



Práctica calificada de Cálculo de Probabilidades CM- 1H2

1. Sea X una variable aleatoria con distribución binomial $\text{Binomial}(n, p)$. Si fijamos $\lambda = np$ (constante) para luego hacer $n \rightarrow \infty$ y $p \rightarrow 0$, comprueba entonces que la distribución binomial se aproxima a la distribución de Poisson con parámetro λ . (4 pts.)
2. Decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. En caso de que sean verdaderas demostrarlo y en caso de que sean falsas dar un contraejemplo.

a) Para cualquier variable aleatoria X se verifica que $\forall a, b \in \mathbb{R}$ se tiene que

$$\mathbb{P}(a < X \leq b) = \mathbb{P}(a < X < b) = \mathbb{P}(a \leq X \leq b) = \mathbb{P}(a \leq X < b). \quad (1 \text{pto.})$$

b) Si X es una variable aleatoria discreta o continua entonces se verifica, si $a < b < c$, que $\mathbb{P}(a \leq X \leq c) = \mathbb{P}(a \leq X \leq b) + \mathbb{P}(b \leq X \leq c)$. (1 pto.)

c) Las condiciones sobre $f(x)$ en el caso de las variables aleatorias discretas de que se cumple $0 \leq f(x) \leq 1$ y que $\sum_x f(x) = 1$ se traduce en el caso de las variables aleatorias continuas de que $f(x)$ cumple que $0 \leq f(x) \leq 1$ y que $\int_x f(x) dx = 1$. (1 pto.)

d) Sea X una variable aleatoria con función de densidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}$$

entonces su función de distribución viene dada por

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{4} & \text{si } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases} \quad (1 \text{pto.})$$

3. Suppose that an aircraft engine will fail in flight with probability $1 - p$ independently of the plane's other engines. Also suppose that a plane can complete the journey successfully if at least half of its engines do not fail.
 - a) Is it true that a four-engine plane is always preferable to a two-engine plane? Explain. (2 pts.)
 - b) Is it true that a five-engine plane is always preferable to a three-engine plane? Explain. (2 pts.)
4. Supongamos que n pasas se mezclan completamente en una masa para galletas. Si elaboramos k galletas de pasas de uva de igual tamaño a partir de esta mezcla, ¿cuál es la probabilidad de que una galleta dada contenga al menos una pasa? (4 pts.)
5. Let f be the probability density function of a random variable X . In terms of f , calculate the probability density function of X^2 . (4 pts.)