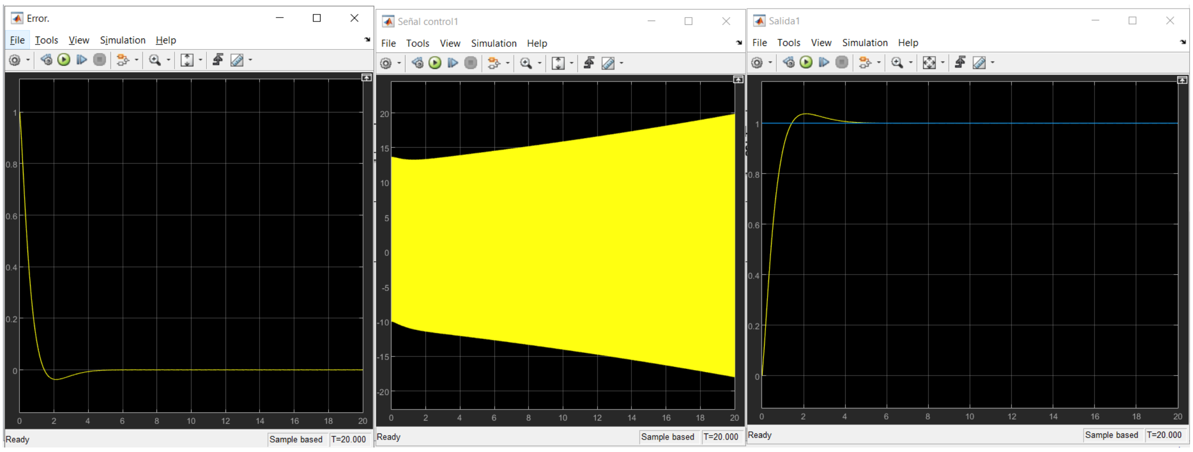
$$s2 = 236.9634$$

$$r0 = 0.3423$$

SIMULACION

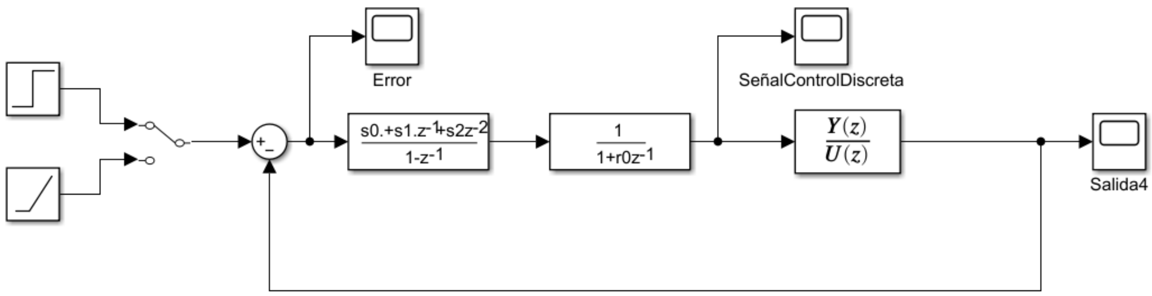
PID continuo discretizado

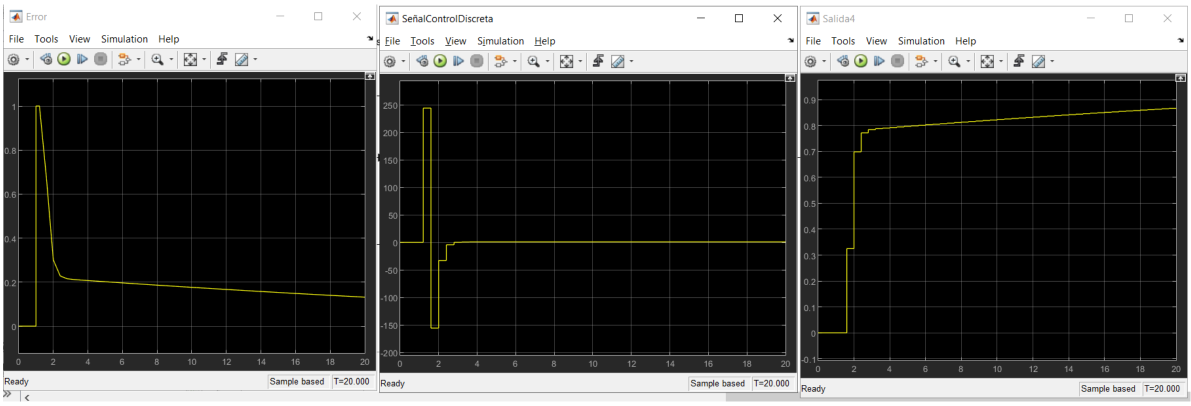




PID discreto discreto

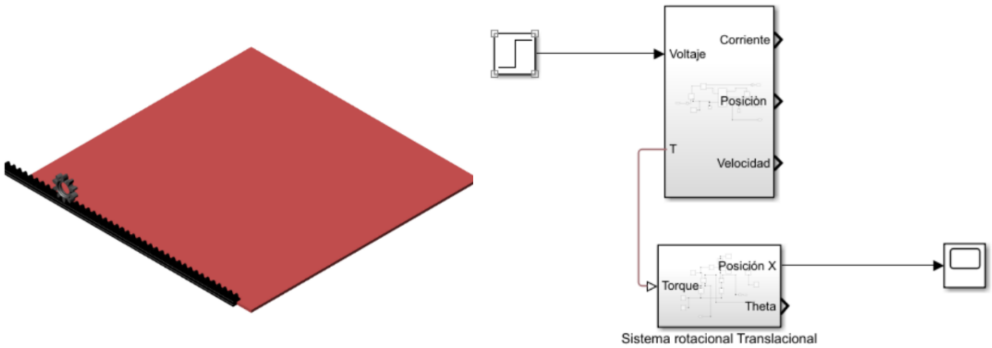
CONTROL DISCRETO DISCRETO p4Discreto





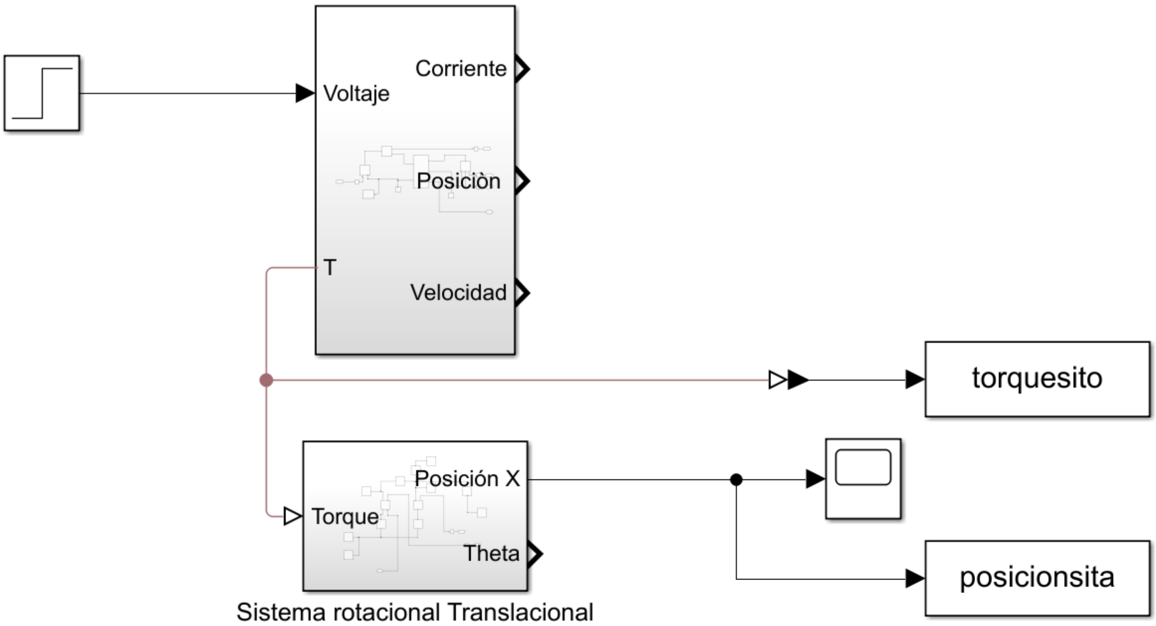
Es mucho mejor el control discreto-discreto que le continuo-discreto puesto que el primero trabaja dentro de un microcontrolador y por ello la señal de control se almacena dentro de una variable, por otro lado la señal de control del segundo es un voltaje que puede tomar valores muy altos y llegar a quemar en algún momento el microcontrolador.

5. Realizar un control PID discreto-discreto y un compensador para seguimiento a escalón del siguiente sistema electromecánico (se adjunta archivo Simulink-Simscape). Se debe caracterizar la planta mediante la respuesta al escalón. Proponga el tiempo de establecimiento y el coeficiente de amortiguamiento sustentando su elección. Simular y evaluar la respuesta transitoria en lazo cerrado para ambos controladores.

