## UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2019-20

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Informatica

Prova scritta di **Elementi di Analisi Matematica I** (**corso M-Z**) assegnata il giorno 25 Settembre 2020.

## AVVERTENZE

Tempo a disposizione: 90 minuti. Durante lo svolgimento NON È PERMES-SO consultare libri, appunti o formulari. È altresì vietato l'uso di qualsiasi tipo di DISPOSITIVO ELETTRONICO pena l'ANNULLAMENTO DELLA PROVA.

Esercizio 1. Risolvere la seguente disequazione

$$\log_{1/2} \frac{|x-2|}{(x-1)^2} < 0$$

nel campo dei numeri reali.

Esercizio 2. Studiare la funzione definita dalla legge

$$\arctan \frac{2x+1}{x+4}$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 3. Determinare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = \lambda \\ a_{n+1} = \sqrt[3]{1 + a_n^3} - 1 \end{cases}$$

al variare del parametro reale  $\lambda$ .

**Esercizio 4.** Siano  $\{a_n\}$  e  $\{b_n\}$  due successioni di numeri reali tali che

$$|a_n - b_n| \le \frac{1}{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Dire - spiegandone il perché - se le due successioni sono convergenti oppure no.

Esercizio 5. Sia  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  una funzione reale continua in [a,b]. Supponiamo che la funzione f sia derivabile in ]a,b[ tranne che in un punto interno all'intervallo [a,b]. Dire spiegandone il perché - se esiste un punto  $x_0$  interno all'intervallo [a,b] tale che  $f'(x_0) = 0$ .