Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática

Ciclo 2018 - II

Práctica calificada de Cálculo de Probabilidades
CM- 1H2

---

1. En cierta industria química, se sabe que el 5 % de todos los trabajadores están expuestos a un nivel de concentración diaria alta (H) de un potencial carcinógeno potencial (es decir, son miembros del Grupo H), que el 15 % de todos los trabajadores están expuestos a un nivel de concentración diario intermedio (I) (es decir, son miembros del Grupo I), que el 20 % de todos los trabajadores están expuestos a un nivel de concentración diario bajo (L) (es decir, son miembros del Grupo L) y que los restantes 60 % de todos los trabajadores no están expuestos (U) a este potencial carcinógeno (es decir, son miembros del Grupo U). Supongamos que cuatro trabajadores son elegidos al azar de una gran población de trabajadores de la industria química.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que los cuatro trabajadores elegidos al azar sean miembros del mismo grupo?. (2 pto.)

   b) Dado que los cuatro trabajadores elegidos al azar están expuestos a niveles no nulos de este carcinógeno potencial, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente dos de estos cuatro trabajadores sean miembros del Grupo H?. (2 pto.)

   c) Supongamos que C es el evento que un trabajador en esta industria química desarrolla cáncer. Sea $\pi_H = \mathbb{P}(C|H) = 0{,}002$, la probabilidad condicional de que un trabajador del Grupo H desarrolle cáncer. De manera similar, sea $\pi_I = \mathbb{P}(C|I) = 0{,}001$, $\pi_L = \mathbb{P}(C|L) = 0{,}0001$, y $\pi_U = \mathbb{P}(C|U) = 0{,}00001$. Si un trabajador en esta industria química desarrolla cáncer, ¿cuál es la probabilidad de que este trabajador sea miembro del Grupo H o del Grupo I?. (2 pto.)

2. Un experimento aleatorio en la realización consecutiva de pruebas independientes, donde el resultado de cada prueba es un éxito (E) con probabilidad p, o un no éxito (E^c) con probabilidad $1-p$.

   - Calcula la probabilidad de que ocurra al menos un éxito en n pruebas $(n \geq 1)$. (1 pto.)
   - Si $p = 0{,}99$, ¿cuántas pruebas deberían realizarse para tener al menos un éxito con probabilidade 0,9999? y ¿cuál es la probabilidad de que el primer éxito en la k-ésima prueba $(k \geq 1)$? (1 pto.)
   - ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra k éxitos en n pruebas $(k \leq n)$?. (1 pto.)
   - ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran k éxitos en n pruebas, de manera que ocurra el k-ésimo éxito en la n-ésima prueba $(k \leq n)$? (1 pto.)

3. Considera dos urnas (llamadas Urna 1 y Urna 2). La Urna 1 contiene 2 bolas blancas y 1 bola negra; la Urna 2 contiene 1 bola blanca y 2 bolas negras. Supongamos que una bola se extrae al azar de la Urna 1 y se coloca en la Urna 2; luego, las bolas se seleccionan una a la vez sin reemplazo desde la Urna 2 hasta que se obtenga una bola blanca. Sea Y que indica el número de bolas seleccionadas desde la Urna 2 hasta que se obtenga una bola blanca (por ejemplo, si la primera bola seleccionada de la Urna 2 es negra y la segunda es blanca, entonces Y = 2). Proporciona una fórmula, no una tabla, para la distribución de probabilidad $p_Y(y)$ de la variable aleatoria Y, y luego usa esta fórmula para encontrar el valor numérico para $\mathbb{E}(Y)$. (4 ptos.)

4. A binary digit or bit is a zero or one. A computer assembly language can generate independent random bits. Let X be the number of independent random bits to be generated until both 0 and 1 are obtained. Find the probability mass function of X. (2 ptos.)

5. Dada la variable aleatoria discreta X tal que

$$f(x) = \mathbb{P}(X = x) = \frac{c3^x}{x!}, \qquad x = 0, 1, 2, 3 \cdots$$

   es la función de masa de probabilidad de X.

   - Encuentra el valor de la constante c. (1 pto.)
   - Encuentra la función de distribución acumulada de X. (2 ptos.)
   - Calcula $\mathbb{P}(X \geq 3)$. (1 pto.)