

实验二

（一）三阶系统的稳定性分析

孟令昶 2019308130215

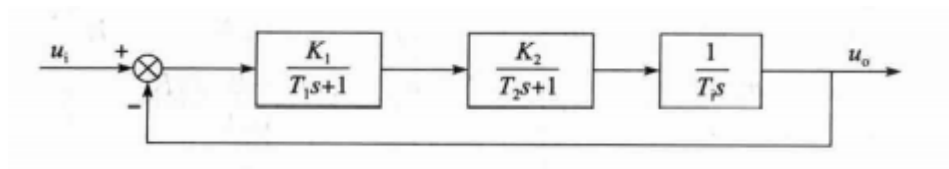
1. 实验目的

- 1) 了解和掌握典型三阶系统模拟电路的构成方法及 I 型三阶系统的传递函数表达式。
- 2) 了解和掌握求解高阶闭环系统临界稳定增益 K 的多种方法(劳斯稳定判据法、代数求解法、Matlab 的开环根轨迹求解法)。
- 3) 观察和分析 I 型三阶系统在阶跃信号输入时，系统的稳定、临界稳定及不稳定三种瞬态响应。
- 4) 了解和掌握利用 Matlab 的开环根轨迹求解系统的性能指标的方法。

2. 实验原理

- 1) 典型 I 型三阶系统：

方框图如下图所示，



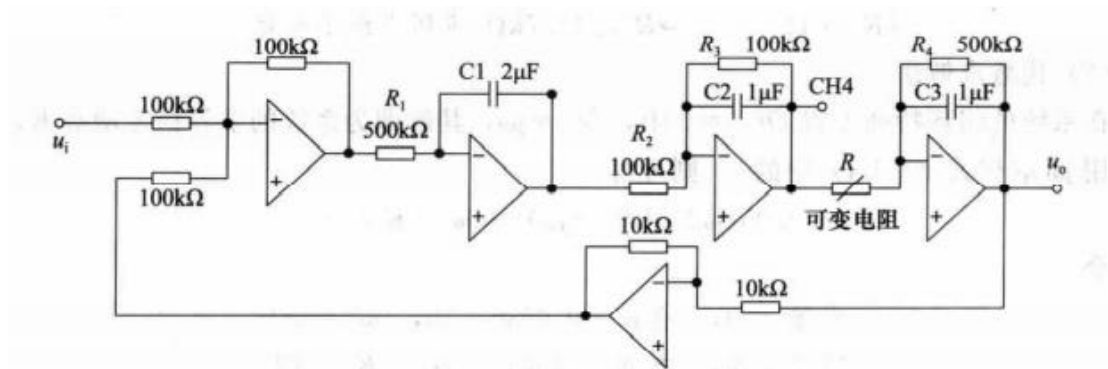
开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K_1 K}{T_1 s (T_1 s + 1) (T_2 s + 1)}$$

闭环传递函数为

$$\phi(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{K_1 K}{T_1 s (T_1 s + 1) (T_2 s + 1) + K_1 K}$$

其模拟电路如下图所示，



其中，积分时间常数为 $T_i = R_1 \times C_1 = 1s$ ，惯性时间常数分别为 $T_1 = R_3 \times C_2 = 0.1s$ ， $K_1 = R_3 / R_2 = 1s$ ， $T_2 = R_4 \times C_3 = 0.5s$ ， $K = R_4 / R = 500K / R$ ；

代入闭环传递函数公式得：

$$\phi(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.5s+1)+K} = \frac{K}{0.05s^3 + 0.6s^2 + s + K}$$

2) 求解高阶闭环系统的临界稳定增益 K

线性系统稳定的充分必要条件为：系统的全部闭环特征根都有负实部;或者说，系统的全部闭环极点均位于左半 s 平面。

(1) 劳斯(Routh) 稳定判据法：

根据 Routh Array:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & a_0 & a_2 \\ s^2 & a_1 & a_3 \\ s^1 & \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} & 0 \\ s^0 & a_3 & 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c|cc} s^3 & 0.05 & 1 \\ s^2 & 0.6 & K \\ s^1 & \frac{0.6 - 0.05K}{0.6} & 0 \\ s^0 & K & 0 \end{array}$$

为了保证系统稳定，劳斯表中第一-列系数的符号都应相同，所以由劳斯稳定判据法，得系统的临界稳定增益 K= 12。

$$\begin{cases} \frac{0.6 - 0.05K}{0.6} > 0 \\ K > 0 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} 0 < K < 12 & \Rightarrow R > 41.7k\Omega, \text{说明系统稳定} \\ K = 12 & \Rightarrow R = 41.7k\Omega, \text{说明系统临界稳定} \\ K > 12 & \Rightarrow R < 41.7k\Omega, \text{说明系统不稳定} \end{cases}$$

