

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2019-20

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Informatica

Prova scritta di **Elementi di Analisi Matematica I** (corso M-Z) assegnata il giorno  
9 Settembre 2020.

**AVVERTENZE**

Tempo a disposizione: **90 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

**Esercizio 1.** Risolvere la disequazione

$$\frac{|x| - 2}{\sqrt{x+1}} \leq \sqrt{x-1}$$

nel campo dei numeri reali.

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-\sin x}}{\sin x},$$

determinarne gli estremi assoluti e gli eventuali estremi relativi relativamente all'intervallo  $]0, \pi[$ .

**Esercizio 3.** Calcolare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{2a_n^2 + 1}{4a_n} \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Sia  $\{a_n\}$  una successione di numeri reali tale che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n a_n = 1$$

Dire - spiegandone il perché - se la successione  $\{a_n\}$  è convergente oppure no.

**Esercizio 5.** Sia  $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione reale.

Si considerino le seguenti proposizioni

$$(1) \quad f(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$(2) \quad \sup_{\mathbb{R}} f(x) = 2$$

Dimostrare che  $(1) \Rightarrow (2)$  oppure mostrare che l'implicazione è falsa esibendo un controesempio.