

理想信号恢复过程必须具备的 3 个条件：

理想滤波器在物理上是不可实现的

1. 原连续信号的频谱必须是有限带宽；

1. 2. 满足采样定理，即 $\omega_s \geq 2 \omega_m$ ；

3. 具有理想的低通滤波器，其特性为

$$|W_k(j\omega)| = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_{\max} \\ 0 & |\omega| > \omega_{\max} \end{cases}$$

其中， ω_{\max} 为理想滤波器的截止频率

2. ADC0809, DAC0832

3. z变换留数法：先求导最后代数

例 2.7 求 $F(s) = \frac{1}{(s+a)^2}$ 的 z 变换。

解 上式有二重极点 $s_{1,2} = -a$, $n=2$ ，根据式 (2.57) 得

$$F(z) = \frac{1}{(2-1)!} \frac{d}{ds} \left[(s+a)^2 \frac{1}{(s+a)^2} \frac{z}{z-e^{sT}} \right]_{s=-a} = \frac{Tz e^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$$

2. z反变换留数法：区分分子有无z公因子，如果没有需要单独考虑k=0时引入零极点的情况

例 2.18 已知 $F(z) = \frac{10}{(z-1)(z-2)}$ ，用留数法求取 $F(z)$ 的反变换。

解
$$F(z)z^{k-1} = \frac{10z^{k-1}}{(z-1)(z-2)}$$

由此可以看出，当 $k=0$ 时， $F(z)z^{k-1} = \frac{10}{z(z-1)(z-2)}$ ，含有 3 个简单极点： $z_1=0$ ， $z_2=1$ ，

$z_3=2$ 。但是，当 $k>1$ 时， $F(z)z^{k-1} = \frac{10z^{k-1}}{(z-1)(z-2)}$ 只有 2 个极点 $z_1=1$ ， $z_2=2$ 。因此必须分

别求 $f(0)$ 以及 $f(kT)$ ($k>1$)。

(1) 求 $f(0)$ 的值。

$$f(0) = \sum_{i=1}^3 \text{Res}[F(z)z^{k-1}]_{z=z_i} = K_1 + K_2 + K_3$$

综合以上 (1) 和 (2) 的结果，得

$$f(kT) = \begin{cases} 0, & k=0 \\ 10(2^{k-1}-1), & k>1 \end{cases}$$

于是得到

$$f^*(t) = \sum_{k=1}^{\infty} [10(2^{k-1}-1)] \delta(t-kT)$$

3. 复域位移定理：

解答：复域位移定理

如果 $f(t)$ 的 z 变换为 $F(z)$ ， a 是常数，则

$$F(ze^{\pm at}) = Z[e^{\mp at} f(t)]$$

位移定理说明，像函数域内自变量偏移 $e^{\pm at}$ 时，相当于原函数乘以 $e^{\mp at}$ 。

4. 没有说负数部分为0时，滞后定理要考虑通过初始条件计算 $t(-1)$ 之前的部分

$$\begin{aligned} Z[f(t-nT)] &= z^{-n} \sum_{m=-n}^{\infty} f(mT)z^{-m} = z^{-n} \sum_{m=0}^{\infty} f(mT)z^{-m} + z^{-n} \sum_{m=-1}^{-n} f(mT)z^{-m} \\ &= z^{-n} F(z) + z^{-n} \sum_{m=-1}^{-n} f(mT)z^{-m} \end{aligned}$$

5. 超前定理：

$$Z[f(t+nT)] = z^n F(z) - z^n \sum_{j=0}^{n-1} f(jT)z^{-j}$$

D/A 的精度指实际输出模拟量值与理论值之间接近的程度。

D/A 转换器的分辨率是指输入数字量发生单位数码变化时输出模拟量的变化量。

6. 脉冲传递函数的推导要找到采样开关表达式，且顺着写是有方向性的

7. $WB(z) + W_e(z) = 1$

8. 采样周期 T 与稳定性：

ZOH 导致，稳定性与被控对象本身 K 和采样周期有关。闭环传函 $WB(z)$ ——特征方程—— z 域极点分析可以看出。

要注意给定的是闭环传函 $WB(z)$ 还是开环传函 $WK(z)$!!!!

