

# TUTTO IL PROGRAMMA

( $\exists$  se quadrata e  $\det A \neq 0$ )

A è invertibile  $\leftrightarrow \det A \neq 0$

DIM  $\rightarrow$

$$\exists A^{-1} \quad |A \cdot A^{-1}| = |I|$$

$$\text{Binet} \rightarrow \underset{\neq 0}{|A|} \cdot \underset{\neq 0}{|A^{-1}|} = 1$$

$\hookrightarrow$  c.v.d

DIM  $\leftarrow \det A \neq 0$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^+ \quad A \cdot A^{-1} = I$$

$$A \cdot \frac{1}{\det A} \cdot A^T = I \quad \text{allora } A \text{ è invertibile}$$

$$\frac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = I ?$$

$$\frac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11}a_{11} + A_{21}a_{21} & A_{11}a_{12} + A_{21}a_{22} \\ A_{12}a_{11} + A_{22}a_{21} & A_{12}a_{12} + A_{22}a_{22} \end{pmatrix}$$

Laplace  $m_1$   
Laplace  $m_2$

$$\frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} \det A & 0 \\ 0 & \det A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow I \quad A \text{ è invertibile. c.v.d.}$$

## STEINIZ

Tutte le basi hanno lo stesso numero di vettori

Prendiamo due basi:  $B_1 = \{v_1 \dots v_n\} \quad B_2 = \{v_1 \dots v_p\}$

$$B_1 = \begin{cases} \text{GENERATORI} \\ \text{L.I.} \end{cases} \quad B_2 = \begin{cases} \text{GENERATORI} \\ \text{L.I.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Per Steiniz allora } n \geq p \\ \text{Per Steiniz allora } p \geq n \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} n=p \\ B_1 \quad B_2 \end{matrix} \text{ c.v.d.}$$

Sistema determinato  $\Leftrightarrow r(A) = r(A, B)$ DIM  $\Rightarrow$  NOTAZIONE.

$$V = \mathcal{L}(C_1, \dots, C_n, B) \quad W = \mathcal{L}(C_1, \dots, C_n).$$

generalmente  
 ma se  $\begin{cases} \dim W \leq \dim V \\ W \subseteq V \end{cases}$  allora  $W \subseteq V$   
 cioè  $\rho(A) \leq \rho(A, B)$ .

Per ipotesi il sist. è determinato, quindi  $\exists S = (\alpha_1 \dots \alpha_n)$

$$\begin{cases} a_{11}\alpha_1 + \dots + a_{1n}\alpha_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}\alpha_1 + \dots + a_{mn}\alpha_n = b_m \end{cases}$$

$C_1 \quad \quad \quad C_n \quad \quad B$

$$C_1\alpha_1 + \dots + C_n\alpha_n = B$$

B diventa c.l. delle colonne

$$V = \underbrace{\{C_1, \dots, C_n\}}_W, B \quad \rightarrow \quad V = W$$

$r(A) = r(A, B)$  c.v.d.

DIM.  $r(A) = r(A, B)$

$$V = \mathcal{L}(C_1, \dots, C_n, B) \quad W = \mathcal{L}(C_1, \dots, C_n).$$

L'unica diversità è la B. Per essere uguali, appunto, B deve essere C.L delle colonne

$$B = C_1\alpha_1 + \dots + C_n\alpha_n \quad \text{con} \quad S = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\} \text{ che è soluzione per definizione c.v.d.}$$

Il sistema è determinato se e solo se il  $\det A \neq 0$  e la soluzione è data da:

$$x_i = |B_i|/|A|$$

→ sist. det.

Per R.C. m allora  $n-j=0$

$$n=j = \text{rank max} = \det \neq 0 \text{ c.v.d.}$$

←  $\det \neq 0$  + soluzioni.

