实验一 采样系统分析与设计

孟令昶 2019308130215

1. 实验目的

（1）掌握利用数字—模拟混合仿真的方法，研究采样控制系统；

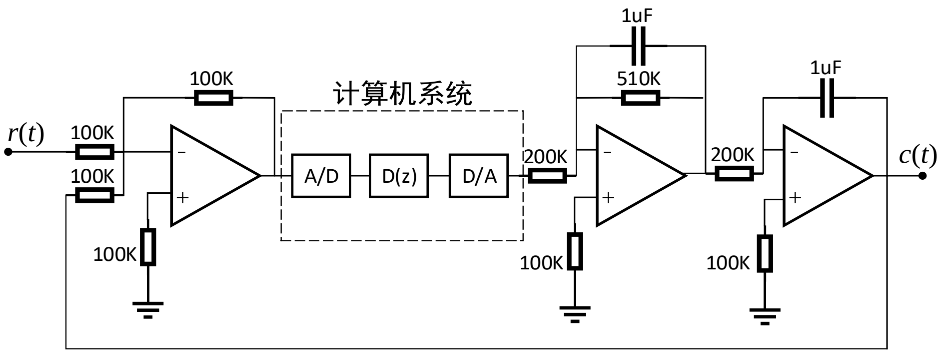
（2）研究开环增益和采样周期对系统动态性能的影响；

（3）观察系统正在阶跃和斜坡信号作用下的稳态误差；

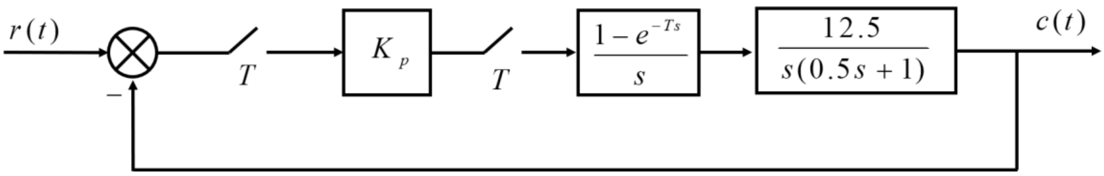
（4）掌握最小拍控制器设计的方法。

2. 实验原理

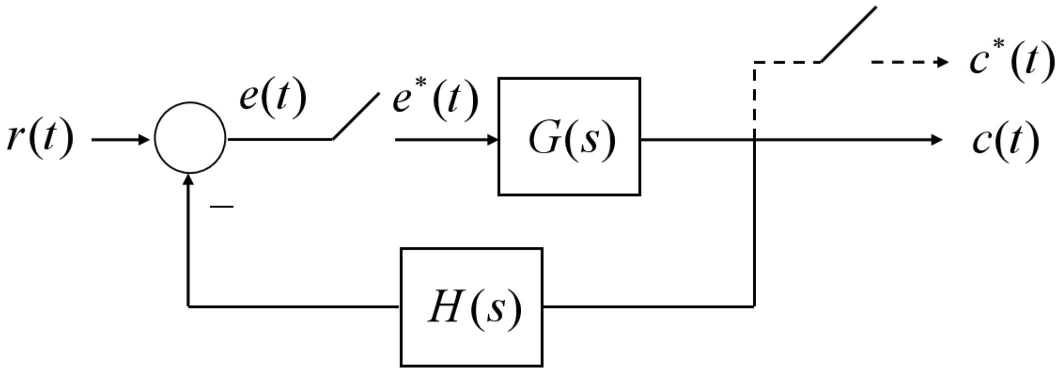
采样控制电路如图所示



系统结构图为



1）求闭环系统的脉冲传递函数的一般步骤



对于上图所示的系统，列写采样开关的表达式：

$$E(s)=R(s)-G(s)H(s)E^*(s)$$

离散化后进行 z 变换：

$$E^*(s)=R^*(s)-GH^*(s)E^*(s)$$

$$E(z)=R(z)-GH(z)E(z)$$

列写系统输出表达式：

$$C(s)=G(s)E^*(s)$$

离散化后进行 z 变换：

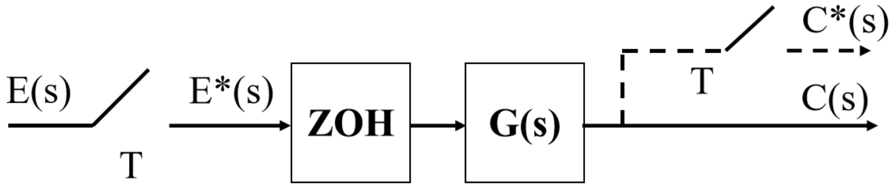
$$C^*(s)=G^*(s)E^*(s)$$

$$C(z)=G(z)E(z)$$

得出闭环系统脉冲传递函数表达式：

$$C(z)=\frac{G(z)}{1+GH(z)}R(z)$$

特别地，对于含有零阶保持器的系统



其开环传递函数表达式满足：

$$G(z)=(1-z^{-1})Z\left(\frac{1}{s}G(s)\right)$$

2）判断系统稳定性的判据

①系统特征方程 D(z)=0 的所有解 zi，若|Zi|<1，则系统稳定；

②根据系统特征方程 D(z)，

$$D(z)=a_0+a_1z+a_2z^2+\cdots\ a_nz^n \qquad (a_n>0)$$

利用 Jury 判据列写 Jury Array：

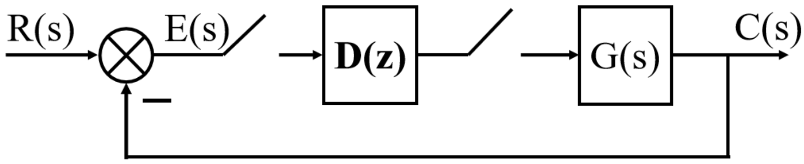
$$\begin{array}{ccccccc}
1 & a_0 & a_1 & a_2 & \cdots\cdots\cdots & a_{n-1} & a_n \\
2 & a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots\cdots\cdots & a_1 & a_0 \\
3 & b_0 & b_1 & b_2 & \cdots\cdots & b_{n-2} & b_{n-1} \\
4 & b_{n-1} & b_{n-2} & b_{n-3} & \cdots\cdots & b_1 & b_0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & & \\
2n\text{-}3 & q_0 & q_1 & q_2 & & & \\
2n\text{-}2 & q_2 & q_1 & q_0 & & &
\end{array}$$

当满足以下条件时，系统稳定。

$$D(1)>0, \quad (-1)^nD(-1)>0$$

$$|a_0|<a_n,\quad |b_0|>|b_{n-1}|,\quad \cdots,\quad |q_0|>|q_2|$$