Routh 判据引入双线性变换，降序排列

$$z = e^{sT} = \frac{e^{\frac{sT}{2}}}{e^{-\frac{sT}{2}}} = \frac{1 + \frac{sT}{2}}{1 - \frac{sT}{2}}$$

Jury 判据升序排列， $b_k = \begin{vmatrix} a_0 & a_{n-k} \\ a_n & a_k \end{vmatrix}$ ， a_n 必须大于零，稳定条件：

$$\begin{cases} F(1) > 0 \\ (-1)^n F(-1) > 0 \\ |a_0| < a_n \\ |b_0| > |b_{n-1}| \\ |c_0| > |c_{n-2}| \\ |d_0| > |d_{n-3}| \\ \vdots \\ |m_0| > |m_2| \end{cases}$$

10. 采样周期与稳态误差：

稳态误差 $e_1 = 1/(1+K_p)$ ， $K_p = \lim_{z \rightarrow 1} W_k(z)$ ；

$$e_2 = 1/K_v, \quad K_v = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)W_k(z)/T;$$

$$e_3 = 1/K_a, \quad K_a = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)^2 W_k(z)/T^2;$$

使用哪个稳态误差判断稳定性是由输入来定的!

11. 模拟化方法—离散控制器—要求采样周期足够小, 忽略零阶保持器的低通和滞后相移, 要求离散后数字控制器和原模拟控制器具有相似的动态特性和频率特性

1) 后向差分法

原理:

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{e(kT) - e(kT - T)}{T} \Rightarrow s = \frac{1 - z^{-1}}{T}$$

2) 双线性变换法

3) 零极点匹配法

按已知D(s)零极点写D(z), **保证分子分母阶次相等, 用 $(1+z^{-1})$ 补充缺少的零点**; 条件是增益相等

$\text{Re}[s] < 0$ 才稳定, $z = \sigma + j\omega$, 判断z域的变化, 频率响应的畸变; z-s关系判断有没有频域混叠

12. PID算法: **增量式PID**对应被控量的增量调控, 适用于**执行机构具有积分特性**的系统;

位置式PID直接控制, 与过去整个状态有关, 适用于执行机构无积分特性的系统; 改善积分饱和, 手动/自动切换冲击小, 系统动态性能得到改善

$$u(k) = K_p e(k) + K_p \frac{T}{T_i} \sum_{j=1}^k e(j) + \frac{T_d}{T} [e(k) - e(k-1)]$$

13. PID:

解答: PID 控制器是由比例控制, 积分控制, 微分控制三项组成。比例控制的作用, 通过加大 K_p 可以增加系统动态响应速度, 减小系统稳态相应误差。积分控制作用可以完全消除系统稳态误差。微分控制作用, 是与偏差变化速度成比例, 能够预测偏差的变化, 产生超前控制作用, 以阻止偏差的变化, 因而能够改善系统动态性能。

(1) 比例系数 K_p 对系统性能的影响

对系统静态性能的影响: 在系统稳定的情况下, K_p 增加, 稳态误差减小, 进而提高控制精度。

对系统动态性能的影响: K_p 增加, 系统反应速度加快; 如果 K_p 偏大, 系统输出振荡次数增多, 调节时间加长; K_p 过大将导致系统不稳定。

(2) 积分时间常数 T_i 对系统性能的影响

对系统静态性能的影响: 积分控制能消除系统静差, 但若 T_i 太大, 积分作用太弱, 以致不能消除静差。

对系统动态性能的影响: 若 T_i 太小, 系统将不稳定; 若 T_i 太大, 对系统动态性能影响减小。

(3) 微分时间常数 T_d 对系统性能的影响

对系统动态性能的影响: 选择合适的 T_d 将使系统的超调量减小, 调节时间缩短, 允许加大比例控制; 但若 T_d 过大或过小都会适得其反。

- 14.

4.8 请分别说出积分分离 PID 和微分先行 PID 控制算法的特点或能解决的主要问题。

解答: 积分分离是当偏差大于某一规定的门限值时, 取消积分作用; 只有当误差小于规定门限值时才引入积分作用, 以消除稳态误差。即当系统在强扰动作用下, 或给定输入作阶跃变化时, 系统输出往往产生较大的超调和长时间的振荡。采用积分分离方法, 既可以发挥积分作用消除系统残差的功能, 又能有效地降低积分作用对系统动态性能的不良影响。

微分先行 PID 控制适用于给定值频繁升降的场合, 可以避免因输入变动而在输出上产生跃变。

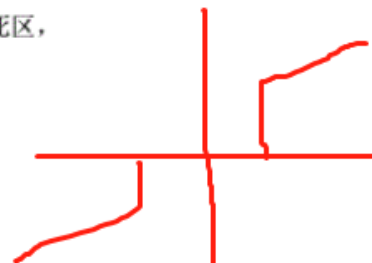
4.9 什么是带死区的 PID 控制算法?