Dimostriamo l'unicità della soluzione

Prese  $S_1$  e  $S_2$ . Il sist. è  $A \cdot X = B$

quindi  $A \cdot S_1 = B$   $\checkmark$   ~~$A' \cdot A \cdot S_1 = A' \cdot B$~~   $\checkmark$   ~~$A' \cdot A \cdot S_2 = A' \cdot B$~~  per ipotesi  $\det A \neq 0$ , quindi  $\exists A^{-1}$

$$A \cdot S_2 = B \quad \checkmark$$

$$S_1 = S_2 \text{ c.v.d.}$$

dimostro che  $\det A \neq 0$  + la coda del teorema (soluzioni)

Se  $\det A \neq 0$  allora  ~~$A' \cdot A \cdot X = A' \cdot B$~~   $\rightarrow X = A^{-1} \cdot B$

$\exists A^{-1}$

dove  $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A_{ij}^T \cdot B$

$$X = \frac{1}{\det B} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} A_{11}b_1 + A_{12}b_2 \\ A_{21}b_1 + A_{22}b_2 \end{pmatrix}$$

$\det B$

$$B_1 = \begin{pmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$b_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{pmatrix}$$

$$x_i = \frac{|B_i|}{|A|} \text{ c.v.d.}$$

Imf è sottospazio

2 vettori  $w_1, w_2 \in \text{Imf} \rightarrow w_1 + w_2 \in \text{Imf}$ .

$\exists v_1, v_2 \mid f(v_1) = w_1 \text{ e } f(v_2) = w_2$ .

$f(v_1) + f(v_2) \stackrel{\text{linearità}}{=} f(v_1 + v_2) \in \text{Imf}$

L'immagine proviene dalla somma

Prese  $w_1 \rightarrow a \cdot w_1 \in \text{Imf} \quad a \in K$ .

$\exists v_1 \mid f(v_1) = w_1, \quad a \cdot f(v_1) \stackrel{\text{linearità}}{=} f(a \cdot v_1)$

L'immagine proviene dal prodotto esterno

$\text{Imf}$  è sottospazio.

Kerf è sottospazio

$$v_1, v_2 \in \ker f \rightarrow v_1 + v_2 \in \ker f?$$

$$v_i \in \ker f = f(v_i) = 0 \quad \text{e} \quad f(v_2) = 0$$

$$f(v_1) + f(v_2) = 0 + 0$$

$$f(v_1 + v_2) = 0 \quad \text{La somma finisce in 0, quindi fa parte di Kerf}$$

$$v_i \in \ker f, a \in K, a \cdot v \in \ker f?$$

$$v \in \ker f = f(v) = 0$$

$$a \cdot f(v) = 0 \quad f(a \cdot v) = 0$$

Il prodotto esterno finisce in 0, quindi appartiene al Kerf

KERF E' SOTTOSPAZIO

Teorema sul nucleo e iniettività

f è iniettiva  $\leftrightarrow \ker f = \{0\}$

$$\exists v \in \ker f \mid \begin{array}{l} f(v) = 0 \\ f(0) = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{solo se } v = 0 \\ \text{c.v.d.} \end{array}$$

$$\ker f = \{0\}$$

$$\text{Prendo 2 } \ker f \text{ uguali } f(v_1) = f(v_2)$$

$$f(v_1) - f(v_2) = f(v_1 - v_2) = 0 \quad \exists v_1 - v_2 \in \ker f.$$

$$\text{Ma per ipotesi } \ker f = \{0\}, \text{ quindi } v_1 - v_2 = 0$$

$$v_1 = v_2 \quad \text{c.v.d.}$$

↓  
iniettiva

Se  $f: V \rightarrow V$  e lambda autovettore allora  $V_{\lambda} = \text{Ker } f - \lambda \text{Id}$

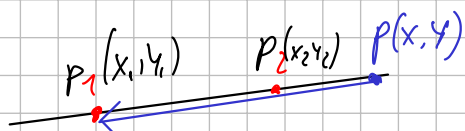
$$V_{\lambda} = \text{Ker } f - \lambda \text{Id}$$

$$v \in V_{\lambda} \rightarrow f(v) = \lambda v \quad \underbrace{f(v) - \lambda v = 0}_{f - \lambda \text{Id}(v)} \quad f - \lambda \text{Id}(v) = 0 \in \text{Ker } f \text{ c.v.d.}$$

$$v \in \text{Ker } f \rightarrow f(v) = 0 \rightarrow f(v) - \lambda v = 0 \quad f(v) = \lambda v \in V_{\lambda} \text{ c.v.d.}$$