(2) 代数求解法：

在系统的闭环特征方程 D(s)=0 中，令 s=jw,其解即为系统的临界稳定增益 K。

3. 实验内容

(1) 观察和分析 I 型三阶系统在阶跃信号输入时，系统的稳定、临界稳定及不稳定三种瞬态响应

按照 I 型三阶闭环系统模拟电路图，分别将电路中的直读式可变电阻 R 调整到 30kΩ (K=16.7)、41.7kΩ (K=12)和 225.2kΩ (K=2.22)，改变系统开环增益并进行实验。

改变被测系统的各项电路参数，运用劳斯(Routh)稳定判据法、Matlab 根轨迹求解法、代数求解法，求解高阶闭环系统临界稳定增益 K，并填入实验报告中。

运用 Matlab 的开环根轨迹求解法，求解闭环系统超调量 Mp 为 30%的稳定增益，填入实验报告，并画出其系统模拟电路图和阶跃响应曲线。

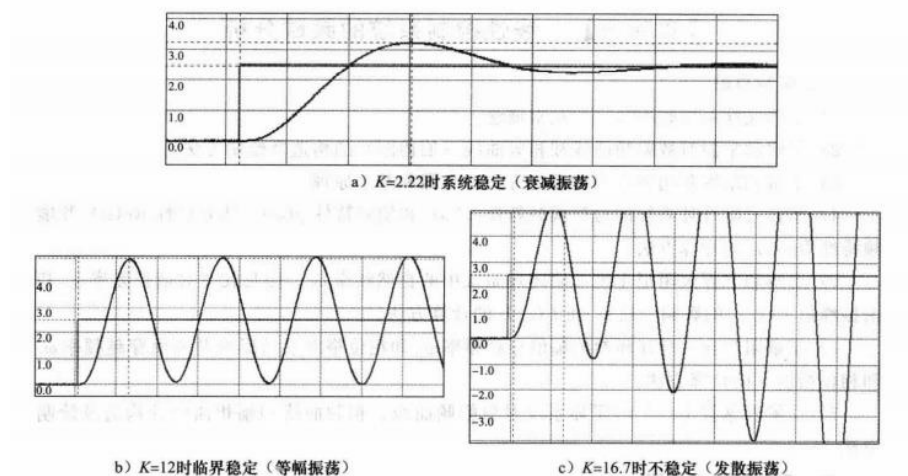
(2) 实验步骤

1)按照三阶系统的模拟电路图连接电路。

2)将函数发生器的矩形波输出作为系统输入。

运行相关的实验程序，选择“线性系统时域分析”，单击“启动实验项目”弹出实验界面后，调节实验机上函数发生器单元的“幅度调节”使矩形波输出幅度为 2.5V,调节“正脉宽调节”使输出宽度大于等于 6s。

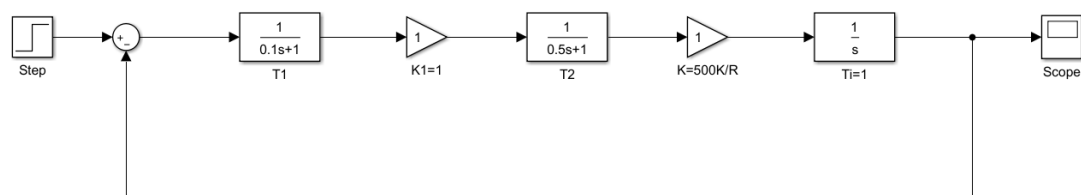
3)运行、观察、记录:在通道控制区, X 轴的单位设置为 0.64 秒/格;分别将直读式可变电阻 R 调整到 $30k\Omega$ 、 $41.7k\Omega$ 、 $225k\Omega$, 单击“开始”, 等待得到完整波形后, 单击“停止”, 用示波器观察输出端 $C(t)$ 的系统阶跃响应。其实际响应曲线如图 3-14 所示。



4. 数据记录和结果分析

(1) 按步骤进行实验:

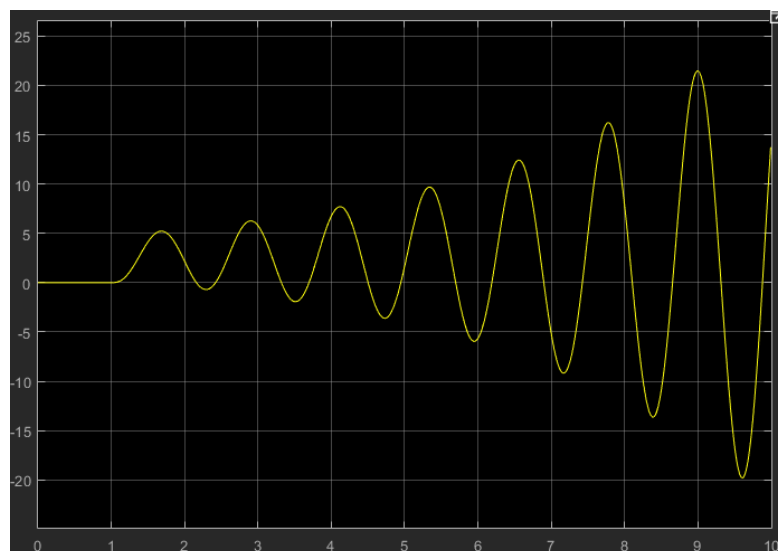
模拟电路如下图所示:



可变电阻 R 调整到 $30k\Omega$ 、 $41.7k\Omega$ 和 $225.2k\Omega$, 经计算只需对应改变结构图中 K 的值为 16.7、12、2.22;

仿真得到的阶跃响应曲线如下:

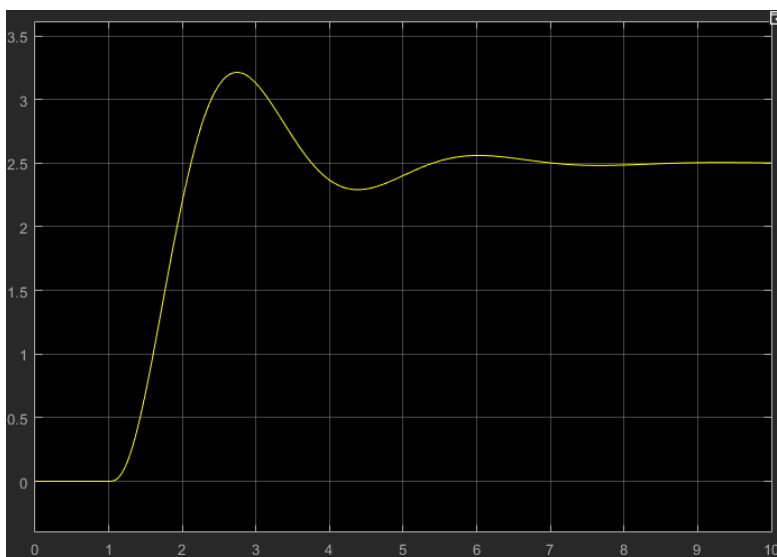
$K=16.7$ 时, 系统不稳定, 发散振荡



K=12 时，系统临界稳定，等幅振荡



K=2.22 时，系统稳定，振荡衰减



(2) 结果记录

按表 3-4 改变图 3-12 所示的实验被测系统(三阶单位反馈闭环系统)的惯性时间常数 T_1 、 T_2 ，输入矩形波宽度大于等于 6s，电压幅度等于 2.5V。

1) 计算和观察被测对象临界稳定的增益 K ，填入实验报告

由系统闭环传递函数

$$\phi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{K_1 K}{T_1 s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) + K_1 K}$$

特征方程为：

$$D(s) = T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + s + K = 0$$

对应 Routh Array

$$\begin{array}{rcl} s^3 & T_1 T_2 & 1 \\ s^2 & T_1 + T_2 & k \\ s^1 & \frac{(T_1 + T_2) - T_1 T_2 k}{T_1 + T_2} & 0 \\ s^0 & k & \end{array}$$

由劳斯稳定判据法计算临界稳定增益

$$k = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}$$

填入实验报告计算值一栏

2) 运用虚拟示波器上的响应曲线求出闭环系统超调量 M_p 为 30% 的稳定增益，并画出其系统模拟电路图和阶跃响应曲线(调整被测对象的增益 K (R 值)来改变增益)，填入表 3-4。

根据开环传递函数

$$G(s) = \frac{K_1 K}{T_1 s (T_1 s + 1) (T_2 s + 1)}$$

$$= \frac{k^*}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + s}$$

其中 $K^* = K_1 K = K$;