3）最小拍系统设计过程



系统闭环传递函数

$$\Phi(z)=\frac{G(z)D(z)}{1+G(z)D(z)}=\frac{C(z)}{R(z)}$$

系统的误差和误差传递函数

$$E(z)=R(z)-C(z)=\left[1-\Phi(z)\right]R(z)$$

$$\Phi_e(z)=\frac{E(z)}{R(z)}=1-\Phi(z)$$

假设系统输入的表达式为

$$r(t)=At^q \quad (t>0)$$

$$R(z)=\frac{B(z)}{(1-z^{-1})^{q+1}}$$

其中 B(z)是关于 z^{-1} 的多项式，可以找出一个合适的 D(z)使误差传递函数满足

$$\Phi_e(z)=1-\Phi(z)=\left(1-z^{-1}\right)^{q+1}\varphi(z)$$

Ψ(z)也是关于 z^{-1} 的多项式，且不包含（$1-z^{-1}$），则误差可以转化成

$$E(z)=\Phi_e(z)R(z)=\varphi(z)B(z)$$

根据终值定理，

$$\lim_{k\to\infty}e(kT)=\lim_{z\to1}(1-z^{-1})E(z)=\lim_{z\to1}(1-z^{-1})\varphi(z)B(z)\to0$$

由于输入 r(t)确定，故 B(z)确定，当系统的稳态误差趋于 0 时，应该使Ψ(z)尽可能小，当取值为 1 时，可以得到

$$\Phi(z)=1-\left(1-z^{-1}\right)^{q+1}$$

据此可以求出数字系统的传递函数 D(z)

$$D(z)=\frac{1}{G(z)}\cdot\frac{\Phi(z)}{1-\Phi(z)}$$

3. 实验内容

（1）*T*=0.1s，试编程计算闭环脉冲传递函数，利用根轨迹判断其稳定性，确定使系统稳定的 *Kp* 的取值范围。

（2）试搭建 Simulink 模型

（3）在 *Kp* 一定，*T* 变化的情况下（例如 *Kp*=1，*T* 分别为 0.1, 0.06, 0.02, 0.002s），绘制系统的单位阶跃响应曲线。

（4）在 *T* 一定，*Kp* 变化的情况下（例如 *T*=0.02s，*Kp* 分别为 1，1.3， 1.8， 2.5），绘制系统的单位阶跃响应曲线。

（5）分析 *Kp* 和采样周期 *T* 对系统动态性能的影响。

（6） *T*=0.1s，试设计一个数字控制器 *D*(*z*),当输入为单位阶跃时，使系统无稳态误差，过渡过程在最小拍结束。

4. 数据记录和结果分析

（1）

①编程计算脉冲传递函数，代码如下：

```
Kp=1;
num1=[12.5];
den1=[0.5,1,0];
sys=tf(num1,den1);
T=0.1;
sys1=c2d(sys,T,'zoh');
```

求出开环脉冲传递函数结果：

$$G(z) = Kp * \frac{0.1171z + 0.1095}{z^2 - 1.819z + 0.8187}$$

利用 feedback 函数求得闭环传递函数：

$$\varphi(z) = \frac{Kp * (0.1171z + 0.1095)}{z^2 - (1.819 - 0.1171Kp)z + (0.8187 + 0.1095Kp)}$$

