
RAPPORT DE STAGE L3

Etude de l'apparence de matériaux à couches minces imparfaites

ENCADRÉ PAR :

ROMAIN PACANOWSKI

PASCAL BARLA

STAGE EFFECTUÉ A L'INRIA SUD-OUEST
31/05/2021 AU 09/07/2021

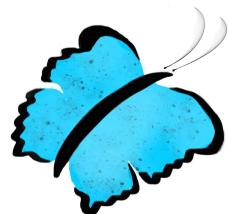


Table des matières

1	Introduction	2
1.1	Cadre de travail	2
1.2	Moteur de rendu spectral	2
1.3	Étude des couches minces	6
1.4	Objectif	9
2	Recherche de résultats	10
2.1	Programme	10
2.2	Mise en forme des résultats	14
2.3	Analyse des résultats	14
3	Comparaison qualitative avec la nature	18
3.1	Travaux futurs	19
4	Conclusion	19
5	Annexe	20

1 Introduction

1.1 Cadre de travail

Remerciements Je tiens tout d'abord à remercier Romain PACANOWSKI (maître de stage) ainsi que Pascal BARLA (chef de l'équipe INRIA Manao) qui m'ont encadré durant ce stage. Leurs conseils et encouragements m'ont été d'une aide précieuse. Je remercie aussi tous les membres de l'équipe Manao qui m'ont guidé au long de ces six semaines, ils m'ont donné un aperçu de ce qu'est le monde de la recherche.

Condition de stage Je tiens de plus à préciser que malgré les conditions sanitaires, j'ai pu être présent 3 jours par semaine au laboratoire et y voir chaque jour un tiers de l'équipe de recherche. J'ai eu la chance d'avoir chaque mardi après-midi une réunion avec Romain et Pascal pour discuter de l'avancer de mon stage. J'ai aussi profité de la grande disponibilité de toute l'équipe tout au long de la semaine pour ne pas rester bloqué dans mon stage.

1.2 Moteur de rendu spectral

L'équipe Manao, qui m'a accueilli, travaille principalement dans l'étude de l'apparence des matériaux. Dans ce but, ils ont développé un moteur de rendu spectral malia[5]. L'objectif de malia est de pouvoir visualiser une scène 3D (trois dimensions spatiales). Ce qui le différencie des autres moteurs de rendu 3D est sa capacité à générer une image spectrale de la scène rendue et son optimisation GPU (carte graphique) qui le rend particulièrement rapide.

Image spectrale Une image spectrale est un format d'image qui ne se contente pas de stocker trois couleurs (rouge, vert et bleu), mais tout un spectre de couleur. Ainsi pour chaque pixel l'image contient une courbe représentant l'apparence spectrale du pixel en question. Ci-dessous, un exemple d'image spectrale ouverte avec `spectralViewer`[1] (un logiciel développé par Manao pour pouvoir lire les images spectrales)

