

Devoir libre 2  
Hexagone 2025-2026  
EXO 1,2,3 à rendre pour le 05/11/2025  
EXO 4 à rendre pour le 12/11/2025 sur le repo

**Exercice 1: (4 points)**

Trigonaliser :

$$\begin{pmatrix} 9 & -4 & -5 \\ 2 & 0 & -1 \\ 8 & -4 & -4 \end{pmatrix}$$

Détaillez vos étapes.

**Exercice 2: (3 points)**

On souhaite trouver la droite  $Y$  qui satisfait au sens des moindres carrés les points :

$$A = (0, 1), \quad B = (1, 1), \quad C = (2, -1).$$

Donnez l'équation de cette droite.

**Exercice 3: (3 points)**

On considère la matrice

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Vérifier que  $R \in SO(3)$ .
2. À partir de la trace, déterminer l'angle de rotation  $\theta$ .
3. Trouver un axe de rotation, c'est-à-dire un vecteur unitaire  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$  tel que  $R\mathbf{u} = \mathbf{u}$ .
4. Interpréter géométriquement l'action de  $R$  sur un vecteur  $(x, y, z)^\top$ .
5. Calculer  $R^2$  et en donner l'interprétation (angle total et effet sur un vecteur).

**Exercice 4: (10 points)**

Développez un algorithme Python, sur un graphe orienté que vous structurez comme vous le désirez, qui calcul les plus court chemin de chaque point du graphe vers chaque autre point du graphe.

Les valuations des arcs du graphe peuvent être négative. mais aucun cycle négatif ne sera toléré.