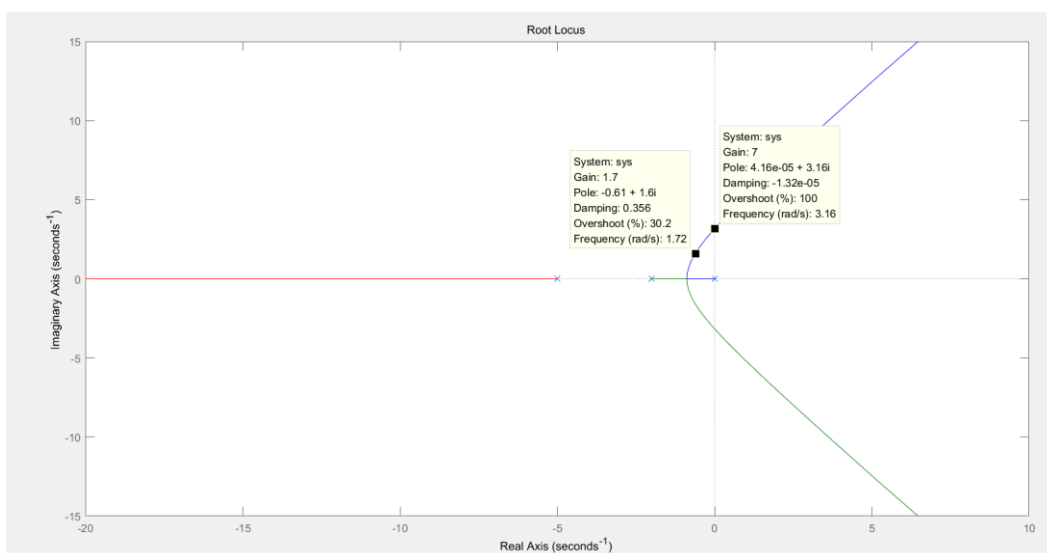
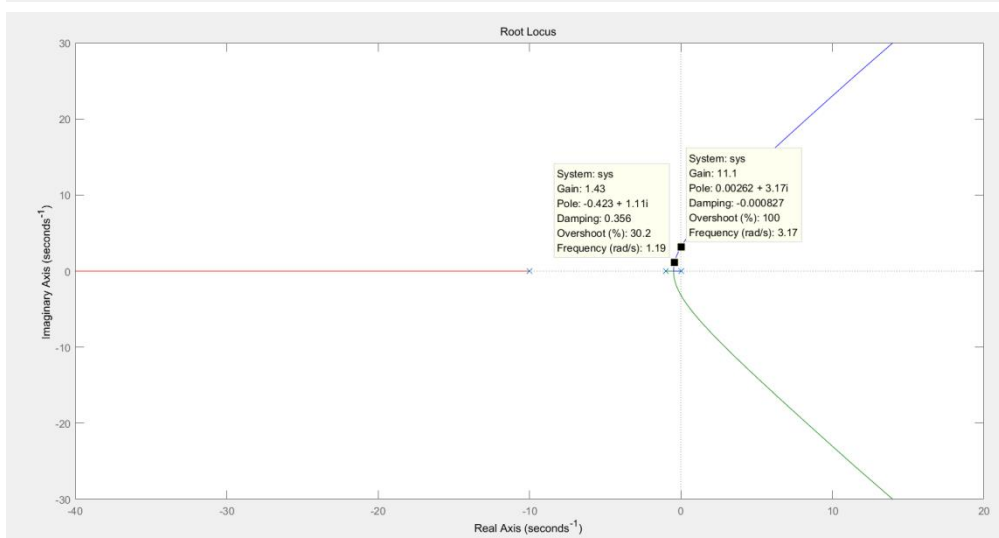
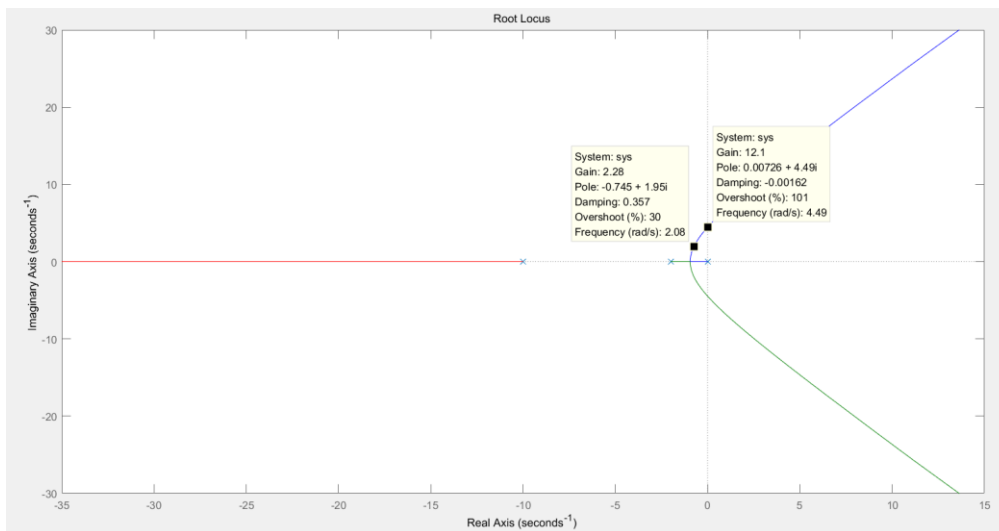
用 `rlocus()` 函数测量临界稳定和 $M_p=30\%$ 衰减震荡时的 K

代码 (以 $T_1=0.1$, $T_2=0.5$ 为例) :

```
num=[1];
den=[0.05 0.6 1 0];
sys=tf(num,den);
rlocus(sys);
```

结果:

$T_1=0.1$, $T_2=0.5$ 时计算值



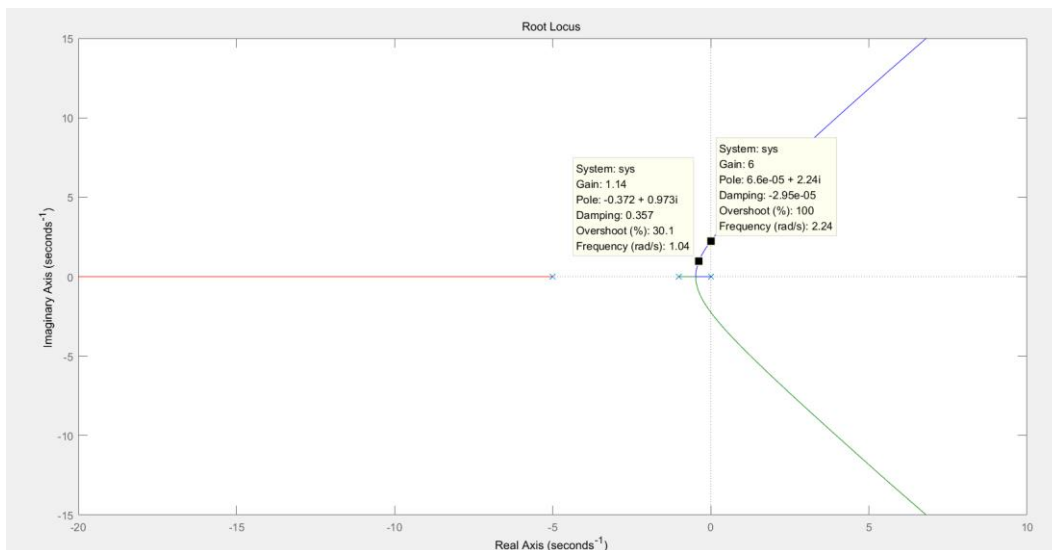


表 3-4 不同参数系统临界稳定和 30%超调量的衰减振荡所对应的增益 K

惯性时间常数 T1	惯性时间常数 T2	K		
		临界稳定（等幅振荡）		稳定（振荡衰减）
		计算值	测量值	Mp=30%
0.1	0.5	12	12.1	2.28
	1.0	11	11.1	1.43
0.2	0.5	7	7	1.7
	1.0	6	6	1.14

5. 思考题

1) 改变被测系统的电路参数，从而改变闭环系统的极点，观察对比前后响应曲线，分析各极点对系统过渡过程的影响。

根据上述实验过程，可以看出，增加极点会使系统的根轨迹曲线整体向右偏，从而在响应曲线上反应为调节时间增加，系统响应的快速性降低；并且系统增加极点后，可能有极点出现在 s 域右半平面，使系统稳定性降低，响应曲线出现发散；

此外，因为远离虚轴的闭环极点负实部很大，它们对应的输出相应的指数项迅速衰减到零，对系统的过渡过程影响不大，而离虚轴较近的闭环极点对应的分量衰减较慢，在决定过渡过程形式方面起主要作用，所以闭环极点到虚轴的距离决定了其影响程度，水平距离越小，影响越明显。

当附加的闭环极点到虚轴的距离大于 5 倍的标准的极点到虚轴的距离时，该极点对系统的影响就可以忽略。若一对极点距离虚轴比较近，且周围没有其他的零极点或其实部是其他闭环极点实部的五倍以上时，可以把其他极点省略，将这对极点看做主导极点，他们对系统的过渡过程起主要作用。

2) 系统稳定的依据是什么?说明系统稳定的作用。

系统稳定的充要条件是所有闭环极点都在 s 域的左半平面，根据劳斯判据，系统稳定的依据是特征方程的各项系数都大于零，不能等于零；在 Routh Array 中，要求第一列系数全部大于零时系统稳定；

系统稳定是系统正常工作的首要条件，只有稳定的系统才能按期望工作，使系统的动态状态限制在平衡状态附近或者最终达到平衡状态。

实验二

(二) 喷气式战斗机的自动驾驶仪的横滚角控制系统

1. 实验目的

- 1) 了解和掌握三阶系统模拟电路的构成方法及 I 型三阶系统的传递函数表达式;
- 2) 了解和掌握高阶系统不同的增益 K 下闭环系统的特征根;
- 3) 应用主导极点概念, 确定三阶系统的二阶近似系统, 估计原有系统的超调量和峰值时间;
- 4) 了解和掌握利用 Matlab 绘出原有系统的实际单位阶跃响应曲线, 与近似结果比较;

2. 实验原理

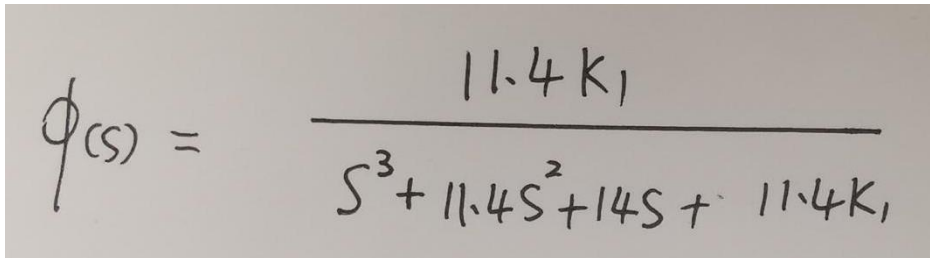
各典型环节传递函数如下表所示

3. 实验内容

- 1) 确定闭环传递函数 $\Theta_c(s)/\Theta_d(s)$;
- 2) 当 K_1 分别等于 0.7, 3.0 和 6.0 时, 确定闭环系统的特征根;
- 3) 在(2)所给的条件下, 应用主导极点概念, 确定各二阶近似系统, 估计原有系统的超调量和峰值时间;
- 4) 绘出原有系统的实际单位阶跃响应曲线, 并与(3)中的近似结果进行比较。