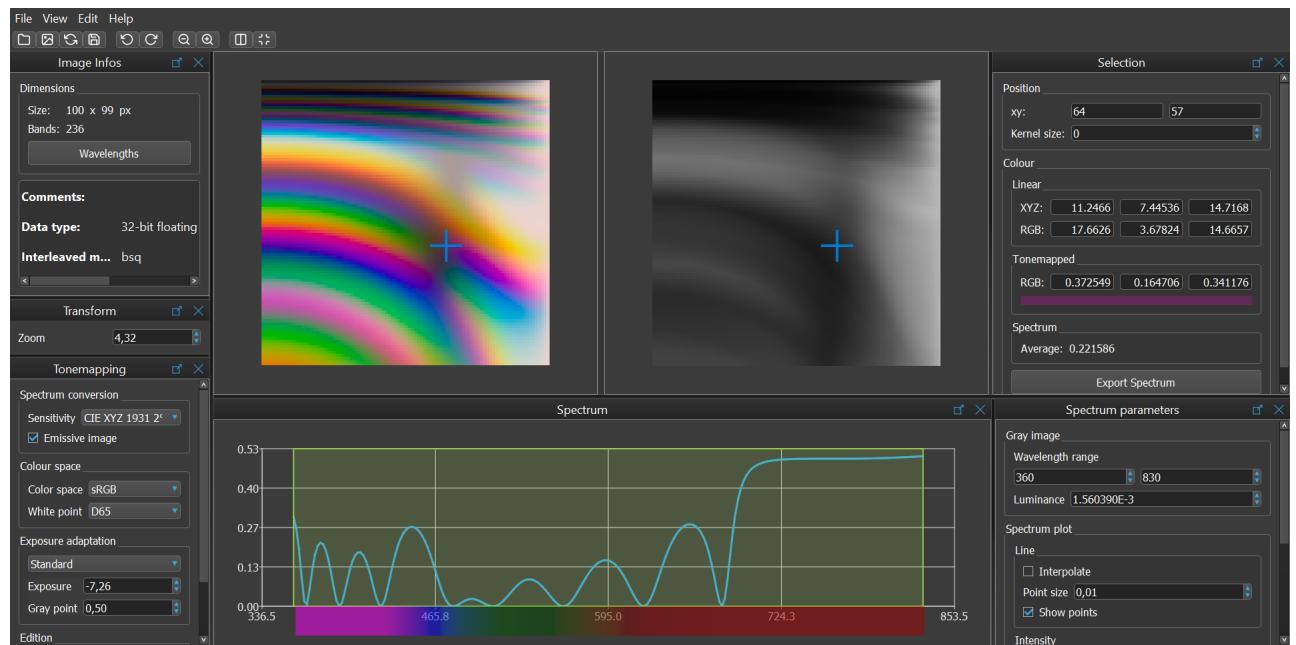


FIGURE 1 – Interface de SpectralViewer (logiciel développé à l'INRIA pour visualisé des images spectrales)

Passage d'une image spectrale à une image RGB Une image spectrale n'est pas visualisable sur un simple écran ne disposant que de trois couleurs par pixel. Il en va de même pour le monde qui nous entoure, chaque objet émet tout un spectre de longueur d'onde, mais notre œil n'est capable d'en distinguer uniquement trois, le rouge, le vert et le bleu. Pour visualiser fidèlement une image spectrale, il faut imiter l'œil humain afin de convertir un spectre lumineux en trois valeurs distinctes.

Si l'œil ne peut voir que trois couleurs, c'est parce qu'il ne possède que trois capteurs (3 types de cellules différentes) différents sensible à certaines plages de couleurs. Ces capteurs s'excitent plus ou moins en fonction de la longueur d'onde de la lumière qu'ils reçoivent. Ainsi en connaissant la courbe de réponse en fonction de la longueur d'onde de chaque capteur, il est possible de convertir un spectre en un taux d'excitation correspondant à une couleur transmise au cerveau humain.

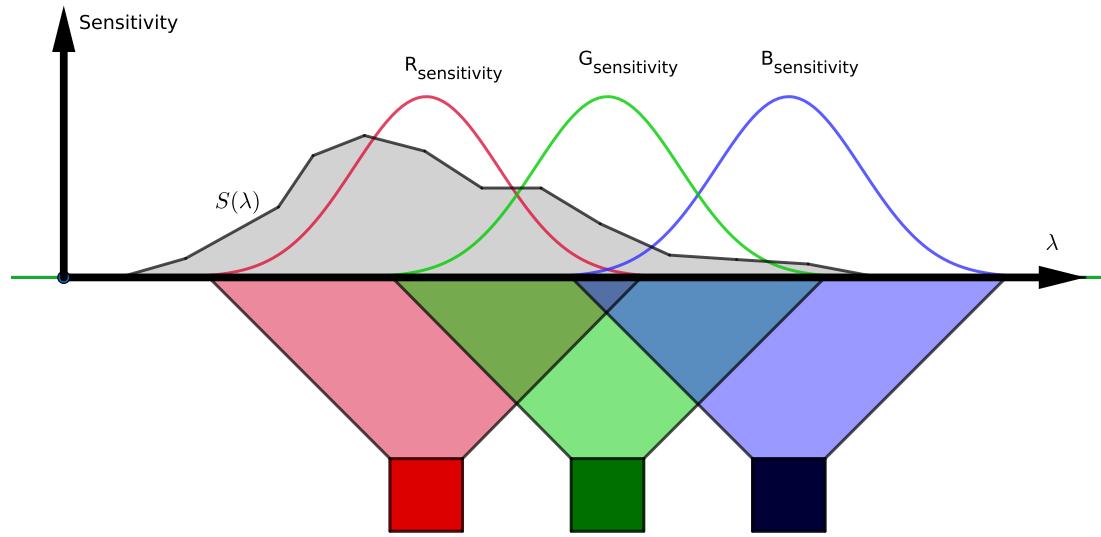


FIGURE 2 – Conversion spectre vers RGB. la courbe grise coresspond au spectre transmis par les photons. Les trois courbes colorées représentent les fonctions de sensibilité des trois capteurs. Il ne reste plus qu'à intégrer suivant l'une de ces 3 courbes de sensibilité pour en extraire l'une des trois composantes rouge, vert ou bleu.

Algorithm de tracé de rayon Pour visualiser une scène 3D sur un écran (2D), on utilise un algorithme de tracé de rayon. Dans les grandes lignes, cet algorithme lance un rayon à travers chaque pixel d'une caméra virtuelle pour simuler le chemin inverse des photons arrivant à la caméra virtuelle. Ce chemin permet ensuite de déterminer la couleur de la lumière et donc la couleur du pixel.