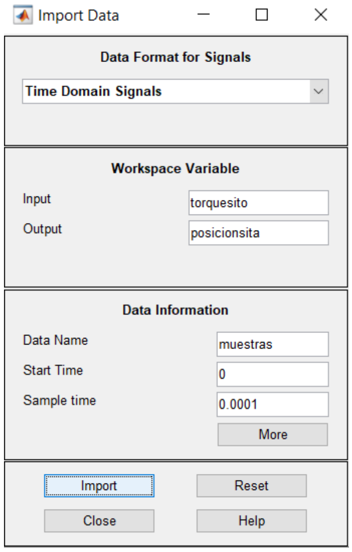


IDENTIFICACION DEL SISTEMA

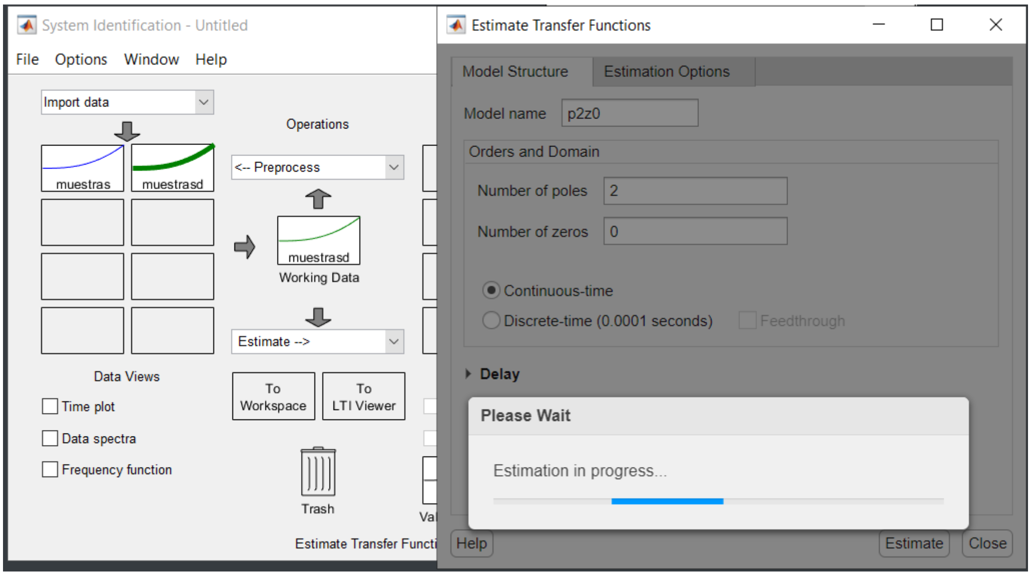
se hace la identificación por medio de la herramienta system identification, para ello primero se envían los datos al workspace dentro de un array (150001 datos tipo double), la entrada del sistema es torque y la salida es la posición.



Luego dentro del "system identification", agregamos los datos, le especificamos como se llaman las variables donde se guardan las señales indicando cual de ellas es la entrada y la salida tiempo de inicio 0 segundos y tiempo de muestreo 0.0001 segundos.



Luego se importan los datos y se les realiza un pre-procesado, que elimina ruido y elimina el offset de la señal, con esta señal ahora se realiza la identificación y para ello hacemos una identificación con 2 polos y 0 ceros para no complicar el calculo del control discreto discreto.



finalmente se obtiene la planta que se observa a continuación.

```
  From input "u1" to output "y1":
       1.164e05
  --------------------
  s^2 + 0.4899 s + 25
Name: p2z0
Continuous-time identified transfer function.

Parameterization:
   Number of poles: 2   Number of zeros: 0
```

esta planta tiene una similitud de 92.5% con la planta identificada, por lo cual se trabaja con esta.

```
Parameterization:
   Number of poles: 2   Number of zeros: 0
   Number of free coefficients: 3
   Use "tfdata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.

Status:
Estimated using TFEST on time domain data "muestrasd".
Fit to estimation data: 92.5% (stability enforced)
FPE: 1.52e-05, MSE: 1.52e-05
```

$$Planta$$

$$G(s) = \frac{116400}{s^2 + 0.4899s + 25}$$

$$Discretizando\ planta$$

$$tm = \frac{ts}{40} = \frac{5}{40} = 0.125$$

$$G(s)z = \frac{862.6z + 844.9}{z^2 - 1.574z + 0.9406}$$

$$planta\ discreta$$

$$G(s)z = \frac{862.6z^{-1} + 844.9z^{-2}}{1 - 1.574z^{-1} + 0.9406^{-2}} = \frac{A}{B}$$