4. 数据记录和结果分析

- 1) 闭环系统传递函数为


$$\phi(s) = \frac{11.4 K_1}{s^3 + 11.4 s^2 + 14 s + 11.4 K_1}$$

- 2) 利用 matlab 的 root 命令计算不同 K_1 值下的特征根, 代码如下:

```
p1=[1 11.4 14 7.98]; % K1=0.7
```

```
p2=[1 11.4 14 34.2]; % K1=3.0
```

```
p3=[1 11.4 14 68.4]; % K1=6.0
```

```
r1=roots(p1);
```

```
r2=roots(p2);
```

```
r3=roots(p3);
```

$K_1=0.7$ 时, 闭环系统的特征根为:

```
r1 =
```

```
-10.0910 + 0.0000i
```

```
-0.6545 + 0.6020i
```

```
-0.6545 - 0.6020i
```

$K_1=3.0$ 时, 闭环系统的特征根为:

r2 =

-10.3678 + 0.0000i

-0.5161 + 1.7414i

-0.5161 - 1.7414i

K1=6.0 时，闭环系统的特征根为：

r3 =

-10.6889 + 0.0000i

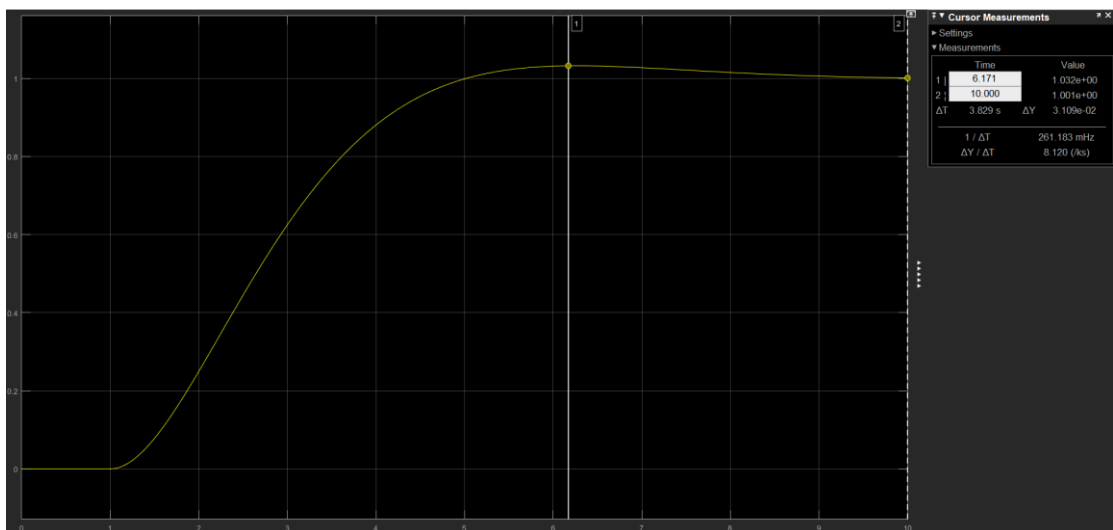
-0.3555 + 2.5045i

-0.3555 - 2.5045i

3) 利用主导极点求出二阶近似系统，仿真测量超调量和峰值时间

K1=0.7 时，舍去-10.0910，二阶近似系统为：

$$\phi_2(s) = \frac{(0.6545)^2 + (0.6020)^2}{(s + 0.6545 - j0.6020)(s + 0.6545 + j0.6020)} = \frac{0.7846}{s^2 + 1.3090s + 0.7846}$$

