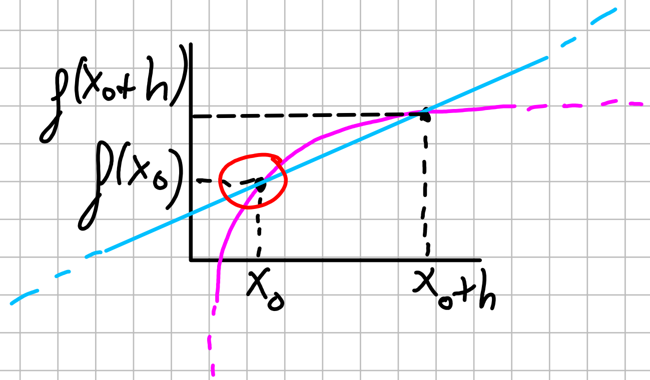

EQUAZIONE DELLA RETTA TANGENTE AL GRAFICO DI $y=f(x)$ NEL PUNTO x_0.

Equazione di una retta passante per 2 punti noti

$$y - f(x_0) = m(x - x_0)$$ (retta secante)

coeff. angolare

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{x_0+h-x_0} = \boxed{\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}}$$ RAPPORTO INCREMENTALE

La retta tangente si ottiene avvicinandosi a x_0. Quindi facendo il limite per $x \to x_0$ del rapporto incrementale

$$m_{TG} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Se questo limite ESISTE ED È FINITO allora la funzione è DERIVABILE nel punto x_0 e il valore che il limite assume si chiama DERIVATA.

$\boxed{f'(x_0) \,/\, \frac{df}{dx}(x_0) \quad \text{NOTAZIONI}}$

DERIVATE "NOTEVOLI" di funzioni:

- costanti: $f(x) = \boxed{k} \longrightarrow f'(x) = \boxed{0}$ $\quad \forall k \in \mathbb{R}$
- potenze: $f(x) = \boxed{x^k} \longrightarrow f'(x) = \boxed{k\,x^{k-1}}$ $\quad \forall k \in \mathbb{R}$
  - $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \to f'(x) = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- Seno: $f(x) = \boxed{\sin x} \longrightarrow f'(x) = \boxed{\cos x}$
- Coseno: $f(x) = \boxed{\cos x} \longrightarrow f'(x) = \boxed{-\sin x}$
- tangente: $f(x) = \boxed{tg\, x} \longrightarrow f'(x) = \boxed{1/\cos^2 x}$
- esponenziale: $f(x) = \boxed{e^x} \longrightarrow f'(x) = \boxed{e^x}$
- logaritmiche: $f(x) = \boxed{\ln(x)} = \boxed{\frac{1}{x}}$ se $\ln(x)$ esiste, cioè $x>0$

REGOLE DI DERIVAZIONE

- $f(x) = p(x) + q(x) \rightarrow f'(x) = p'(x) + q'(x)$
- $f(x) = p(x) \cdot q(x) \rightarrow f'(x) = p'(x) \cdot q(x) + p(x) \cdot q'(x)$
- $\left[\frac{1}{f(x)}\right]' = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$
- $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)} \rightarrow \frac{p'(x) \cdot q(x) - p(x) \cdot q'(x)}{[q(x)]^2}$
- $D[f(g(x))] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ ES: $y = \sin(x^2) \rightarrow y' = \underbrace{\cos(x^2)}_{f'(g(x))} \cdot \underbrace{2x}_{g'(x)}$

DERIVATE DELLE PRINCIPALI FUNZIONI ELEMENTARI

$f(x) = \text{COSTANTE}$	$f'(x) = 0$	$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$f(x) = \log_a x$	$f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln a}$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n x^{n-1}$	$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = a^x \cdot \ln a$	$f(x) = \tan x$	$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

esercizi

1) $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 7 = x - 3$

ESERCIZIO 2: $f(x) = x^{2019} - 4 \cdot \frac{1}{x} + 2\sqrt{x}$

$\frac{1}{x} = x^{-1}$ $\quad \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = 2019x^{2018} - 4 \cdot (-1) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$

$= 2019x^{2018} + 5$

Punti di non derivabilità (Punti angolosi, cuspidi, flessi a tg. verticale)

Se $f(x)$ non è continua in x_0, allora non è nemmeno derivabile in x_0

es: $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ ⟿ È derivabile in $x=0$?

NO! INFATTI NON È CONTINUA IN $x=0$.

$\boxed{\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1} \neq \boxed{f(0) = 0}$

Se $f(x)$ è continua in x_0, NON È DETTO che sia derivabile in x_0.

SUPPONGO $f(x)$ CONTINUA IN x_0 E CALCOLO:

$\lim_{x\to x_0^-} f(x)$ $\quad \lim_{x\to x_0^+} f(x)$ e POSSONO ACCADERE $\boxed{\text{4 CASI:}}$

1. I DUE LIMITI esistono $\boxed{\text{finiti}}$ e sono $\boxed{\text{uguali}}$ ⟹ $\boxed{f(x) \text{ È DERIVABILE IN } x_0}$ ✓
2. I DUE LIMITI esistono $\boxed{\text{finiti}}$ e sono $\boxed{\text{diversi}}$ ⟹ $f(x)$ NON È DERIVABILE IN x_0 ✗
3. I DUE LIMITI sono entrambi uguali a $\boxed{\pm\infty}$ ⟹ $f(x)$ NON È DERIVABILE IN x_0 ✗
4. UN LIMITE è uguale a $\boxed{+\infty}$ e l'altro a $\boxed{-\infty}$ ⟹ $f(x)$ NON È DERIVABILE IN x_0 ✗

Verifica se $f(x)$ è derivabile in x_0:

1) Controllo che $f(x)$ sia continua: SE NON È CONTINUA, non è derivabile.

2) Calcolo limite destro e sinistro della derivata in x_0.
   - Se entrambi i limiti ESISTONO, SONO FINITI e UGUALI TRA LORO, allora $f(x)$ è derivabile in x_0 e il risultato dei 2 LIMITI è $f'(x_0)$
   - Se entrambi i limiti ESISTONO MA NON SONO FINITI, O NON SONO UGUALI allora $f(x)$ non è derivabile in x_0 (e lì ci sarà cuspide, punto angoloso o un flesso a tangente verticale)

3) Se i limiti NON ESISTONO NON posso concludere nulla e devo calcolare il limite del rapporto incrementale di $f(x)$ in x_0. Se esiste ed è finito allora $f(x)$ è derivabile in x_0, ALTRIMENTI NO!

$$\boxed{\lim_{x\to x_0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}}$$