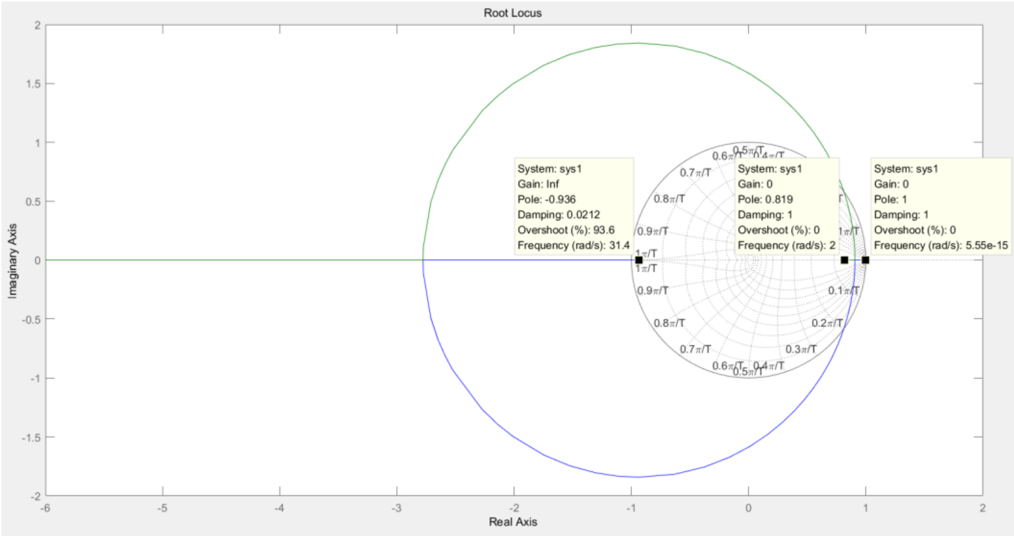
代码如下：

```
sys2 = feedback(sys1,1);
```

②画出其根轨迹，代码如下：

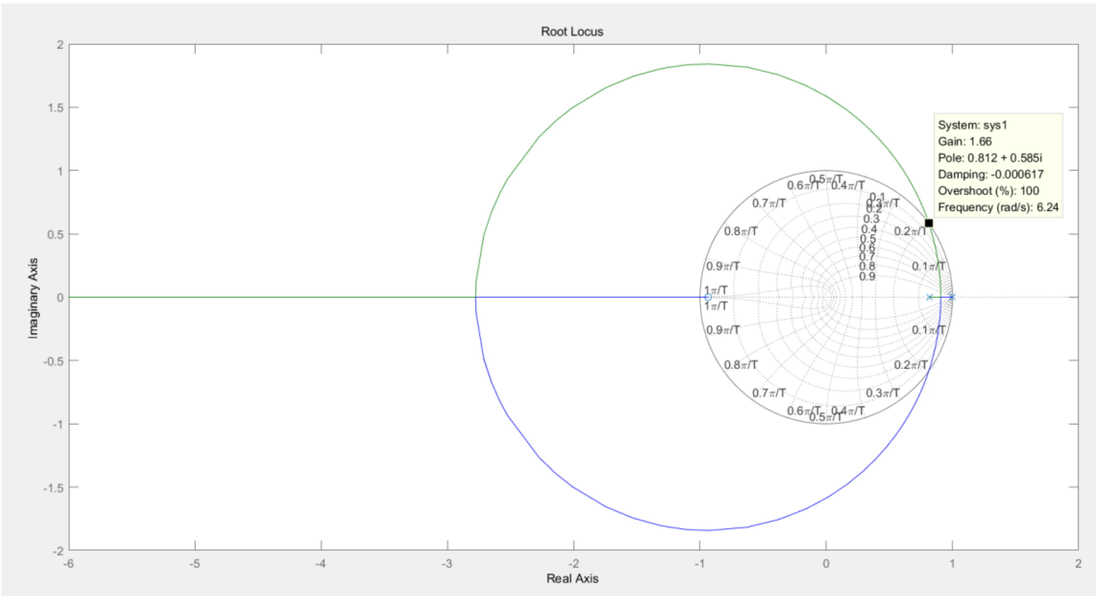
```
rlocus(sys1);
zgrid;
```

结果：

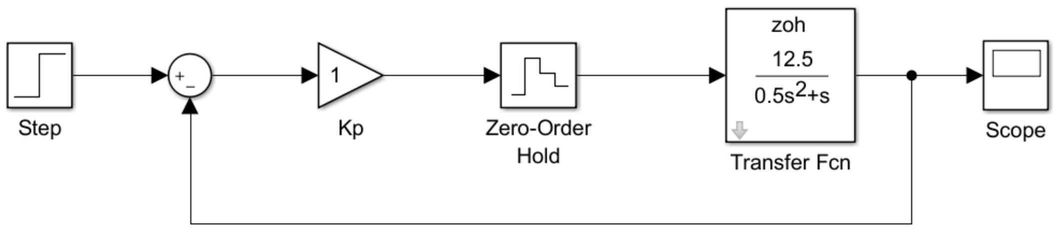


根据系统的根轨迹可以看出，特征根均落在单位圆内故系统稳定。

