

Fondamenti di Programmazione 2

2 Dicembre 2022

Esercizio 1

Scrivere un programma che presi in input un intero $n > 0$, un intero k ($0 < k < n$), e una sequenza di interi x_1, \dots, x_n determini una sottosequenza di esattamente k elementi con somma massima.

In particolare, il programma dovrà stampare la somma della sottosequenza, gli elementi che ne fanno parte e gli indici in cui gli elementi appaiono nella sequenza in input.

Esempio Consideriamo la sequenza $9, 13, -50, 3, 2, 9$ e $k = 3$. In questo caso, la sottosequenza ottima è costituita dagli elementi $9, 13, 9$ che compaiono rispettivamente agli indici $0, 1, 5$ e hanno come somma 31 .

Esercizio 2

Scrivere un programma che letto un array A di n elementi da input, calcoli gli indici $0 \leq i \leq j < n$ tali che la somma $S[i : j] = \sum_{k=i}^{k=j} A[k]$ risulti massima.

Esempio Consideriamo l'array $9, 13, -5, 3, 2, 9$. In questo caso, gli indici ottimi sono $i = 0, j = 1$ in quanto $S[0 : 1] = A[0] + A[1] = 9 + 13 = 22$.

Consideriamo l'array $9, 60, -50, 60, -5, -10$. In questo caso, gli indici ottimi sono $i = 0, j = 3$, in quanto $S[0 : 3] = A[0] + A[1] + A[2] + A[3] = 9 + 60 - 50 + 60 = 79$.

Esercizio 3

Un grafo si dice k -colorabile se è possibile associare ad ogni nodo un colore $c \in \{c_1, \dots, c_k\}$ in modo tale che ogni arco del grafo abbia gli estremi colorati con colori diversi: non è possibile colorare gli archi u, v dello stesso colore se esiste un arco (u, v) nel grafo.

Scrivere un programma che preso in input un grafo non orientato restituisca una D -colorazione, dove D è il grado massimo nel grafo.

Questa colorazione esiste sempre per ogni grafo e può essere calcolata utilizzando una strategia greedy, da non confondere con il problema di colorare un grafo con esattamente k colori - indipendentemente dal grafo in input - più difficile computazionalmente.

Esercizio 4

Sia M una matrice di interi positivi di dimensione $n \times m$. Ad ogni percorso dalla cella di coordinate $(0, 0)$ alla cella di coordinate $(n - 1, m - 1)$ possiamo associare un costo, definito come la somma dei valori delle celle facenti parte del percorso. Siamo interessati a raggiungere la cella $(n - 1, m - 1)$ (in basso a destra) con il minor costo possibile, partendo da $(0, 0)$ (in alto a sinistra).

Scrivere un programma che presa in input una matrice di interi calcoli una soluzione ottima.

Esempio Consideriamo la matrice di dimensioni 4×3 :

```
10 30 90
50 30 90
10 90 90
10 10 10
```

Uno dei possibili percorsi per raggiungere $(3, 2)$ da $(0, 0)$ è $\rightarrow\downarrow\downarrow\downarrow$, che corrisponde al costo di $10 + 30 + 90 + 90 + 90 + 10 = 320$.

Il percorso ottimo è invece $\downarrow\downarrow\downarrow\rightarrow$, con un costo di $10 + 50 + 10 + 10 + 10 + 10 = 80$.

Esercizio 5

Consideriamo un array di n interi A . Da una generica posizione i , possiamo fare un *salto* ad una qualsiasi posizione $i + 1, \dots, i + A[i]$.

Scrivere una funzione che calcoli in quali posizioni è necessario saltare, partendo dalla posizione 0, per raggiungere la posizione $n - 1$ con il minor numero di salti.

Esempio Consideriamo l'array $3, 1, 1, 2, 0, 0$. Partendo dalla posizione 0, possiamo saltare in posizione 1, 2, 3, poiché $A[0] = 3$:

Per raggiungere l'ultima cella dell'array, possiamo effettuare il salto $0 \rightarrow 3$ e $3 \rightarrow 5$, raggiungendo la destinazione in 2 salti. Un'alternativa, non ottima, è effettuare i salti $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5$.

Soluzione ottima:

```
[3]  1  1  2  0  0
3    1  1  [2] 0  0
3    1  1  2  0  [0]
```

```

Un'altra soluzione,
non ottima:
[3]  1  1  2  0  0
  3  [1]  1  2  0  0
  3  1  [1]  2  0  0
  3  1  1  [2]  0  0
  3  1  1  2  0  [0]

```

Esercizio 6

Scrivere una funzione che restituisca una sottosequenza *palindroma* di lunghezza massima di una stringa in input. Una stringa si dice palindroma se è uguale alla propria inversa, ad esempio la stringa OTTO.

Esempio Consideriamo la stringa SCACCIAPENSIERI. CCC è una sottosequenza palindroma, CAPRI è una sottosequenza non palindroma. SACCAS, IENEI sono esempi di sottosequenze palindrome, in questo caso di lunghezza massima.