Curso: Cálculo de probabilidades CM-1H2
Distribuciones discretas

Lista de ejercicios

---

1. Un agente de bienes raíces afirma que sólo el 30% de las casas en un determinado vecindario se valoran en menos de 200.000 soles. Una muestra aleatoria de 20 casas de esa vecindad es seleccionada y evaluada. Los resultados en (miles de soles) son los siguientes:

285	156	202	306	276	562	415
245	185	143	186	377	225	192
510	222	264	198	168	363	

   Basándose en estos datos, ¿es aceptable la afirmación del agente inmobiliario?.

2. Si en el lanzamiento de un dado, el evento de obtener 4 o 6 se llama éxito y el evento de obtener $1,2,3$, o 5 se llama fracaso, entonces:

$$X = \begin{cases} 1 & \text{si } 4,6 \text{ es obtenido} \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}$$

   es una variable de Bernoulli con paramétro $p = 1/3$. Calcula la función de masa de probabilidad de X.

3. Sea X una variable binomial con paramétros n y p. Entonces $p_X(x)$, la función de masa de probabilidad de X es:

$$p_X(x) = \mathbb{P}(X = x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & \text{si } x = 0,1,2,\ldots,n \\ 0 & \text{en otros casos.} \end{cases}$$

4. Supongamos que, en una muestra aleatoria particular de n personas, k están contra el aborto. Demuestra que $\mathbb{P}(X = k)$ es el máximo para $\hat{p} = k/n$. Es decir, $\hat{p}$ es el valor de p que hace que el resultado $X = k$ más probable.

5. En el conjunto $\{x : 0 \leq x \leq 1\}$, 100 números son seleccionados aleatoriamente y redondeada a tres lugares decimales. ¿ Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos es 0.345?.

6. Sea un juego en el que un jugador apuesta a cualquier número del 1 al 6. Entonces tres dados son lanzados. Si uno, dos o los tres coinciden con el número que el jugador a escogido , entonces el o ella recibe una, dos o tres veces la apuesta original más su apuesta original, respectivamente.

   De lo contrario, el jugador pierde su apuesta. Sea X la ganancia neta del jugador por unidad de participación. Halle la función de masa de probabilidad de X y luego determine la cantidad esperada (esperanza) de que el jugador perderá por unidad de participación.

7. Sea X una variable aleatoria Binomial de paramétros n y p. Prueba que:

$$\mathbb{E}(X^2) = \sum_{x=1}^{n} x^2 \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = n^2p^2 - np^2 + np.$$

8. Cada semana, el número promedio de llamadas erróneas recibidas por una tienda de pedidos por correo es de siete. ¿ Cuál es la probabilidad de que reciban (a) dos llamadas incorrectas mañana, (b) al menos una llamada equivocada mañana?.

9. Supongamos que, en promedio, en cada tres páginas de un libro hay un error tipográfico. Si el número de errores tipográficos en una sola página del libro es una variable aleatoria de Poisson. ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos un error en una página específica del libro?.

10. Los niños de una pequeña ciudad tienen sus propios arcos y flechas. En un concurso reciente de tiro, el 4% de ellos fueron tiros que no golpearon el objetivo ni siquiera una vez en 100 disparos. Si el número de veces que un niño seleccionado al azar ha alcanzado el objetivo es aproximadamente una variable aleatoria de Poisson, determina el porcentaje de niños que han alcanzado el objetivo al menos dos veces.

11. Supongamos que X es una variable de Poisson con $\mathbb{P}(X = 1) = \mathbb{P}(X = 3)$. Encuentra $\mathbb{P}(X = 5)$.

12. Supongamos que en una noche de verano, las estrellas fugaces se observan a una tasa de Poisson, una cada 12 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que se observen tres estrellas fugaces en 30 minutos?.

13. Supongamos que en Japón los terremotos ocurren a una tasa de Poisson de tres por semana. ¿ Cuál es la probabilidad de que el siguiente terremoto ocurra después de dos semanas?.

14. Felipe y Ana juegan una serie de juegos de backgammon hasta que uno de ellos gana cinco juegos. Supongamos que los juegos son independientes y la probabilidad de que Felipe gane un juego es 0.58.

    (a) Encuentra la probabilidad de que la serie termine en siete juegos.

    (b) Si la serie termina en siete juegos, ¿cuál es la probabilidad de que Felipe gane?.

15. En una comunidad de $a + b$ votantes potenciales, a están a favor del aborto y $b(b < a)$ están en contra. Supongamos que se hace una votación para determinar la voluntad de la mayoria con respecto a la legalización del aborto. Si $n(n < b)$ personas aleatorias de estas $a + b$ votantes potenciales no votan. ¿Cuál es la probabilidad de que aquellos que están en contra del aborto ganen?.

16. Supongamos que el 15% de la población de una ciudad son ancianos. Sea X el número de ciudadanos, no ancianos que entran en un centro comercial antes de que llegue el décimo anciano. Encuentra la función de masa de probabilidad de X. Suponga que cada cliente que entra en el centro comercial es una persona aleatoria de toda la población.

17. Sea X una variable aleatoria con paramétro p y sean n y m enteros no negativos.

    (a) ¿ Para qué valores de n, $\mathbb{P}(X = n)$ es máximo?.

    (b) ¿Cual es la probabilidad de que X es par?.

    (c) Muestra la siguiente propiedad para la distribución geométrica:

$$\mathbb{P}(X > n + m | X > m) = \mathbb{P}(X > n).$$

18. La experiencia pasada demuestra que el 30% de los clientes que ingresan a la tienda ZETA hará una compra. De los clientes que realizan una compra, el 85% utiliza tarjetas de crédito. Sea X el número de los siguientes seis clientes que entran en la tienda, realizan una compra y usan una tarjeta de crédito. Encuentra la función de masa de probabilidad, el valor esperado y la varianza de X.