### GEOMETRIA 3 TEORIE

Per due punti passa una e una sola retta, la sua equazione è:  $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$   
nel PIANO



$$\overrightarrow{P_1 P_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

$$\overrightarrow{P_1 P} = (x - x_1, y - y_1)$$

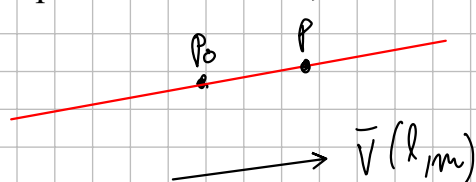
I due segmenti sono paralleli, quindi:

$$\overrightarrow{PP_1} = \lambda (\overrightarrow{P_1 P_2})$$

$$(x - x_1, y - y_1) = \lambda (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

$$\begin{cases} x - x_1 = \lambda (x_2 - x_1) \\ y - y_1 = \lambda (y_2 - y_1) \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \\ \lambda = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \end{cases} \quad \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \text{ c.v.d.}$$

Dato un punto e un vettore, esiste una e una sola retta passante per il punto e parallela al vettore



$$\overrightarrow{PP_0} = (x - x_0, y - y_0)$$

$$\vec{v} \parallel \overrightarrow{PP_0}$$

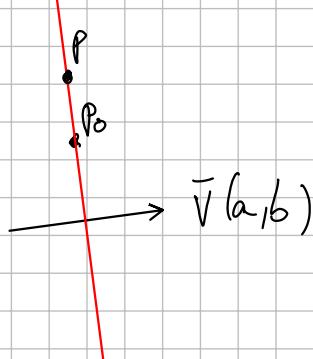
$$\overrightarrow{PP_0} \parallel \vec{v}$$

$$(x - x_0, y - y_0) = \lambda (l, m)$$

$$\begin{cases} x - x_0 = \lambda l \\ y - y_0 = \lambda m \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda = \frac{x - x_0}{l} \\ \lambda = \frac{y - y_0}{m} \end{cases}$$

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} \text{ c.v.d.}$$

Dato un punto e un vettore, esiste una e una sola retta passante per il punto e ortogonale al vettore



$$\overline{PP_0} = (x - x_0, y - y_0)$$

$$v = (a, b)$$

$$\overline{PP_0} \perp v$$

$$(x - x_0, y - y_0) \cdot (a, b) = 0$$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

$$ax + by + c = 0 \quad \text{C.v.d.}$$

$$m = \frac{a}{b} \quad \begin{cases} ax + by + c = 0 \\ t = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} ax + by = 0 \\ t = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{a}{b}x \\ t = 0 \end{cases} \quad P' = (x', \frac{a}{b}x', 0)$$

$$P_0 = (1, -\frac{a}{b}) \rightarrow \text{coeff. angolare}$$

Condizione di parallelismo/ortogonalità fra 2 vettori  $v_1$  e  $v_2$

sia  $v = (l, m)$  e  $v' = (l', m')$

PARALLELI se  $v = \lambda v' \rightarrow (l, m) = \lambda (l', m') \quad \begin{cases} l = \lambda l' \\ m = \lambda m' \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda = \frac{l}{l'} \\ t = \frac{m}{m'} \end{cases}$

$$\frac{l}{l'} = \frac{m}{m'} \quad \text{C.v.d.}$$

ORTOGONALI  $v \cdot v' = 0 \quad (l, m) \cdot (l', m') = 0$

$$ll' + mm' = 0 \quad \text{C.v.d.}$$

Complementari

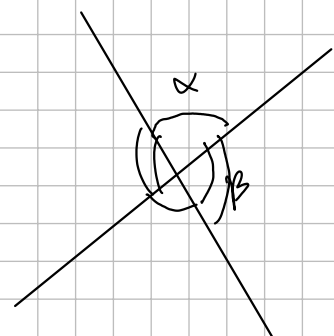
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$v \cdot v' = |v| \cdot |v'| \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{v \cdot v'}{|v| \cdot |v'|}$$

$$\cos \alpha = \frac{(l, m) \cdot (l', m')}{\sqrt{l^2 + m^2} \sqrt{l'^2 + m'^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{ll' + mm'}{\sqrt{l^2 + m^2} \sqrt{l'^2 + m'^2}}$$