③根据根轨迹与单位圆的交点，即 T=0.1s 时，临界状态的开环增益 Kp 分别为 0、1.66，因此要使系统稳定的 Kp 取值范围：0<Kp<1.66

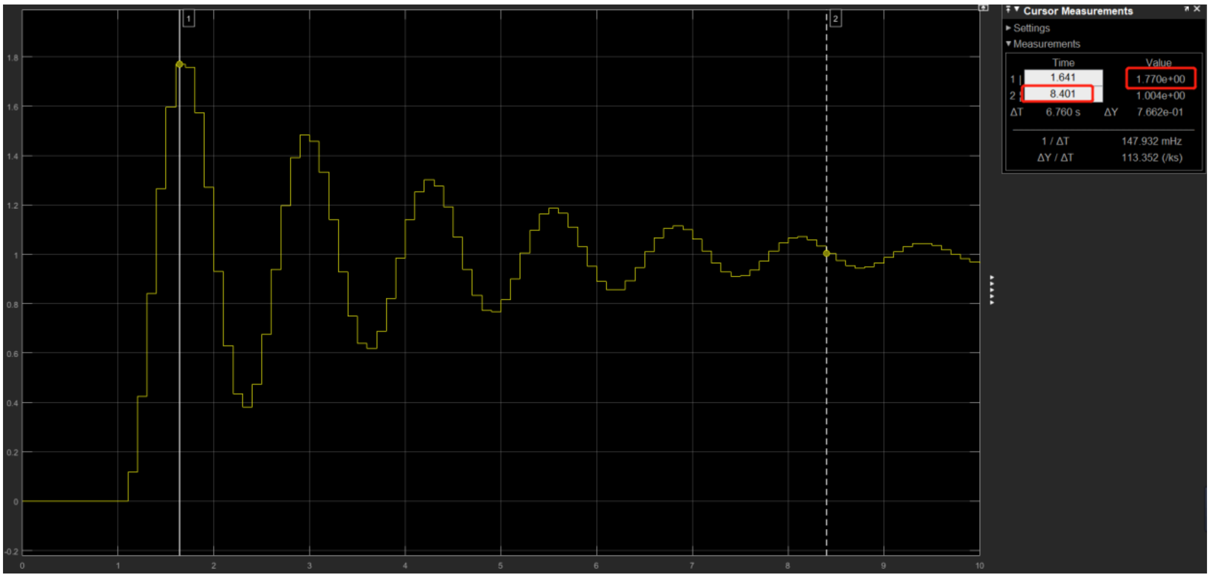


（2）试搭建 Simulink 模型

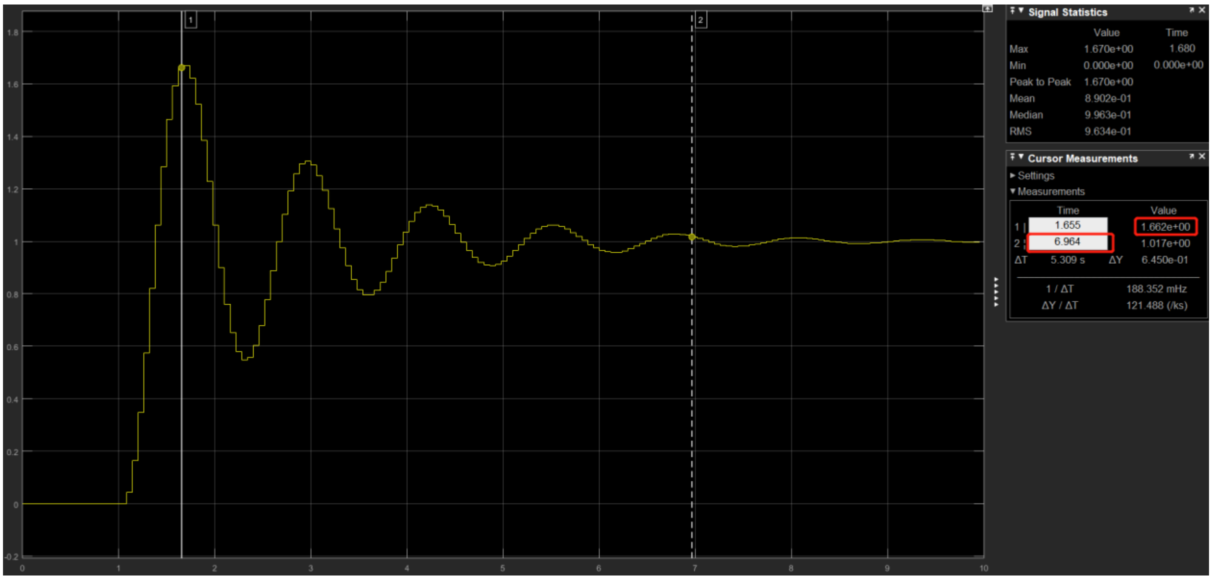


（3）*Kp* 一定，*T* 变化的情况下（例如 *Kp*=1，*T* 分别为 0.1, 0.06, 0.02, 0.002s），绘制系统的单位阶跃响应曲线如下：