Naturellement, la réalité est bien différente. En chaque point de l'espace il y a un nombre faramineux de photons qui interagissent, on ne peut pas simuler tout cela avec un unique rayon. Il est de plus inconcevable d'envoyer autant de rayons que de directions possibles... Il y a une infinité de directions (à chaque interaction avec un objet, un rayon peut rebondir dans toutes les directions).

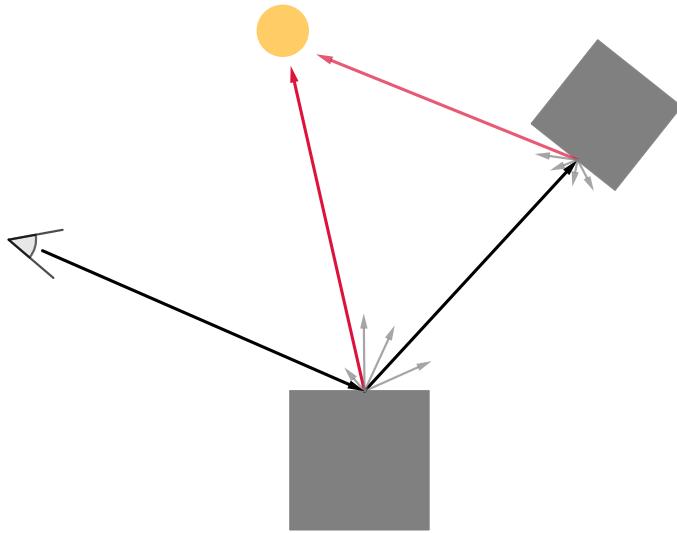


FIGURE 3 – Chemin d'un rayon dans une scène 3D (chemin inverse des photons)

Afin d'obtenir une approximation en un temps fini, on ne lance qu'un nombre restreint de rayons. Pour que l'approximation soit correcte, on focalise les rayons rebondis dans certaines directions particulières qui dépendent du matériau. Ces directions sont calculées à partir d'une BRDF (Bi-directional Reflectance Distribution Function) qui est une fonction représentant la distribution de la lumière directionnelle. Cette fonction peut ensuite être convertie en une PDF (probability distribution function) qui est une fonction renvoyant une direction de réflexion suivant une loi de probabilité pondérée par la BRDF :

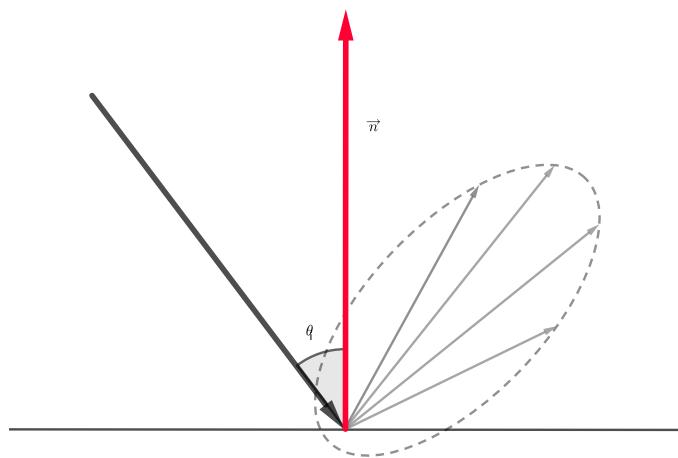


FIGURE 4 – BRDF. En rouge la normale à la surface, en noir le rayon incident et en gris la distribution de réflexion (BRDF)

Ainsi, avec une BRDF, on peut connaître la probabilité qu'un rayon réfléchi aille dans une direction donnée. Les algorithmes de lancé de rayon probabilistes (tel que ceux qu'implémente malia) choisissent alors une direction au hasard (en tenant compte de la probabilité donnée par la BRDF) et lance un rayon dans cette direction pour en évaluer le

spectre. Il répète cette opération un grand nombre de fois afin d'avoir une représentation fidèle de la lumière arrivant sur le matériau, permettant de calculer la lumière réfléchie par le matériau.

1.3 Étude des couches minces

Définition Une couche mince est un modèle représentant une fine pellicule (entre 1nm et 1 μ m) de matière. Puisqu'on ne s'intéresse qu'à la profondeur des couches minces, celles-ci sont représentées par un pavé. Ce pavé n'est caractérisé que par sa profondeur (il a une largeur et une longueur infini) et par son tenseur de permittivité (objet mathématique caractérisant la propagation de la lumière dans un milieu).

De part la fine épaisseur des couches, on observe des figures d'interférences lorsque la lumière se réfléchie.

assemblage de couches minces Après avoir modélisé une couche mince, il est possible d'empiler différentes couches pour former une pile. Cet empilement de couches donne alors lieu à des interférences entre les différents rayon réfléchis sur les différentes couches. Ces interférences impactent les ondes lumineuses qui sont réfléchies par la pile, la couleur perçue par l'œil humain est donc altérée. Naturellement ces interférences dépendent de la composition de la pile, de la longueur d'onde incidente et de l'angle d'incidence.