解答: 带死区的 PID 控制算法就是将输入的偏差信号设置一个适当范围的死区,

当 $|e(k)| < e_0$ 时, 取 $\nabla u(k) = 0, u(k) = u(k-1)$, 即控制量保持不变;

当 $|e(k)| > e_0$ 时, 按 PID 控制算法计算并输出控制量 $u(k)$ 。

e_0 为死区的阈值, 依据系统控制精度的要求来确定。



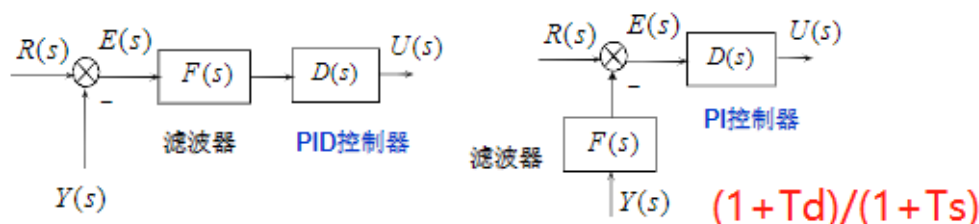
微分先行控制算法

在给定值频繁升降变换的场合, 为避免系统超调量过大甚至发生振荡, 执行机构剧烈动作, 对模拟 PID 控制器改进, 出现微分先行 PID 控制器

属于不完全微分控制算法, 不同的是微分环节的先行位置。

在整个 PID 控制器前面串接一个低通滤波器,

或者在反馈通道串联一个低通滤波器, 实现微分先行。



注意: 带死区的或是积分分离的 PID 控制, 进入死区、分离区域后 $u(k) \neq 0, \Delta u(k) = 0$!

4.14 已知模拟控制器的传递函数为 $D(s) = \frac{1+0.17s}{0.085s}$ ，采样周期为 $0.2s$ ，试写出数字控制器的增量式控制算法。

解答：可知 $u(t) = 2e(t) + 11.77 \int_0^t e(t)dt$ ，对该模拟控制器进行离散化处理可得

$$\begin{cases} u(t) \approx u(kT) \\ e(t) \approx e(kT) \\ \int_0^t e(t)dt \approx T \sum_{i=1}^k e(iT) \end{cases}$$

省略采样周期 T ，即 kT 记为 k 则

$$u(k) = K_p \left[e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{j=1}^k e(j) \right] = 2e(k) + 4.35 \sum_{j=1}^k e(j)$$

增量式控制算法： $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) = 4.35e(k) - 2e(k-1)$

16. 直接设计方法—离散被控对象及零阶保持器— $D(z) = \frac{W_B(z)}{W_d(z)W_c(z)}$

17. 最小相位系统： $W_d(z)$ 稳定，在 z 域单位圆上/外无零点和极点，且没有纯滞后。

广义对象的脉冲传递函数 $W_d(z)$ ：最小相位系统

(1) 系统稳定，即在单位圆上或圆外没有极点

(2) 逆系统稳定，即在单位圆上或圆外没有零点

(3) 不含有纯滞后环节

18. 最小相位系统的最小拍系统：

$$E(z) = [1 - W_B(z)]R(z) = [1 - W_B(z)] * \frac{A(z)}{(1 - z^{-1})^m}$$

故 $1 - W_B(z) = (1 - z^{-1})^m$ 再设计

19. 非最小相位系统的最小拍系统：

$$W_B(z) = [f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \dots + f_{m+p} z^{-(m+p)}] (1 + \beta_1 z^{-1}) \dots (1 + \beta_q z^{-1}) z^{-L}$$

判断输入阶次、 $W_d(z)$ 不稳定零极点数、纯滞后时常 T 写出 $W_B(z)$

$$\begin{cases} W_B(z)|_{z=1} = 1 \\ \frac{dW_B(z)}{dz}|_{z=1} = 0 \\ \vdots \\ \frac{d^{m-1}W_B(z)}{dz^{m-1}}|_{z=1} = 0 \\ W_B(z)|_{z=a_1} = 1 \\ \vdots \\ W_B(z)|_{z=a_p} = 1 \end{cases}$$