Distanza fra 2 punti  $A = (x_1, y_1)$   $B = (x_2, y_2)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Punto medio

$$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Distanza punto-retta

$$\frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = d$$

Fascio di rette (la 2 generatrice non c'è nel fascio)

$$\lambda r_1 + \mu r_2 = 0$$

Lavorare con 2 parametri è difficile

Pertanto si passa ad un parametro

solo, ricordando che  $(\lambda, \mu) \neq (0, 0)$

Bonzo  $\lambda \neq 0$

$$\cancel{\frac{\lambda}{\lambda}} r_1 + \frac{\mu}{\lambda} r_2 = 0 \quad r_1 + k r_2 = 0$$

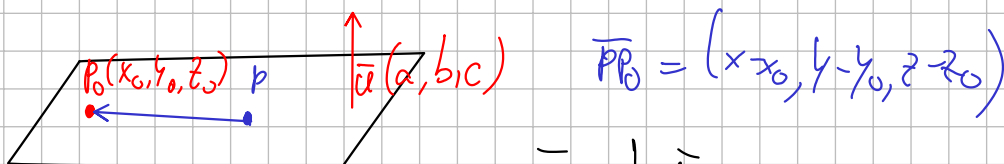
Retta nello spazio (differenza con retta su piano)

Vale ancora che per 2 punti passa una e una sola retta  $\frac{x - x_0}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_0}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_0}{z_2 - z_1}$

e che dato un punto e un vettore, esiste una e una sola retta parallela al vettore  $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$

Piano  $(ax + by + cz + d = 0$  e  $u = (a, b, c)$  + DIM)

$$ax + by + cz + d = 0 \text{ ha vettore dir. } \vec{u} = (a, b, c)$$



$$\vec{PB} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$$

$$\vec{PB} \perp \vec{u}$$

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot (a, b, c) = 0$$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$ax + by + cz + d = 0 \text{ c.v.d.}$$

Piano passante per 3 punti (sistema lineare)

Si impone il passaggio del piano per i 3 punti

$$\begin{cases} a = 10 \\ b = 20 \\ c = 30 \end{cases}$$

Sono proporzionali

Divido per d

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\begin{cases} ax_1 + by_1 + cz_1 + d = 0 \\ ax_2 + by_2 + cz_2 + d = 0 \\ ax_3 + by_3 + cz_3 + d = 0 \end{cases}$$

3 eq. 4 inc. 1 inc. libera = d

$$\cancel{10}x + \cancel{20}y + \cancel{30}z + \cancel{d} = 0$$

$$x + 2y + 3z + 1 = 0 \quad (\pi)$$

Date 2 rette nello spazio, quando sono parallele?

Piano contenente 2 rette r1 e r2.

Fascio di piani che ha come asse la r1-

Punto generico su r2 MA NON su r1-

Impongo il passaggio del fascio sul punto generico.

Trovo K-

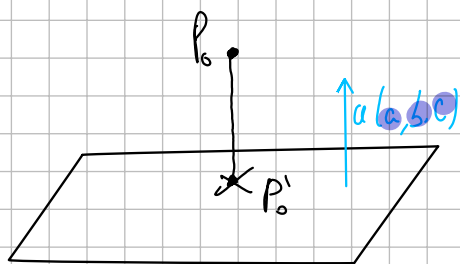
Sostituisco K nel fascio e trovo il piano

Distanza punto-piano (formula)

$$\overline{PH} = d = \frac{|ax + by + cz + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$



Proiezione ortogonale di un punto P0 sul piano



Si prende l'equazione della retta passante per P0  
ortogonale al piano

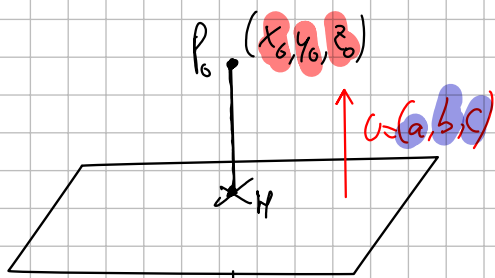
$$P_0 = (x_0, y_0, z_0)$$

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

Intersezione piano retta e trovo il punto H (proiezione ortogonale di P)



## Punto simmetrico rispetto al piano



$$\begin{cases} \frac{x-x_0}{l=a} = \frac{y-y_0}{m=b} = \frac{z-z_0}{n=c} = t \\ ax+by+cz+d=0 \end{cases} \Rightarrow H(x_H, y_H, z_H)$$