Différentes catégories de piles Par la suite, nous pourrons catégoriser les piles en fonction de leur structure physique :

Par la suite, je noterais n_{entry} l'indice de refraction du milieu devant la pile et n_{exit} l'indice de refraction du milieu derrière la pile.

Slab Une pile Slab est une simple couche mince, uniquement caractérisée par son épaisseur et son tenseur de permittivité

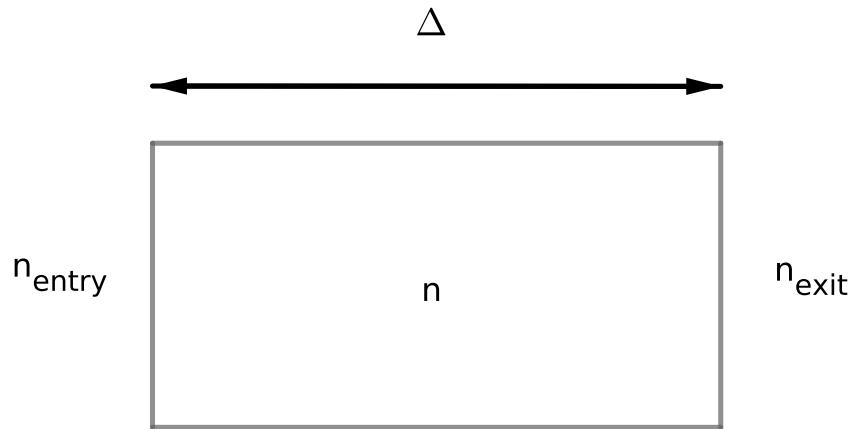


FIGURE 5 – Modèle Slab. Une couche mince d'épaisseur Δ et d'indice de refraction n

Bragg Une pile de Bragg est une répétition de N périodes. Une période est une paire de couches minces défini par un paramètre α et Δ . α représentant la proportion d'une couche dans la période et Δ représente l'épaisseur de la période.

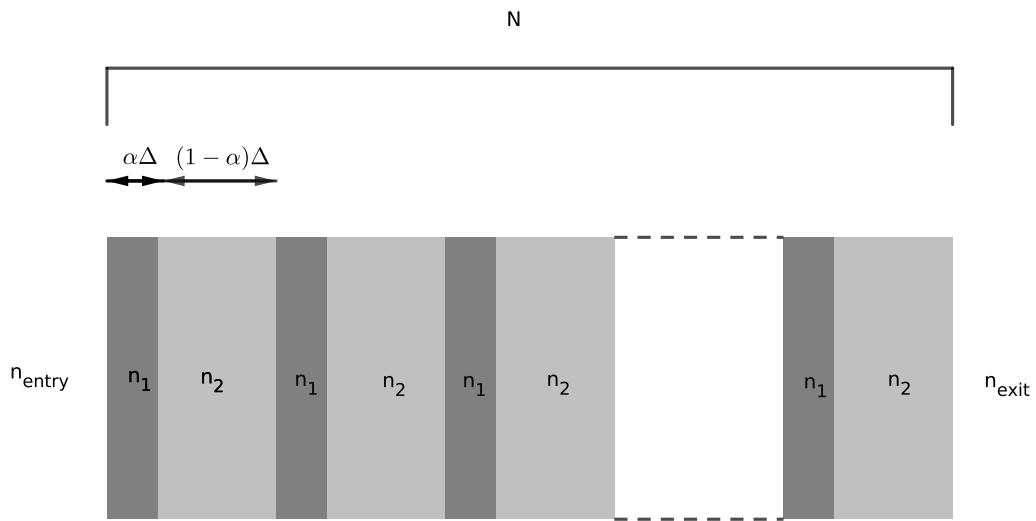


FIGURE 6 – Modèle Bragg. Une pile de couche mince d'épaisseur total $N \cdot \Delta$

Clustered Une pile Clustered est une concaténation de piles de Bragg ayant chacune un paramètre Δ différent.