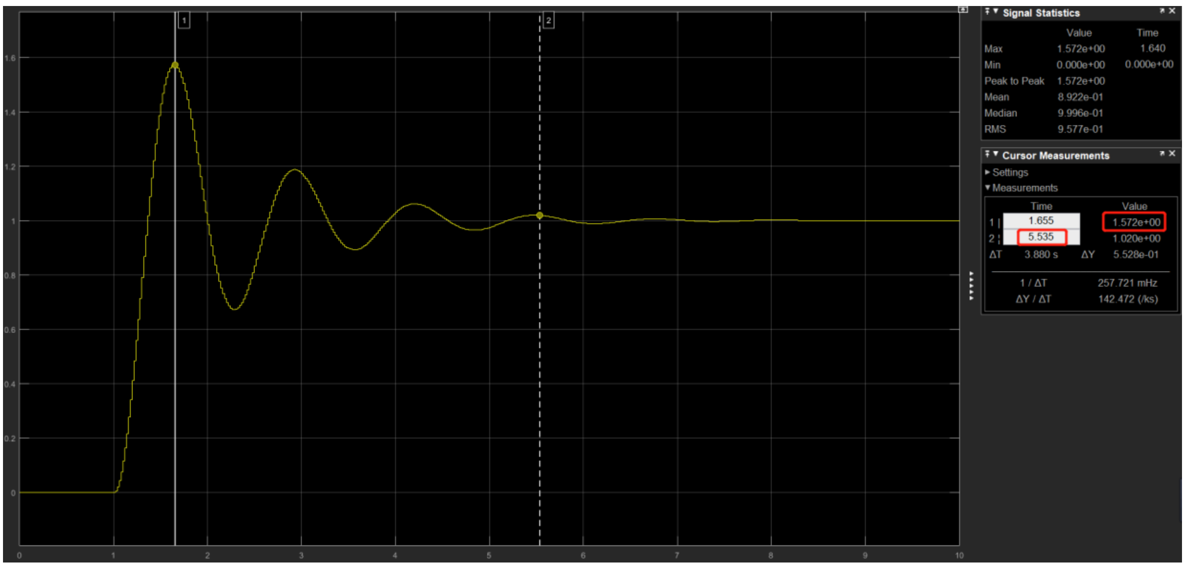
当 T=0.1s 时，超调量 77%，调节时间 7.401s



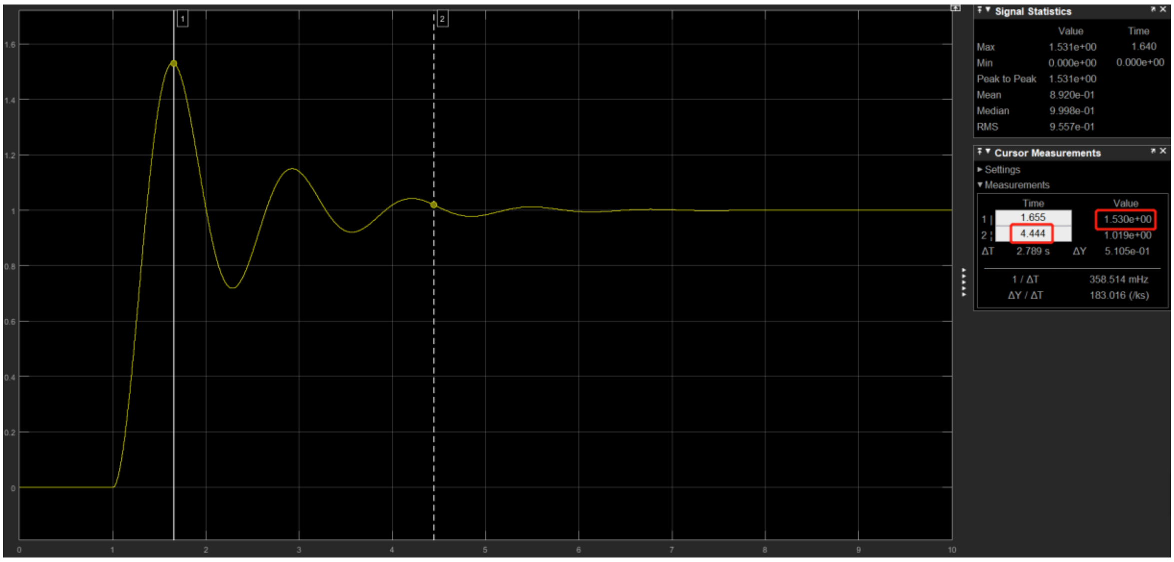
当 T=0.06s 时，超调量 66.2%，调节时间 5.964s



当 T=0.02s 时，超调量 57.2%，调节时间 4.535s

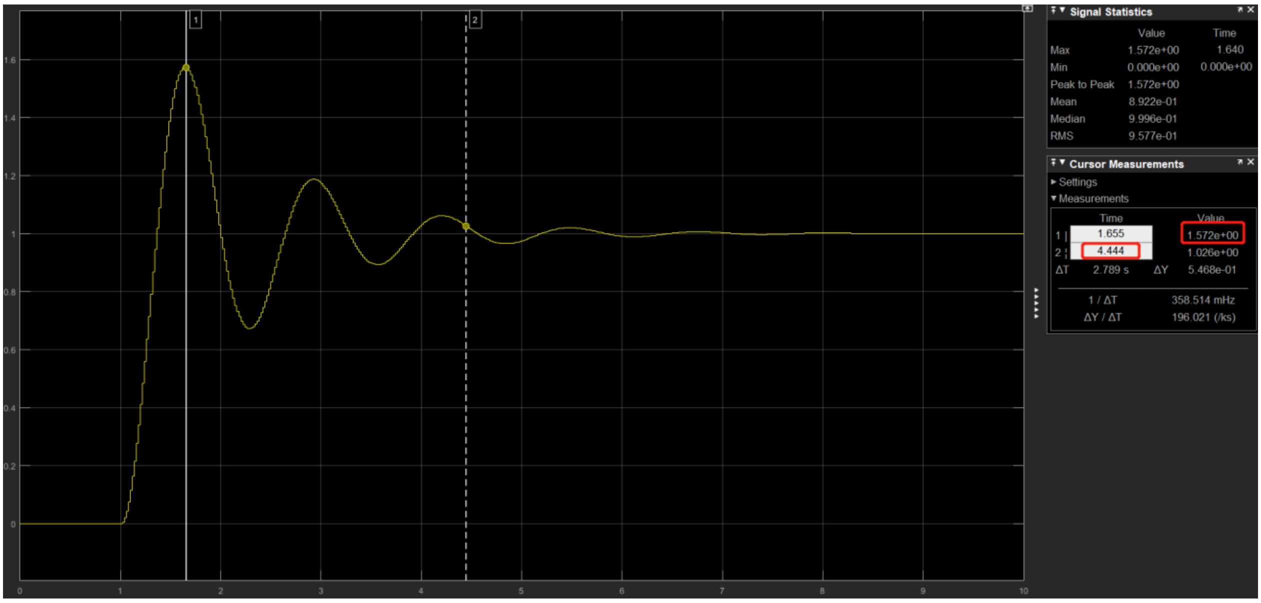


当 T=0.002s 时，超调量 53%，调节时间 3.444s

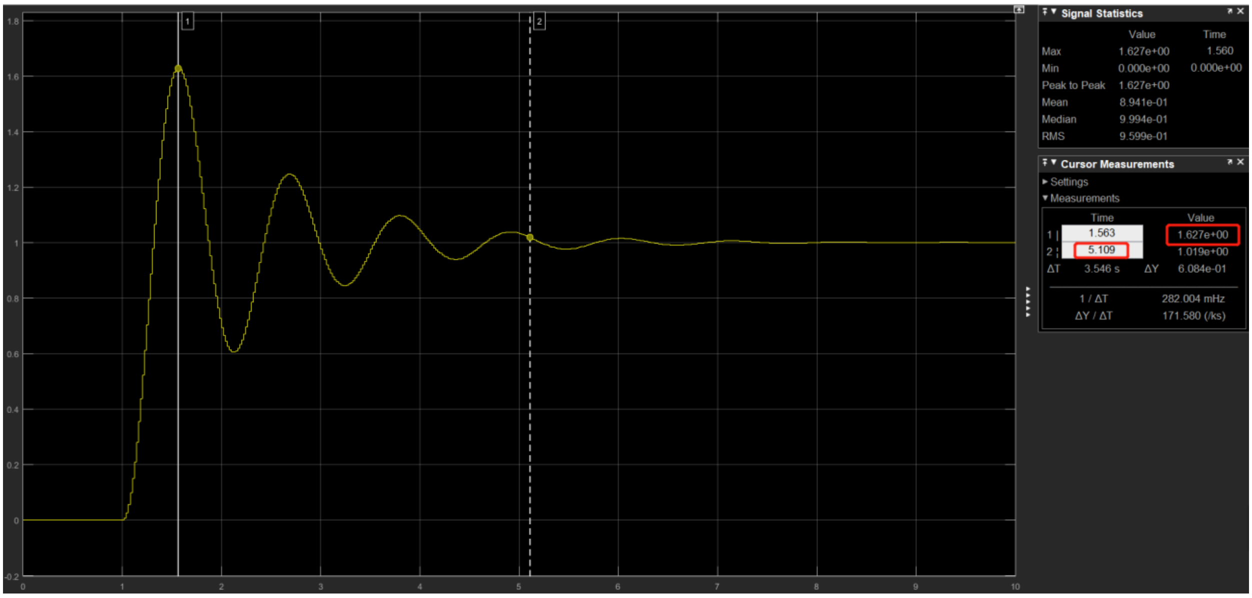