$P_0(x_0, y_0, z_0)$  e  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  punto medio fra  $P_0P_1$

elementi noti

$$H = \left( \frac{x_0+x_1}{2}, \frac{y_0+y_1}{2}, \frac{z_0+z_1}{2} \right)$$

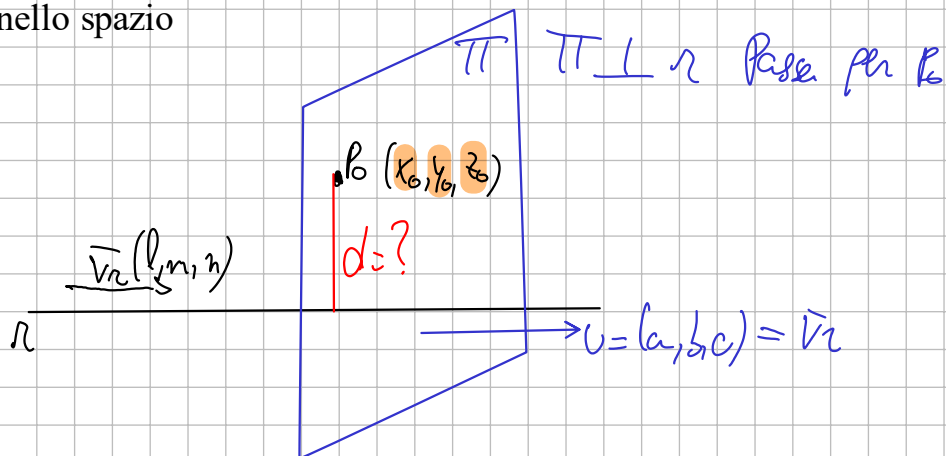
$\parallel$   $\parallel$   $\parallel$   
 $X_H$   $Y_H$   $Z_H$   
noto noto noto

$$\frac{x_0+x_1}{2} = X_H \rightarrow x_1 = \dots$$

$$\frac{y_0+y_1}{2} = Y_H \rightarrow y_1 = \dots$$

$$\frac{z_0+z_1}{2} = Z_H \rightarrow z_1 = \dots$$

## Distanza punto-retta nello spazio



$$ax+by+cz+d=0 \Rightarrow d = \dots \rightarrow \text{eq. del piano}$$

$$\begin{cases} \pi \\ r \end{cases} \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \\ z = \dots \end{cases} \Rightarrow H \rightarrow \text{dist. fra 2 punti } P_0H$$

$$d = \sqrt{(x_H - x_0)^2 + (y_H - y_0)^2 + (z_H - z_0)^2}$$

# CONICHE EQUAZIONE

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33} + 2a_{12}xy + 2a_{13}x + 2a_{23}y = 0$$

$$B = \begin{pmatrix} x^2 & \frac{xy}{2} & \frac{x}{2} \\ \frac{xy}{2} & y^2 & \frac{y}{2} \\ \frac{x}{2} & \frac{y}{2} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{noto} \quad A = \begin{pmatrix} x^2 & \frac{xy}{2} \\ \frac{xy}{2} & y^2 \end{pmatrix}$$

$\det B, \det A, j(B), \text{Tr} A = a_{11} + a_{22}$

$$\det B = 0$$

La conica si spezza in 2 rette

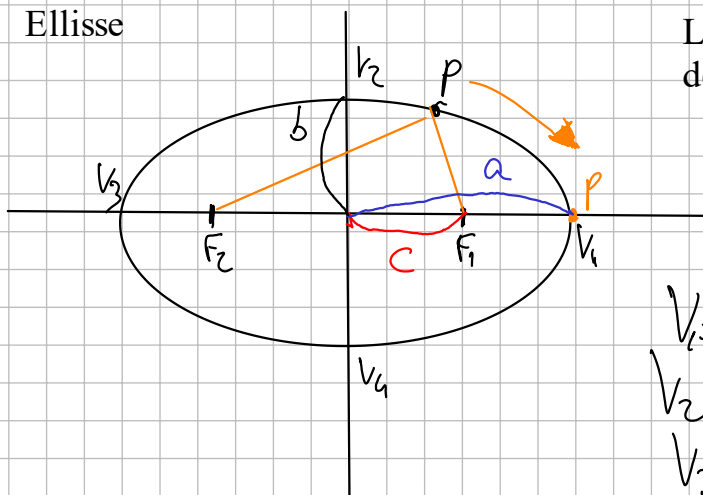
distinte se  $j(B) = 2$   
coincidenti se  $j(B) = 1$