$$se\ propone\ el\ PID\ discreto$$

$$PIDZ = \frac{s0 + s1z^{-1} + s2^{-2}}{(1 - z^{-1})(1 + r0z^{-1})} = \frac{S}{R}$$

$$AS + BR = z^{-4} + (r0 + 862.58s0 - 2.5739)z^{-3} + (844.92s0 - 2.5739r0 + 862.58s1 + 2.5145)z^{-2} + (2.5145r0 + 844.92s1 + 862.58s2 - 0.9406)z^{-1} - 0.9406r0 + 844.92s2$$

$$PolinomioDeseado:$$

$$p1 = -2e^{-\zeta\omega T_m} cos(\omega T_m \sqrt{1 - \zeta^2})$$

$$p2 = e^{-2\zeta\omega T_m}$$

$$PolinomioDeseado = (1 + p1z^{-1} + p2z^{-2})(1 + \alpha z^{-1})^2$$

$$\alpha = -0.1$$

$$\zeta = 0.9$$

$$\omega = 0.8889$$

$$Tm = \frac{ts}{40} = \frac{5}{40} = 0.125$$

$$Reemplazando$$

$$PolinomioDeseado = z^{-4} - 2.0076z^{-3} + 1.1902z^{-2} - 0.18182z^{-1} + 0.0081873$$