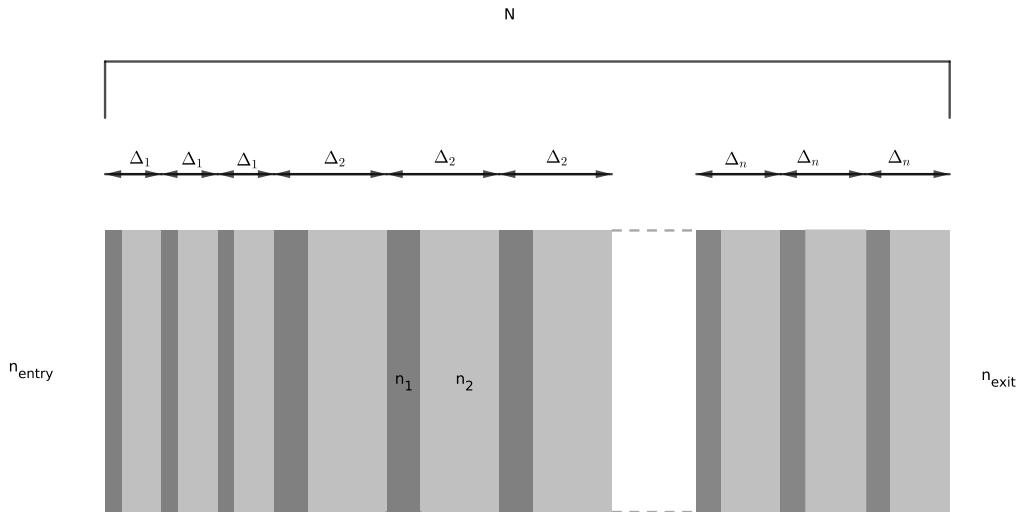


FIGURE 7 – Modèle Clustered

Chirped Une pile Chirped est une concaténation de périodes dont l'épaisseur change de manière continue.

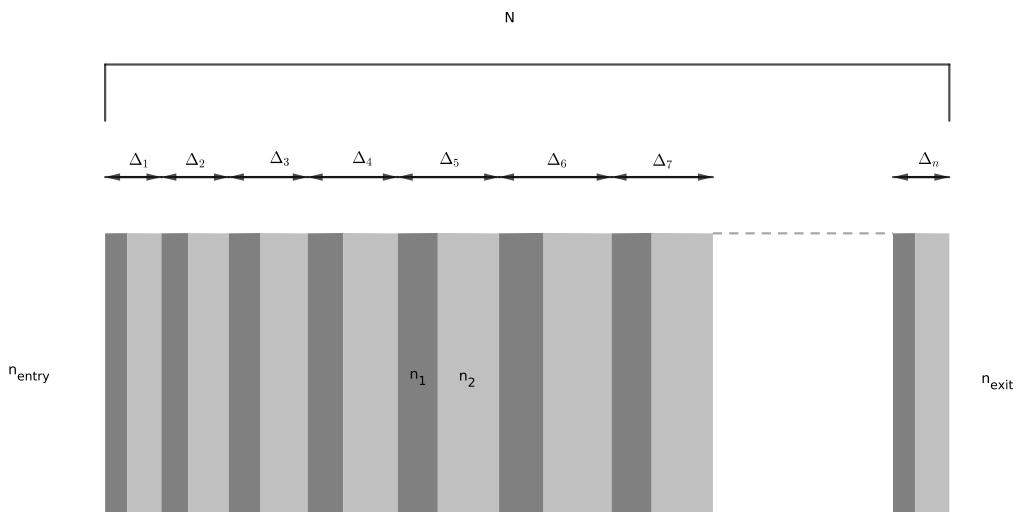


FIGURE 8 – Modèle Chirped

La différence entre une pile Chirped et Clustered est minime, je ne détaillerai pas d'avantage ces deux modèles puisque je n'ai pas eu le temps de les étudier en détail durant mon stage.

Pile de Bragg J'ai principalement étudié les piles de Bragg durant ce stage, c'est pourquoi je vais introduire ici de plus amples notations afin de pouvoir expliquer en détail le travail qui a été fait.

J'ai travaillé avec des piles isotropes, c'est-à-dire que chaque couche est formée d'un matériau anisotrope. En faisant cette hypothèse, pour un milieu d'indice de réfraction complexe $n = \eta + i\kappa$ (η est l'indice de refraction réel et κ est le coefficient d'absorption du milieu) avec, le tenseur de permittivité est :

$$\epsilon = \begin{pmatrix} n^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix}$$

Sous ces hypothèses, une pile de Bragg n'étant qu'une répétition d'une même période, elle n'est constituée que de deux milieux différents. On peut alors caractériser la pile avec les valeurs N (nombre de période), α (proportion du milieu 1), Δ (épaisseur d'une période), n_1 (indice de réfraction du milieu 1) et n_2 (indice de réfraction du milieu 2).

On peut de plus noter n_{entry} l'indice de réfraction du milieu dans lequel se propage l'onde lumineuse avant d'entrer dans la pile. On notera aussi n_{exit} l'indice de réfraction du milieu derrière la pile.

PyLlama Je remercie énormément Kévin Vynck et Mélanie Bay pour avoir créé la librairie PyLlama[2] qui s'occupe d'effectuer les calculs physiques des valeurs de réflexion des différentes couches minces que j'ai eu l'occasion d'étudier.

J'ai utilisé cette librairie comme une boîte noire, en y ajoutant ma surcouche (que je détaillerai à la section 2) en me contentant de calculer les valeurs de réflexions des couches minces pour certaines longueurs d'ondes et certains angles d'incidence donnés.

