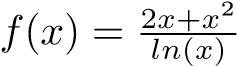
Devoir libre 1

Hexagone 2025-2026 a` rendre pour le 13/10/2025

**Exercice 1:** (**2 points**)

Calculer les d´eriv´es suivantes :

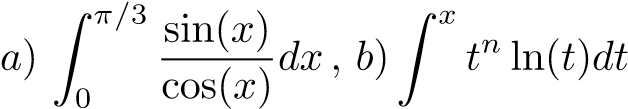
(D´etailler vos calculs et votre raisonnement) a)

b) *g*(*x*) = *e*2*x*+*x*3

**Exercice 2:** (**2 points**)

Calculer les int´egrales suivantes :

(D´etailler vos calculs et votre raisonnement)



**Exercice 3:** (**6 points**)

On consid`ere les trois points

*A* = (0*,*1)*, B* = (1*,*2)*, C* = (4*,*2)*.*

1. **Polynˆome interpolateur de Lagrange.**
   1. Ecrire le polynˆome interpolateur de Lagrange associ´e aux 3 points´

**Étape 1 : Formule générale**

Le polynôme interpolateur de Lagrange est :

avec

Ici, on a 3 points donc un polynôme de degré ≤ 2.

**🔹 Étape 2 : Calcul des**

**Pour :**

**Pour :**

**Pour :**

**🔹 Étape 3 : Assemblage**

Substituons :

**🔹 Étape 4 : Simplification**

Mettons tout sur un dénominateur commun :

Développons chaque terme :

Substituons :

Développons :

Regroupons les termes :

**✅ Résultat final**

2. **Forme de Newton et diff´erences divis´ees.**
   1. Construire la forme de Newton du polynˆome interpolateur

*PN*(*x*) = *a*0 + *a*1(*x* − *x*0) + *a*2(*x* − *x*0)(*x* − *x*1)*,*

en exprimant *a*0, *a*1, *a*2 via les diff´erences divis´ees.

1. **Splines cubiques par morceaux avec d´eriv´ees nulles.**

*S*0(*x*) est la spline cubique entre A et B sachant que sa d´eriv´e est nulle en

A et en B

*S*1(*x*) est la spline cubique entre B et C sachant que sa d´eriv´e est nulle en

A et en B

Donner les expressions explicites de *S*0(*x*) et *S*1(*x*).

**Exercice 4 (4 points)** Les ensembles suivants sont-ils des espaces vectoriels ?

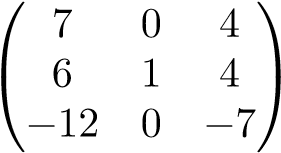
Justifiez votre r´eponse.

1. {(*x,y*) ∈R2*,x* + *y* = 0}
2. {(*x,y*) ∈R2*,x* = 1}
3. {(*x,y*) ∈R2*,x*2 = 0}
4. {(*x,y*) ∈R2*,y* = 0}

1

**Exercice 5:** (**4 points**)

Donner les valeurs propres, vecteurs propres, matrice de passage, puis Diagonaliser :



1

**Exercice 5:** (**4 points**)

Donner les valeurs propres, vecteurs propres, matrice de passage, puis Diagonaliser :

Une image contenant noir, obscurité

Le contenu généré par l’IA peut être incorrect.

2