$$Igualando\ coeficientes$$

$$r0 + 862.58 * s0 - 2.5739 == -2.0076$$

$$844.92 * s0 - 2.5739 * r0 + 862.58 * s1 + 2.5145 == 1.1902$$

$$2.5145 * r0 + 844.92 * s1 + 862.58 * s2 - 0.9406 == -0.18182$$

$$844.92 * s2 - 0.9406 * r0 == 0.0081873$$

$$Despejando$$

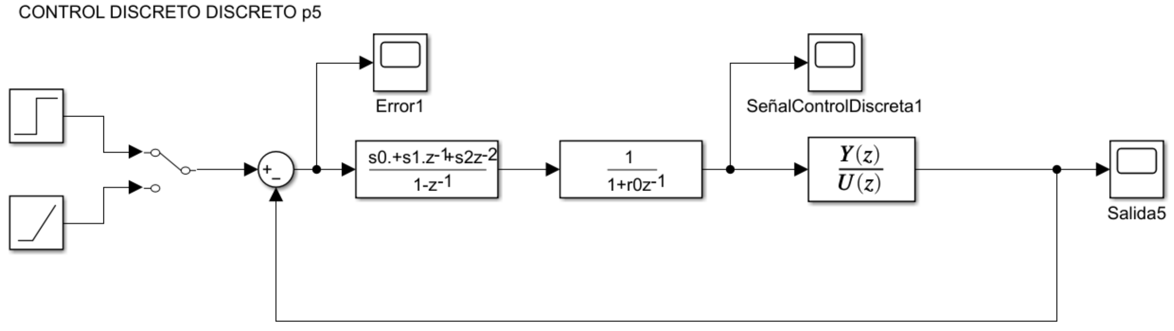
$$s0 = 2.2469e - 04$$

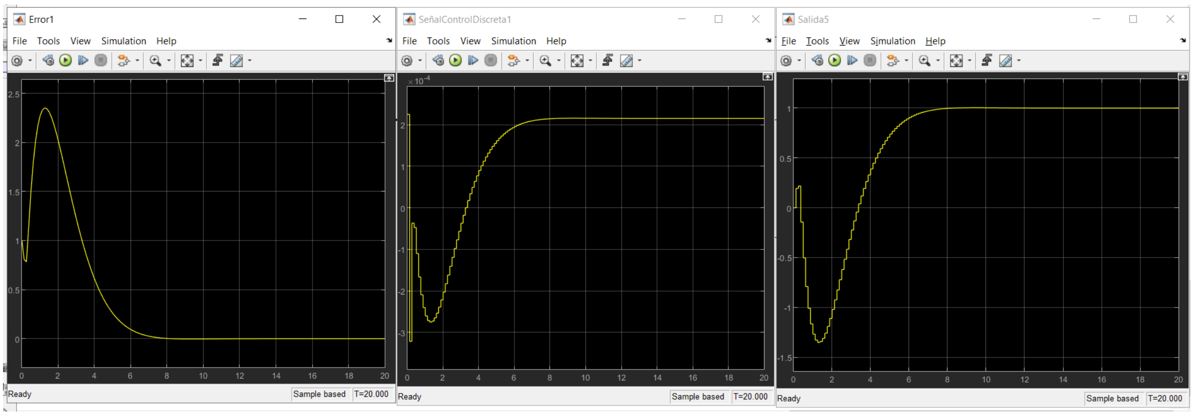
$$s1 = -6.4376e - 04$$

$$s2 = 4.2438e - 04$$

$$r0 = 0.3725$$

SIMULACION





Diseño compensador

$$\text{Planta}$$
$$G(s) = \frac{116400}{s^2 + 0.4899s + 25}$$
$$\text{Compensador}$$
$$Gc(s) = \frac{Kc(s + cero)}{(s + polo)}$$

Parámetros diseño compensador

$$\zeta = 1$$
$$tsd = 8$$
$$\omega = 0.125$$

Polinomio deseado

$$PD = s^2 + s + 0.25$$

Polo que se desea modificar

$$s = 24.2 + 42.4i$$

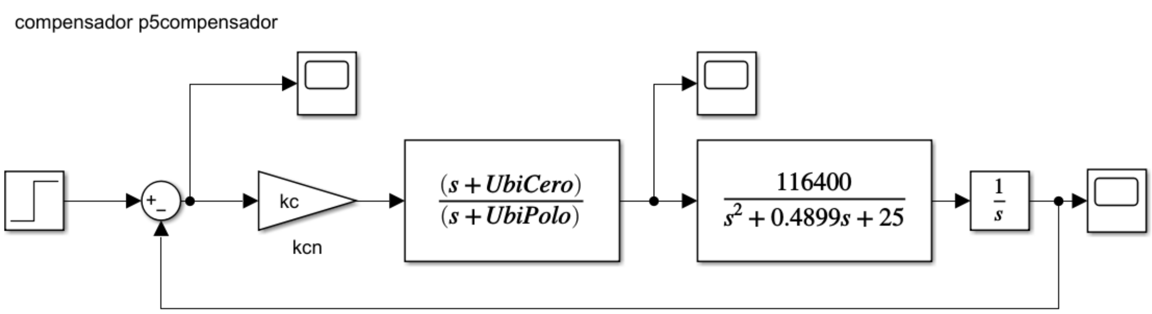
Polo deseado

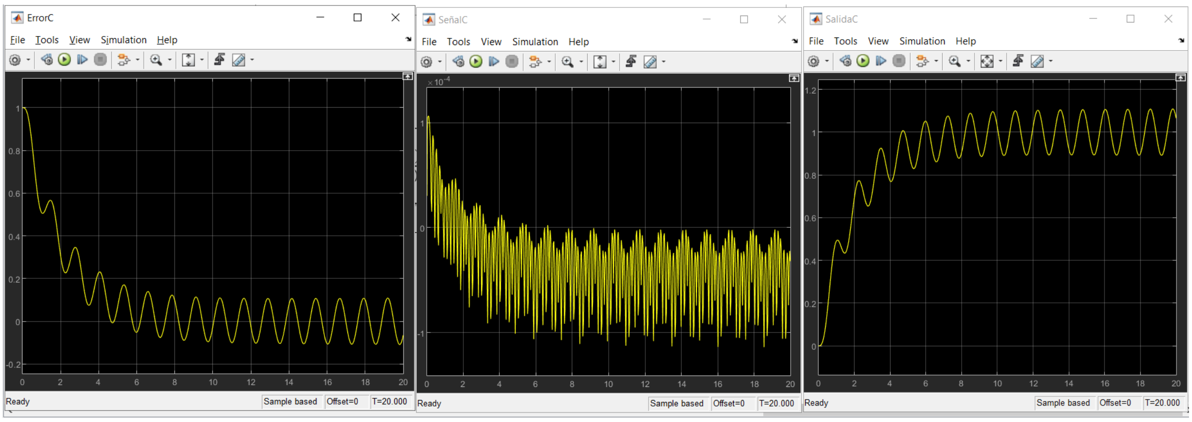
$$s = -0.5000 + 0i$$

Parametros Hallados

$$Kc = 0,000030169$$
$$Cero = 348,20$$
$$Polo = 98,16$$

SIMULACION




ErrorC
File Tools View Simulation Help
Ready
Sample based
Offset=0
T=20.000
SeñalC
File Tools View Simulation Help
Ready
Sample based
Offset=0
T=20.000
SalidaC
File Tools View Simulation Help
Ready
Sample based
Offset=0
T=20.000