1.4 Objectif

Contexte Mon stage entre dans la continuité des recherches voulues par Pascal Barla et Romain PACANOWSKI. Il a commencé par étudier un modèle analytique décrivant l'apparence des piles de Bragg[4]. Toutefois, ce modèle a l'avantage d'être analytique, donc rapide et précis, mais il impose certaines contraintes :

- la pile doit impérativement être un modèle de Bragg
- on doit avoir $n_{entry} = n_{exit} = n_1$
- les indices de réfraction doivent être réels (pas d'absorption)

Mon objectif était alors d'établir un catalogue d'apparences pour différentes piles, afin que de futures recherches puissent faire le processus inverse : avoir une apparence et en déduire une pile de couches minces qui peut avoir cette apparence.

J'ai donc écrit un script créant les BRDF des piles étudiées. Dans le cas des couches minces, les BRDF forment un Dirac dans la direction spéculaire (direction miroir de la direction incidente par rapport à la normale, voir le schéma). Il est à noter que cette direction spéculaire est forcément dans le plan d'incidence.

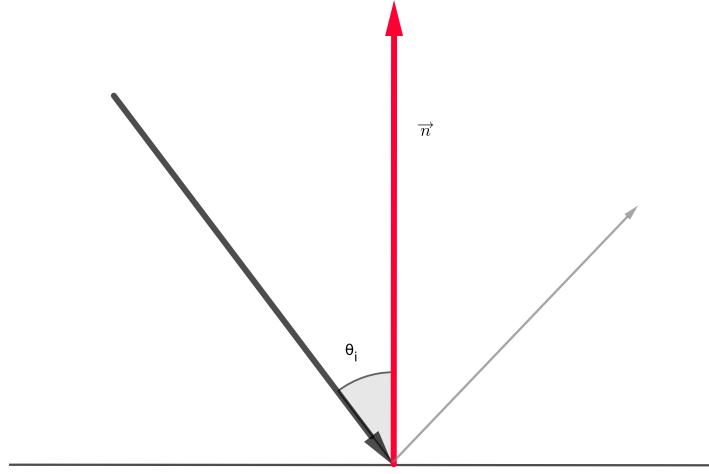


FIGURE 9 – BRDF Dirac. en rouge la normale à la surface, en noir le rayon incident et en gris le rayon réfléchi (BRDF)

2 Recherche de résultats

2.1 Programme

Maintenant que les bases théoriques sont posées, je vais pouvoir m'attarder sur le travail que j'ai effectué durant ces 6 semaines.

Mon script L'objectif de mon script est qu'il puisse facilement et rapidement créer la BRDF d'une pile afin de pouvoir étudier son apparence. Je n'ai malheureusement réussi qu'à obtenir la facilité d'utilisation. La librairie PyLlama n'étant pas compilée ou optimisée, elle ralentie considérablement mon programme.

Fonctionnement Il suffit alors de décrire une pile dans un fichier .json (exemple en annexe) pour que le script calcule la BRDF associée et l'exporte dans un fichier .alta (format de fichier utilisé par Malia pour charger des BRDF tabulés). Ce fichier de sortie est simplement un tableau à 2 dimensions donnant une valeur de réflexion en fonction d'une longueur d'onde et d'un angle d'incidence.

L'objectif étant de pouvoir étudier en détail les piles, il est aussi possible de créer des graphiques (qui mettent en valeur certains points qui seront étudiés plus loin). Il est donc possible d'exporter la BRDF sous la forme d'une image :

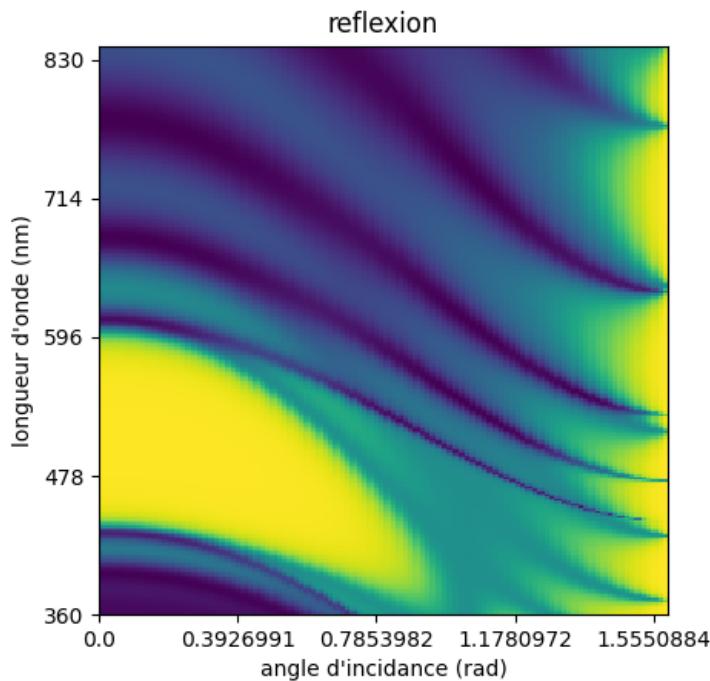


FIGURE 10 – Refléxion en fonction de la longueur d’onde (ordonnée) et de l’angle d’incidence (abscisse)

Il est aussi possible d’exporter une BTDF (Bi-directional Transmission Distribution Function) ainsi que la BRDF et BTDF de l’autre côté de la pile. Cela permettra dans le futur de pouvoir afficher des matériaux transparents. Cette fonctionnalité n’est pas encore implémentée.