（4）*T* 一定，*Kp* 变化的情况下（例如 *T*=0.02s，*Kp* 分别为 1，1.3， 1.8， 2.5），绘制系统的单位阶跃响应曲线。

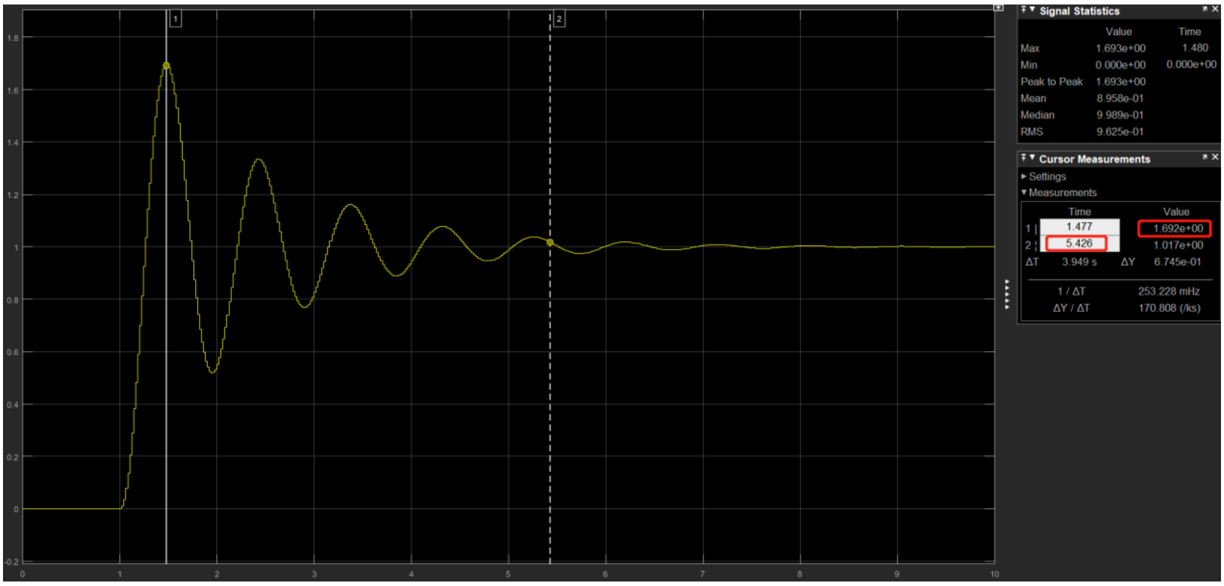
当 Kp=1 时，超调量 57.2%，调节时间 3.444s



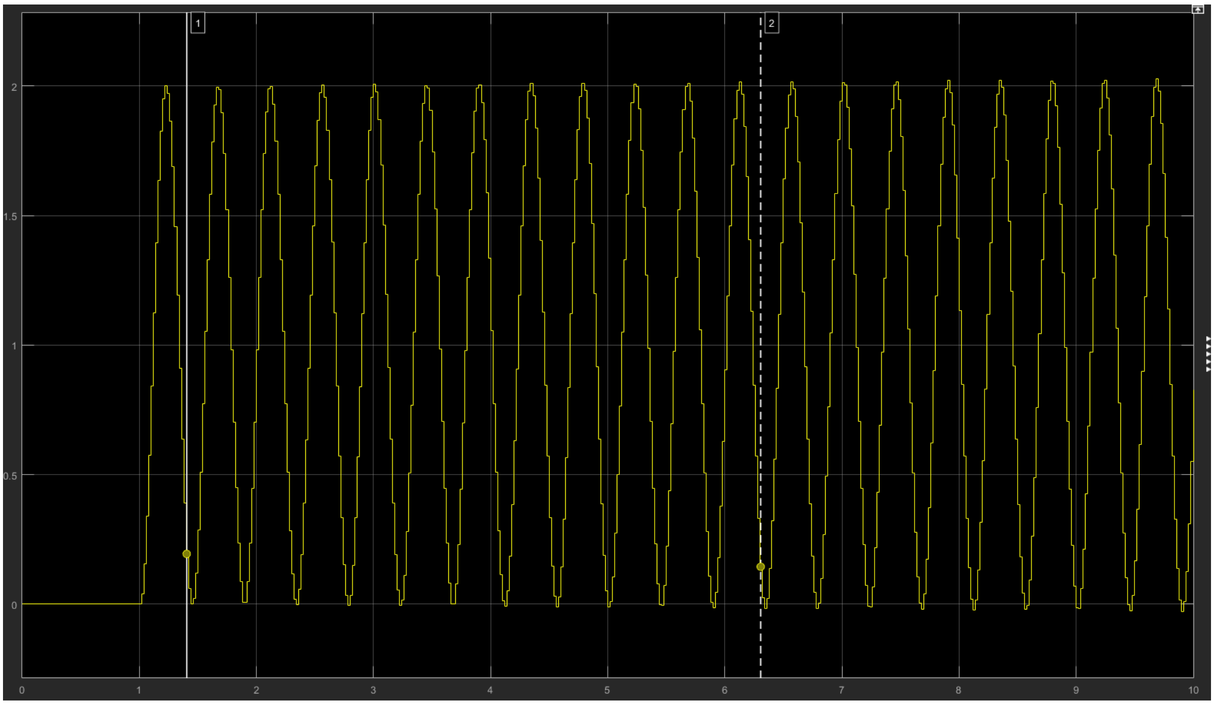
当 Kp=1.3 时，超调量 62.7%，调节时间 4.109s



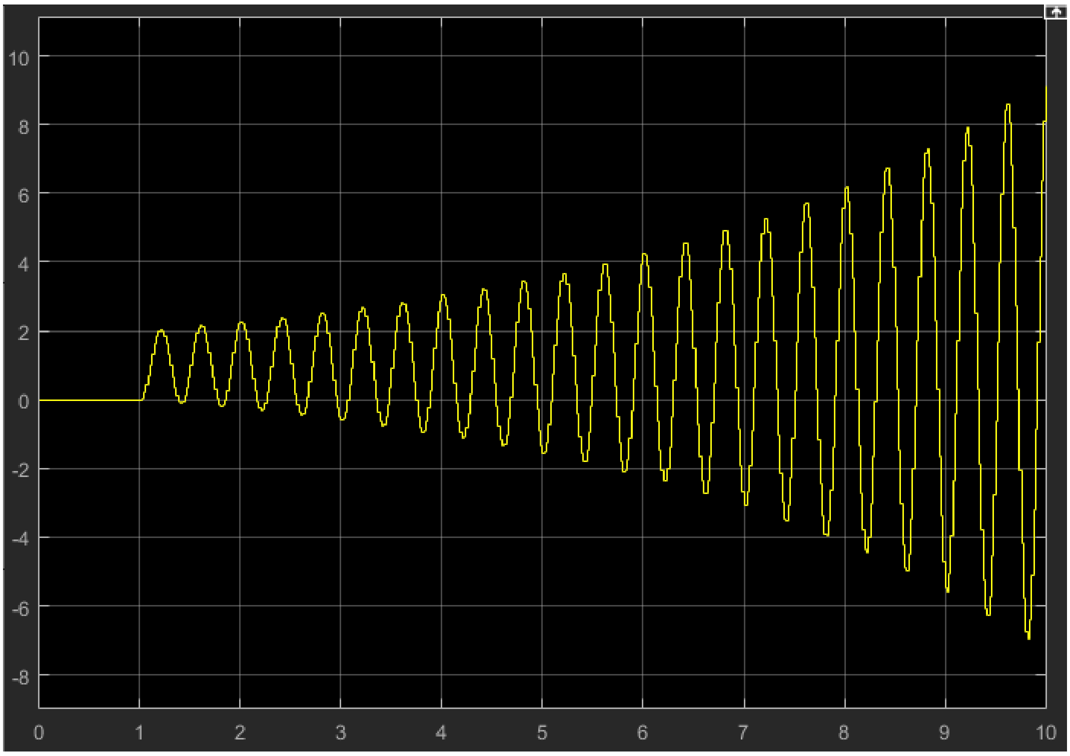
当 Kp=1.8 时，超调量 69.2%，调节时间 4.426s



当 Kp=8.08 左右时，系统临界稳定，再增大 Kp 系统不稳定。