$$\det B \neq 0$$

La conica è irriducibile e si valuta  $\det A$

- $\det A > 0$  ellisse  
se  $\text{Tr} A \cdot |B| < 0$  reale, se  $\text{Tr} A \cdot |B| > 0$  immaginaria  
se  $a_{12} = 0$  e  $a_{11} = a_{22} \neq 0$  circonferenza
- $\det A < 0$  iperbole, EQUILATRA se  $\text{Tr} A = 0$
- $\det = 0$  parabola.

Ellisse



Luogo dei punti del piano per cui è costante la somma delle distanze da due punti fissi detti fuochi

$$\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = \text{cost.}$$

$\downarrow$   
 $2a$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Semiasse maggiore  $a$   
asse maggiore  $2a$   
Semiasse minore  $b$   
asse minore  $2b$

$$\text{SE } a < b \rightarrow c = \sqrt{b^2 - a^2}$$

se  $a > b$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$F_1 (c, 0)$$

$$F_2 (-c, 0)$$

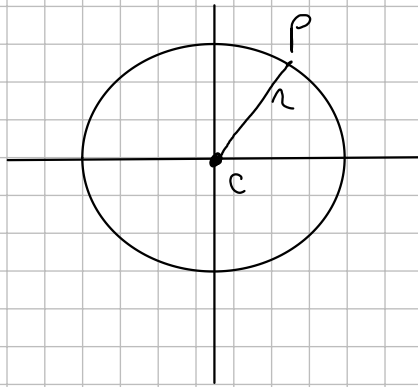
$$e = \frac{c}{a} < 1 \text{ sempre}$$

$$\begin{matrix} V_1 V_3 \\ V_2 V_4 \end{matrix} \begin{cases} \text{ellisse} \\ \text{Asse 1} \end{cases}$$

$$\begin{matrix} V_1 V_3 \\ V_2 V_4 \end{matrix} \begin{cases} \text{ellisse} \\ \text{Asse 2} \end{cases}$$

L'ellisse ha i punti improri complessi e coniugati  
essendo che è una curva chiusa

## CIRCONFERENZA



E' il luogo dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto Centro

$$\overline{PC} = \text{cost.}$$

2° FORMA

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

$$g \rightarrow a_{12} = 0$$

$$a_{11} = a_{22} \neq 0$$

$$C = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$$

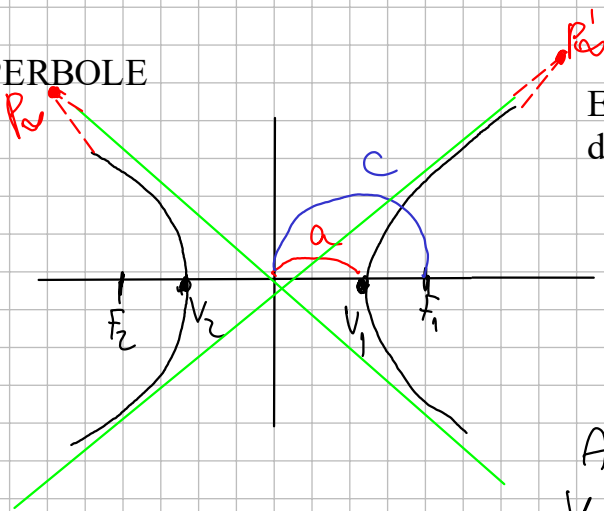
$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33} + a_{13}x + a_{23}y$$

$$r_{aggio} = \sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

1° FORMA

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

## IPERBOLE



E' il luogo dei punti del piano per cui è costante la differenza delle distanze da due punti fissi detti fuochi