Il est aussi possible de n’afficher le spectre de réflexion que pour certains angles d’incidence spécifiés.

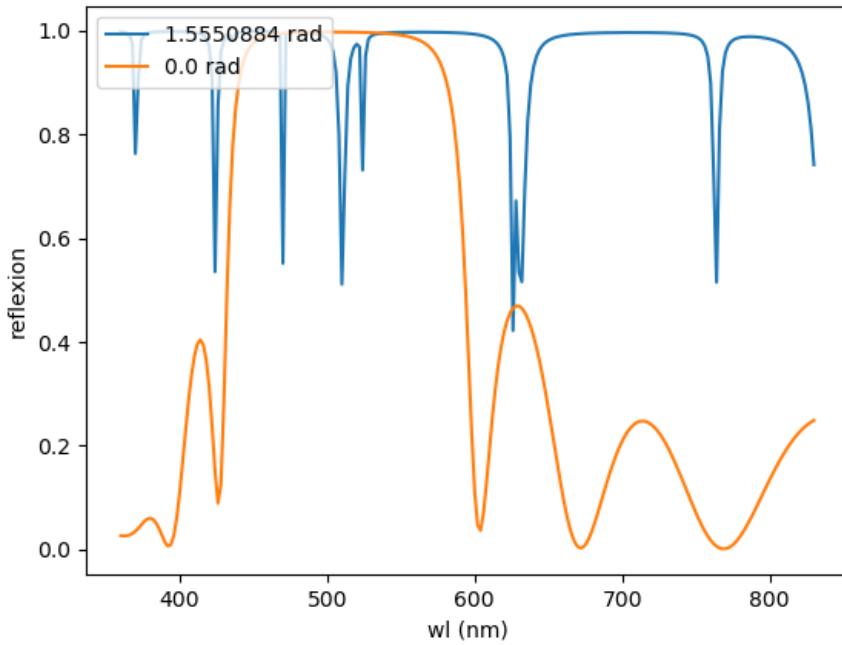


FIGURE 11 – réflexion en fonction de la longueur d’onde pour des angles d’incidences de 0 et $\frac{\pi}{2}$ rad

Afin de pouvoir étudier les variations d’apparences dues au bruit ou aux incertitudes de mesure, les modèles implémentés peuvent être perturbés aléatoirement. On peut alors faire des études statistiques sur les BRDF obtenues. En particulier, on en extrait la moyenne et la variance.

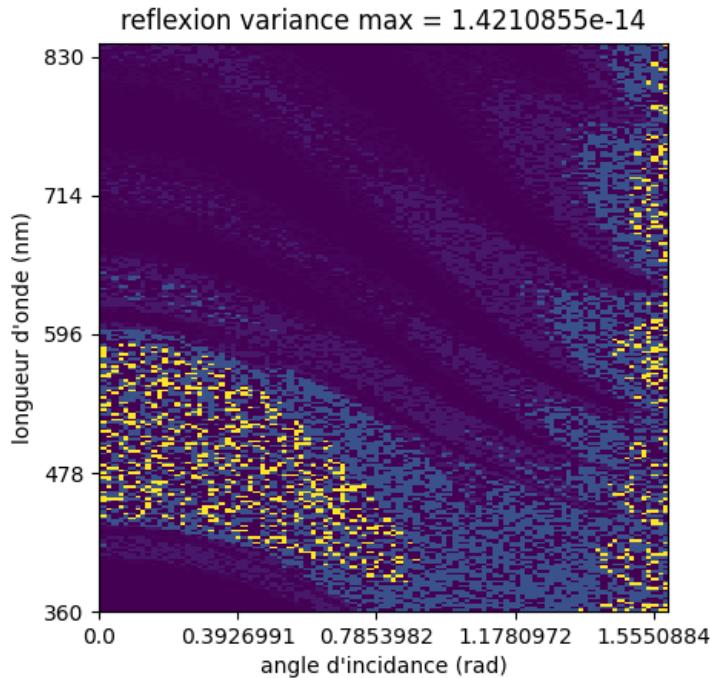


FIGURE 12 – Variance de la réflexion en fonction de la longueur d’onde (ordonnée) et de l’angle d’incidence (abscisse)

Famille de pile Afin de pouvoir étudier l’impact de la variation d’un paramètre particulier, il m’a été nécessaire de pouvoir comparer les différentes BRDF entre elles. J’ai donc dû ajouter une surcouche à mon programme me permettant de calculer les BRDF de toute une famille de pile et d’exporter toutes ces données sous forme d’une image spectrale. Le choix d’une image spectrale en sortie est une facilité de représentation. En effet, sur une image classique, nous ne disposons que de deux dimensions pour visualiser les données. Une image spectrale offre une troisième dimension (les longueurs d’ondes) ce qui permet de visualiser simultanément plusieurs jeux de données à deux dimensions.

