CdL in Informatica (M-Z)

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 31 Gennaio 2022

Durata della prova: 90 minuti.Turno n.1

I

Sia $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da:

$$\begin{cases} f(e_1) = (0,-1,0,-1) \\ f(0,1,1) = (h+1,h+2,h+1,h+2) \\ f(1,1,0) = (h,h,h+1,h-1) \end{cases}$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1) Studiare Imf e Kerf e determinare le loro equazioni cartesiane al variare di $h \in \mathbb{R}$

2) Sia $\phi\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo la cui matrice associata rispetto alla base canonica è:

$$M(\phi) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

Studiare le semplicità di ϕ determinando, se è possibile, una base di autovettori.

II

È assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$.

1) Dato un punto $A = (-2,0,-1)$ e una retta

$$r\colon \begin{cases} x+z=0 \\ y+z-1=0, \end{cases}$$

determinare la retta s passante per A e parallela alla retta r e il piano π passante per A ed ortogonale alla retta s.

2) Studiare, al variare del parametro reale $h \in \mathbb{R}$, le coniche di equazione:

$$x^2 + (h-1)y^2 - 2x + (h-2)y = 0.$$

calcolando in particolare i punti base e le coniche spezzate.

CdL in Informatica (M-Z)

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 21 Febbraio 2022

Durata della prova: 90 minuti.

I

Sia $f: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare la cui matrice associata rispetto alla base canonica è:

$$M(f) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & h \\ 0 & -1 & -1 & -h \\ 0 & h & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

con $h \in \mathbb{R}$.

1) Studiare Imf e Kerf e determinare le loro equazioni cartesiane al variare di $h \in \mathbb{R}$

2) Nel caso in cui f non è un isomorfismo dire se esso è semplice.

II

È assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$.

1) Sono dati il punto $A = (-1, 1, 1)$, la retta

$$r\colon \begin{cases} x + 3z = 2 \\ y + 2z - 1 = 0, \end{cases}$$

e il piano $\pi : \; x + y - z - 1 = 0$. Determinare la retta s passante per A, parallela al piano π e perpendicolare alla retta r. Verificare che r e s sono sghembe.

2) Studiare, al variare del parametro reale $h \in \mathbb{R}$, il fascio di coniche del piano $z = 0$ di equazione:

$$hx^2 + hy^2 + 2xy + 2x + 2hy = 0.$$

calcolando, in particolare, i suoi punti base e le coniche spezzate.

CdL in Informatica

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 14 Aprile 2022

Durata della prova: 90 minuti.

I

E' assegnata l'applicazione lineare $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che:

$$f(x,y,z) = (-x-2y, -x, -x+(h+3)z)$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1) Studiare Im f e Ker f e determinare le loro equazioni cartesiane al variare di $h \in \mathbb{R}$
2) Stabilire per quali valori di h la matrice $M(f)$ è diagonalizzabile.

II

E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$.

1) Sono dati il punto $A = (0,0,1)$ e i piani $\pi_1 : 2x - y + 3 = 0$ e $\pi_2 :\ x + y - z - 3 = 0$. Determinare il punto A' simmetrico di A rispetto al piano π_1 e la retta t passante per A e ortogonale π_2.
2) E' assegnato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, u$. Studiare il fascio di coniche di equazione:
$$x^2 + hy^2 + 2hxy + hx - hy = 0.$$
Studiare l'iperbole equilatera del fascio determinando una forma ridotta, centro, assi, vertici e asintoti.