

Lista de ejercicios

1. Sea X una variable aleatoria continua con función densidad f_X y el conjunto de valores posibles A . Para la función invertible $h : A \rightarrow \mathbb{R}$, sea $Y = h(X)$ una variable aleatoria con el conjunto de valores posibles $B = h(A) = \{h(a) : a \in A\}$. Supongamos que la inversa de $y = h(x)$ es la función $x = h^{-1}(y)$, que es diferenciable para todos los valores de $y \in B$. Entonces, demuestra que, f_Y es la función densidad de Y , es dada por:

$$f_Y(y) = f_X(h^{-1}(y)) |(h^{-1})'(y)|, \quad y \in B.$$

2. Sea X una variable aleatoria con función densidad.

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en otros casos.} \end{cases}$$

Usando el método de las transformaciones, encuentra la función densidad de probabilidad de $Y = \sqrt{X}$.

3. Sea X una variable aleatoria continua con función densidad de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 4x^3 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{en otros casos.} \end{cases}$$

Usando el método de las transformaciones, encuentra la función densidad de probabilidad de $Y = 1 - 3X^2$.

4. La función de masa de probabilidad de valor entero, se define como

$$\begin{cases} 1/4, & x = -2 \\ 1/8, & x = -1 \\ 1/8, & x = 0, \\ 1/2, & x = 1, \\ 0, & \text{en otros casos.} \end{cases}$$

Calcula $p_{X|B}(x)$, donde B es el evento en que la variable aleatoria X toma valores impares.

5. Sea X una variable aleatoria continua con función densidad de probabilidad dado por:

$$f_X(x) = \begin{cases} (1/2)e^{-x/2} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{en otros casos.} \end{cases}$$

Sea B el evento $X < 1$, calcula $f_{X|X < 1}(x)$.

6. Sea X una variable aleatoria continua, cuya función de probabilidad es dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \alpha(1+x)^{-3} & x \geq 0 \\ 0 & \text{en otros casos.} \end{cases}$$

Encuentra la densidad condicional $f_{X|0.25 \leq X \leq 0.5}(x)$. Verifica que tu respuesta es correcta, integrando $f_{X|0.25 \leq X \leq 0.5}(x)$ con respecto a x entre los límites 0.25 y 0.5 y mostrando que el valor resultante es 1.