Kp=10 时,



（5）分析 *Kp* 和采样周期 *T* 对系统动态性能的影响。

采样周期 T 一定时，随开环增益 Kp 增大，超调量增大，调节时间变长，系统稳定性变差，Kp 增大到一定范围时，系统由稳定变得不稳定；

开环增益 Kp 一定时，采样周期 T 越大，信号失真的程度越大，超调量和调节时间都增加，对离散系统的稳定性和动态性能均不利，甚至有可能使系统变得不稳定。

（6）*T*=0.1s，试设计一个数字控制器 *D*(*z*),当输入为单位阶跃时，使系统无稳态误差，过渡过程在最小拍结束。

由实验原理中介绍的设计步骤，已知：

$$G(z)=\frac{0.117z+0.1095}{z^2-1.819z+0.8187}$$

系统输入 r(t)=l(t)，故 R(z)=（$1-z^{-1})^{-1}$，可知 q=0，得Φ(z)=z^{-1}

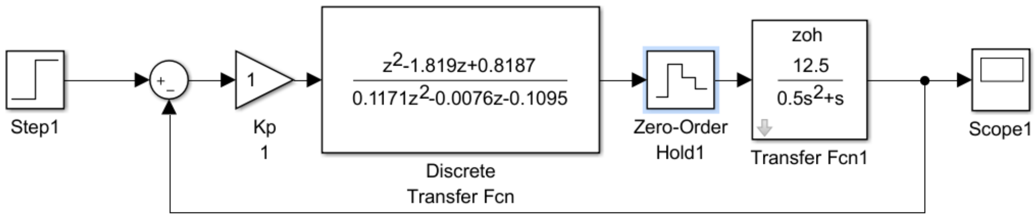
因此，由

$$D(z)=\frac{1}{G(z)}\cdot\frac{\Phi(z)}{1-\Phi(z)}$$

带入 G(z)、Φ(z)可得

$$D(z)=\frac{z^2-1.819z+0.8187}{(0.1171z+0.1095)(z-1)}$$

利用 simulink 模型串联上 D(z)，



得到响应曲线如下， 可以验证稳态误差为 0，最小拍系统设计合理。