注意：

列几个取决于不稳定极点和输入阶次！

$$Z[e^{-sT}] = z^{-k}$$

不稳定的零极点数是 $W_d(z)$ 的零极点数！！！！

不考虑 $(1-z^{-1})$ 零极点：

$W(s)$ 中 s 的系数全化成1！！！！

要 $ess = \lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1}) [1-W_B(z)] \frac{A(z)}{(1-z^{-1})^m} \rightarrow 0$

应满足 $1-W_B(z) = (1-z^{-1})^m F(z)$ (1)

若包括 $z=1$ 则 $z=1$ 为 $W_B(z)$ 零点时 $1-W_B(z) = 1-0=1 \neq (1-1)^m F(z)=0$

$z=1$ 极点时 $1-W_B(z) = 1-\infty = -\infty \neq (1-1)^m F(z)=0$

↑
为 $W_B(z)$

20. 最小拍无纹波处理：

“纹波”是指当控制系统到达稳态后，系统的输出在采样点之间围绕参考输入波动的现象。

造成纹波现象的原因是：控制系统到达稳态后，控制器的输出不稳定，仍然呈现出一种衰减震荡的现象。

只是在非最小拍系统上考虑了 $W_d(z)$ 的所有零点！

21. 输入信号敏感问题：

阻尼因子法：人为添加极点 $0 < c < 1$ ，后 $W_B'(z)$ ，按最小拍算法求 $W_B(z)$

21. 模型参数变化敏感问题：

认为把 $W_B(z)$ 中的 z^{-1} 因子提升1-2阶

22. 大林算法基本思想：

设计合适的数字控制器使整个系统的闭环传函为带有滞后的一阶惯性环节：

$$W_B(s) = \frac{e^{-\tau s}}{T_0 s + 1}$$

$T_0 = \tau = N \times \text{采样周期} T$

1、大林算法控制器设计时，给定闭环系统传递函数模型离散化时为何要加入零阶保持器？答案：

(1) 加入零阶保持器，能够保证离散前后的闭环系统的阶跃响应相等

(2) 不加零阶保持器，只能保证离散前后的闭环系统的脉冲响应相等

阶跃响应通常用来衡量系统的控制性能

23. 振铃现象：D(z)或U(z)/R(z)=WB(z)/Wd(z)中含z=-1附近的极点，直接暴力将其带入=1即可消除振铃现象。

24. 信号变换过程中产生的现象及影响：

首先是AD过程中引入的采样开关，采样周期的不同可能导致系统的稳定性、稳态性能和暂态性能都受到影响，出现频率混叠现象，导致信号无法不失真的恢复

其次是DA过程的引入的保持器，其基本思想就是Taylor Series：

$$U(t) = u(kT) + u'(kT)(t - kT) + \frac{1}{2!} u''(kT)(t - kT)^2 + \dots + \frac{1}{n-1!} u^{(n-1)}(kT)(t - kT)^{(n-1)}$$

零阶保持器取第一项，一阶保持器取第二项，都具有低通滤波器特性，且引入滞后相位移：

$$W_{h0}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} = T e^{-\frac{T}{2}s}$$

带入系统的传递函数中，可知，由于

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$F(s) = \frac{A_1 s^m + A_2 s^{m-1} + \dots + A_{m+1}}{B_1 s^n + B_2 s^{n-1} + \dots + B_{n+1}} \rightarrow f(t) = a_1 f_1(t) e^{b_1 t} + \dots + a_k f_k(t) e^{b_k t}$$

bk为极点，故ZOH有可能引入s域右半平面极点，导致系统发散而不稳定。

25.

Question III： 如何理解采样周期会对离散系统稳定性造成影响？

由于 $s = j\omega$ ，所以连续传递函数的零极点s都对应频率值。

零点的物理意义是，某个频率的输入信号不会产生任何输出，被block掉了；

极点的物理意义是，某个频率的输入信号会产生无穷大的输出，就是造成不稳定；

对于离散系统而言也可以这样考虑，所以离散传递函数的零极点z也都对应频率值。

而因为 $z = e^{sT}$ ，T为采样周期，因此采样周期会影响零极点的分布，因此会对离散系统的稳定性造成影响。