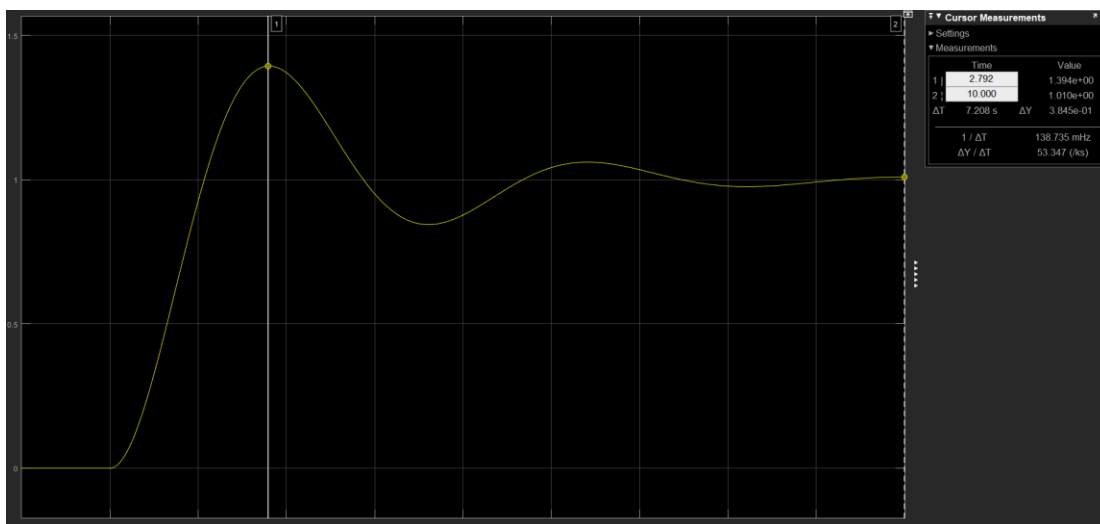


超调量和峰值时间

Mp=3.2%，tp=5.171s;

K1=3.0 时，舍去-10.3678，二阶近似系统为：

$$\phi_2(s) = \frac{(0.5161)^2 + (1.7414)^2}{(s + 0.5161 - j1.7414)(s + 0.5161 + j1.7414)} = \frac{3.2988}{s^2 + 1.0322s + 3.2988}$$

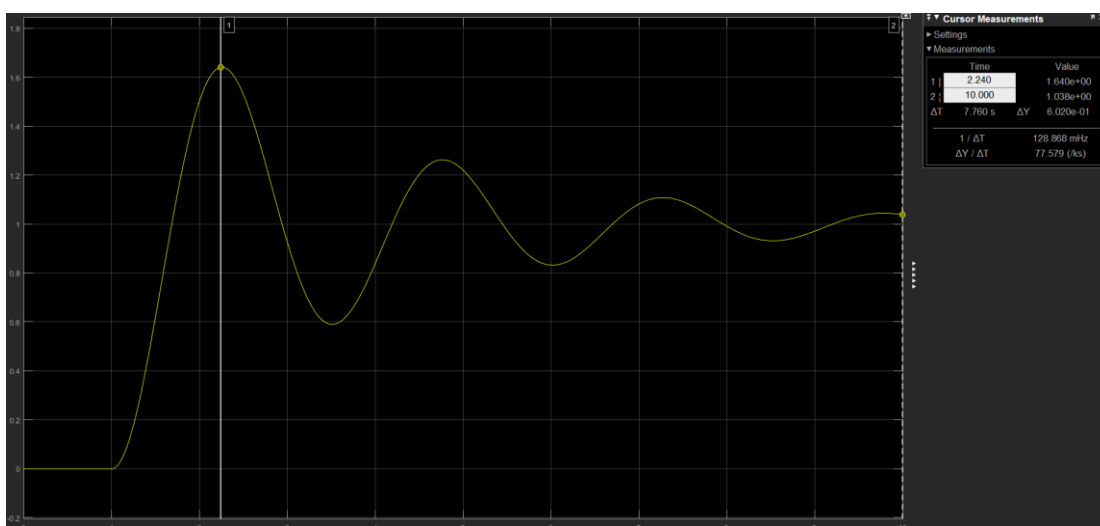


超调量和峰值时间

$M_p=39.4\%$, $t_p=1.792s$;

$K_1=6.0$ 时，舍去-10.6889，二阶近似系统为：

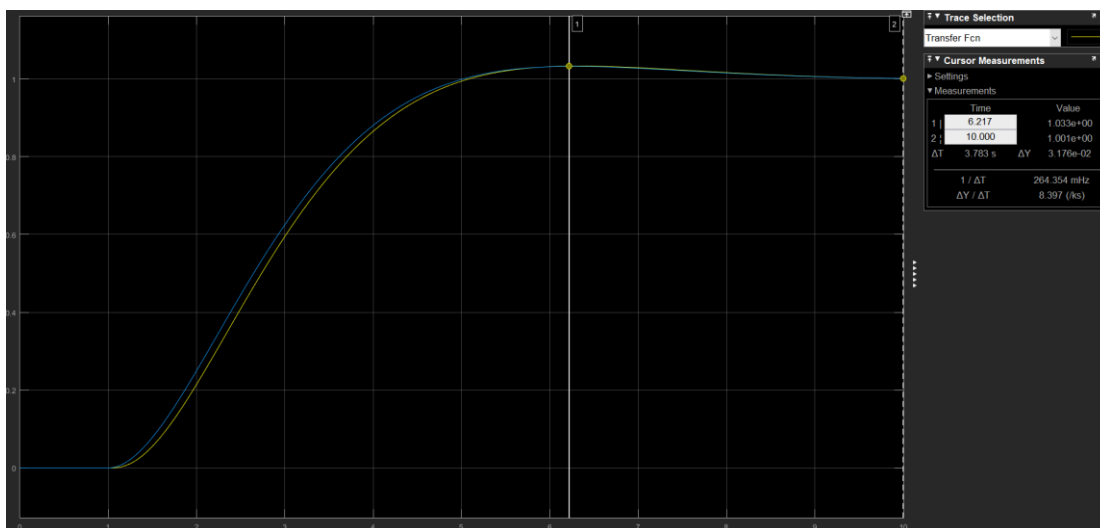
$$\phi_2(s) = \frac{(0.3555)^2 + 2(2.5045)^2}{(s+0.3555-j2.5045)(s+0.3555+j2.5045)} = \frac{6.3989}{s^2 + 0.711s + 6.3989}$$