$$V_1 = (a, 0)$$

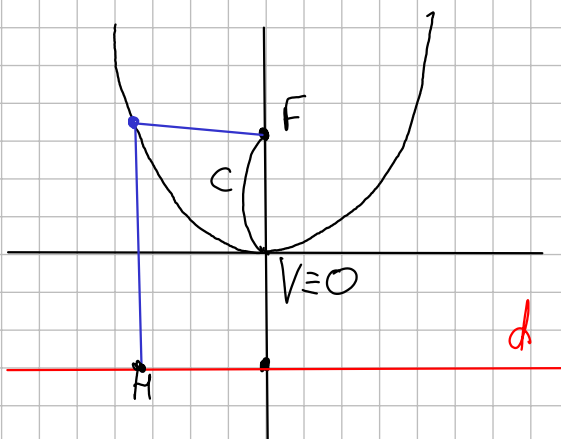
$$V_2 = (-a, 0)$$

$$e = \frac{c}{a} > 1$$

ASINTOTI ha 2 punti impropri  
detti punti di tangenza  $P_0$  e  $P_0'$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$$

## PARABOLA



E' il luogo dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto fuoco e da una retta detta direttrice

$$\overline{PF} = \overline{PH}$$

$$y = ax^2$$

oppure se ruotata

$$x = ay^2 \rightarrow ay^2 = x \rightarrow y^2 = \frac{1}{a}x$$

$$\boxed{y = 2px} \cdot \text{FORMA CANONICA}$$

Non ha centro di simmetria  
ASSI CASI PARTICOLARI

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) \quad \text{ASSE } x = x_v$$

$$C_s \quad x = ay^2 + by + c \quad \text{ASSE } y = y_v$$

$$V = \left(-\frac{\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$$

## FASCIO DI CONICHE

$C_1$  e  $C_2$

$$\lambda C_1 + \mu C_2 = 0$$

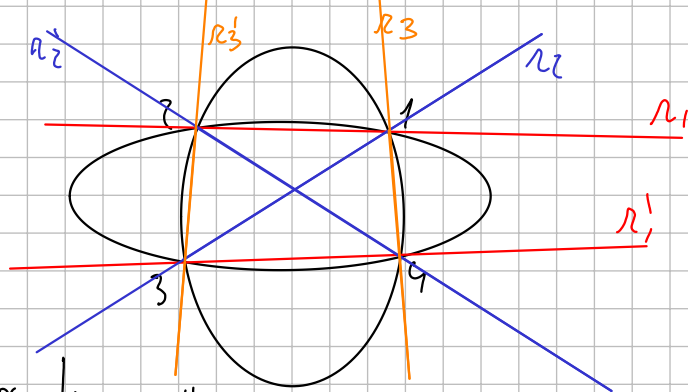
Lavorare con 2 parametri è difficile  
Pertanto si passa ad un parametro solo  
ricordando che  $(\lambda, \mu) \neq (0, 0)$

Pongo  $\lambda \neq 0$

$$\cancel{\lambda} C_1 + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right) C_2 = 0$$

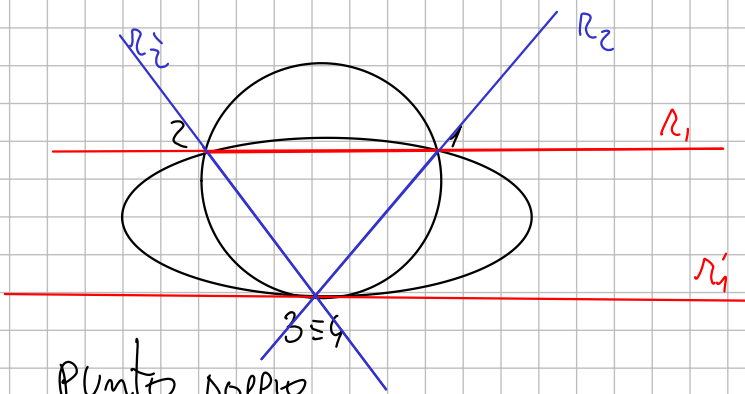
$$C_1 + k C_2 = 0 \quad \forall k \in \mathbb{R}$$