超调量和峰值时间

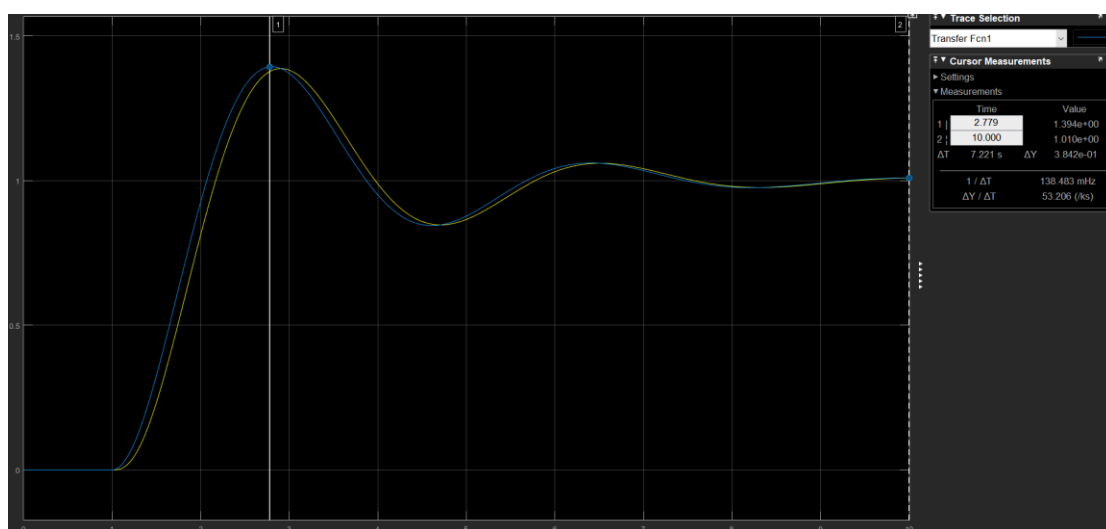
$M_p=64.0\%$, $t_p=1.240s$;

4) $K=0.7$ 时，原有系统阶跃响应曲线：



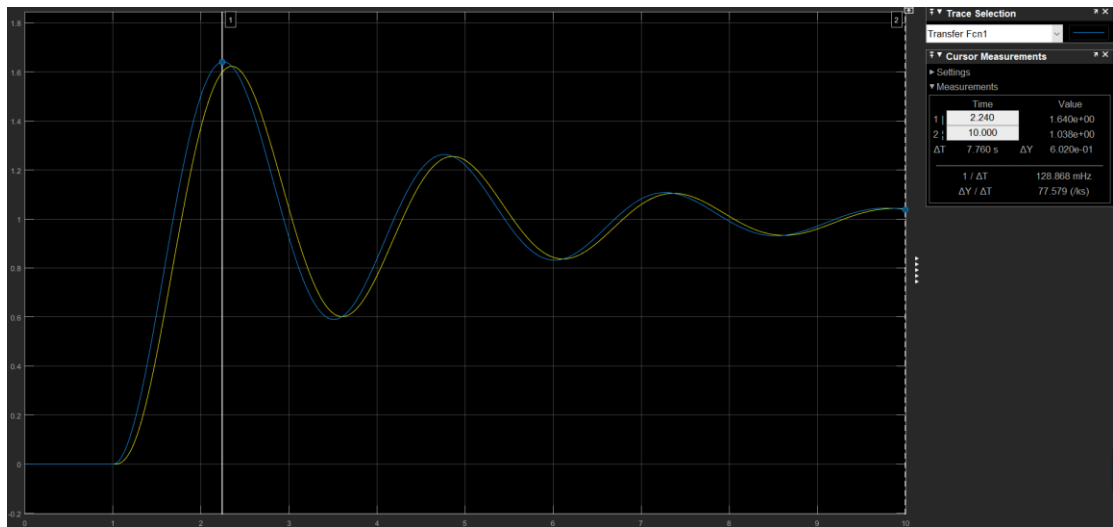
原有系统: $M_p=3.3\%$, $t_p=5.217s$;
 二阶近似系统: $M_p=3.2\%$, $t_p=5.171s$;

K=3.0 时, 原有系统阶跃响应曲线:



原有系统: $M_p=39.4\%$, $t_p=1.779s$;
 二阶近似系统: $M_p=39.4\%$, $t_p=1.792s$;

K=6.0 时, 原有系统阶跃响应曲线:



原有系统: $M_p=64.0\%$, $t_p=1.240s$;
二阶近似系统: $M_p=64.0\%$, $t_p=1.240s$;