PUNTI BASE generalmente 4



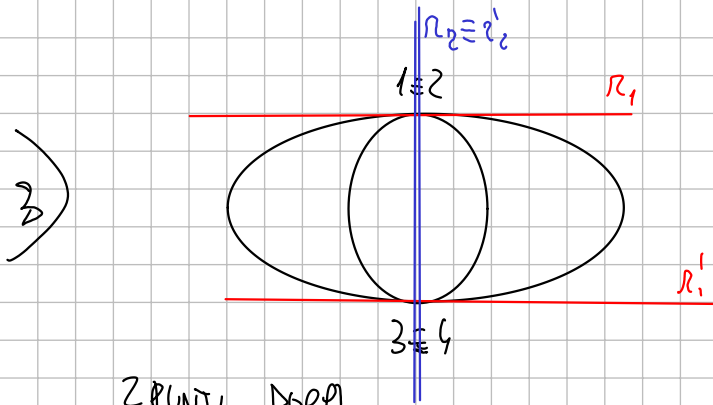
$$\begin{aligned} r_1 &= r_1 \cdot r'_1 \\ r_2 &= r_2 \cdot r'_2 \\ r_3 &= r_3 \cdot r'_3 \end{aligned}$$

4 punti distinti



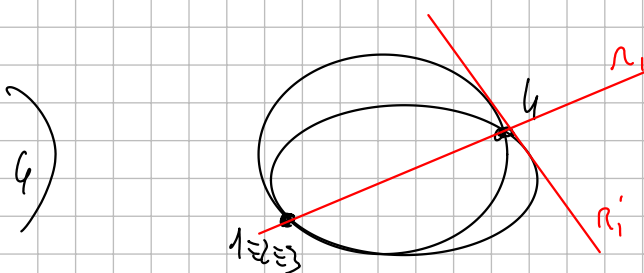
$$\begin{aligned} r_1 &= r_1 \cdot r'_1 \\ r_2 &= r_2 \cdot r'_2 \\ r_3 &= r_3 \end{aligned}$$

Punto doppio  
coniche tangenti



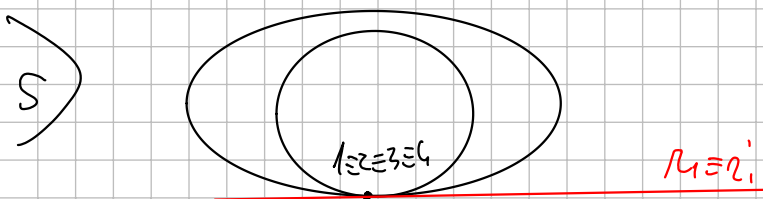
$$\begin{aligned} r_1 &= r_1 \cdot r_1' \\ r_2 &= (r_2')^2 \\ r_3 &= r_2 \end{aligned}$$

2 PUNTI Dopp  
Coniche BITANGENTI



$$\begin{aligned} r_1 &= r_1 \cdot r_1' \\ r_2 &= r_1 \\ r_3 &= r_2 \end{aligned}$$

Punto TRIPLO  
coniche che si osculano



$$\begin{aligned} r_1 &= (r_2')^2 \\ r_2 &= r_1 \\ r_3 &= r_2 \end{aligned}$$

Punto quadruplo  
coniche che si iperosculano

Studio di coniche (forme ridotte, vertici, centro, assi)

ELLISSE/IPERBOLE

$$\alpha X^2 + \beta Y^2 = \gamma$$

$$\gamma = -\frac{|\beta|}{|\alpha|} \quad \alpha \text{ e } \beta \text{ sono le sol del P.C.(A)}$$

$$\text{Centro} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C = (x_c, y_c)$$

PARABOLA

$$\beta Y^2 = \gamma X$$

$$\tau_2 A = \beta$$

$$\gamma = \pm \sqrt{\frac{|\beta|}{\tau_2 A}}$$

No centro

Assi solo se sono  $\perp A \vec{x} \text{ o } \vec{y}$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$x = x_v \quad V = \left( -\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$$

ASSI  $m_1 = -\frac{a_{11} - \alpha}{a_{12}}$

①  $y - y_c = m(x - x_c)$

②  $y - y_c = -\frac{1}{m}(x - x_c)$

Vertici.  $\begin{cases} \text{Conica} \\ \text{asse,} \end{cases} \begin{cases} \text{Conica} \\ \text{ASSE?} \end{cases}$

Se è iperbole una di 2  
sistemi ha soluzioni e  $\mathbb{C}$

$x = ay^2 + by^2 + c$   
 $y = y_v \quad V = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{c}{2a}\right)$