De plus, les BRDF possédant déjà un axe gradué en longueur d’onde, il est naturel d’utiliser une image spectrale qui pourra alors afficher la couleur perçue par un œil humain.

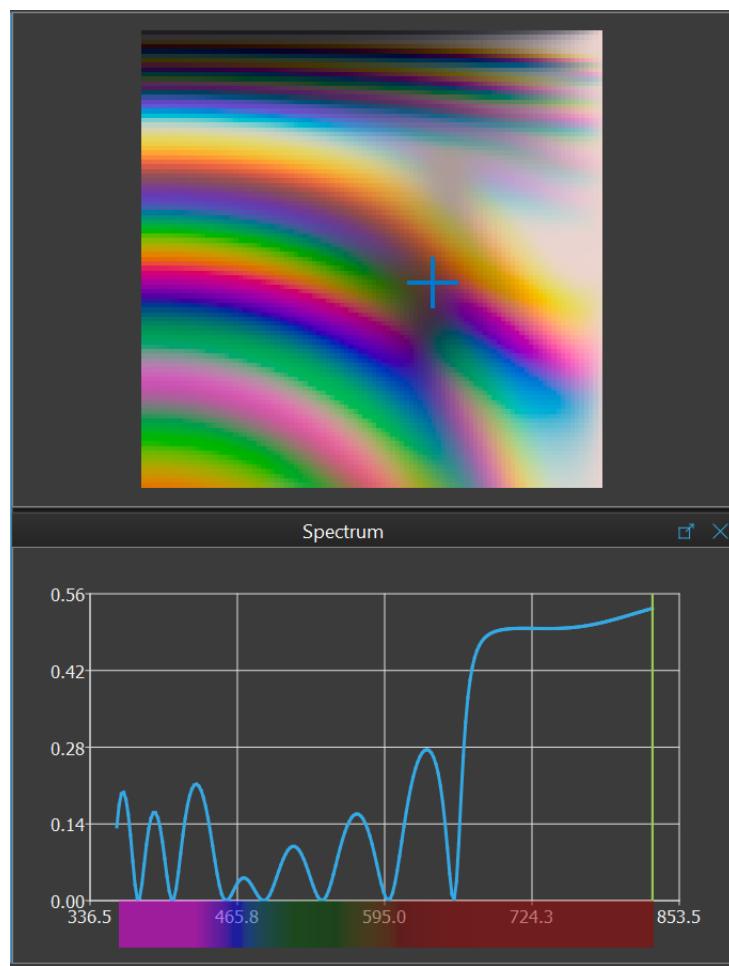


FIGURE 13 – Image spectrale représentant une famille de BRDF. L’image du haut est un graphique représentant le spectre lumineux d’une pile en fonction d’un paramètre de variation (ordonné) et de l’angle d’incidence (abscisse). Le spectre affiché en bas correspond au spectre du pixel pointé (croix bleue).

Naturellement, cette surcouche permet aussi d’exporter toutes les BRDF au format .alta pour pouvoir les visualiser dans malia.

Vérification du code Afin d'être sûr que mon code ne comporte pas de bug j'ai ré-implémenté le modèle analytique de Pochi Yeh[4] dans mon script. Cela me permet de comparer mes résultats (quand ils sont comparables). Il en résulte que sur toutes les comparaisons que j'ai effectué, mon erreur est toujours inférieur à 10^{-15} . J'en conclus que mon programme est correct (l'incertitude est plus faible que la précision des calculs flottants).

De plus j'ai pu comparer les modèles de Bragg vérifiant les contraintes données par le modèle analytique et les modèles de Slab en imposant $\alpha = 0$ (en effet, un modèle de Bragg dont l'une des couches est d'épaisseur nulle n'est rien d'autre qu'un modèle de Slab)

2.2 Mise en forme des résultats

Une fois toutes les données exportées, il faut pouvoir les analyser. Les images de BRDF sont relativement faciles à analyser, pour une longueur d'onde et angle d'incidence donné, on a une valeur de réflexion entre 0 et 1. Cette valeur impacte directement la lumière réfléchie par la pile.

Une fois que tous les résultats sont générés, je peux alors rassembler les BRDF entre elles pour observer les modifications d'un unique paramètre. En commençant par rassembler les images ne différant que par l'absorption de la pile.

Une fois toutes ces images de BRDF créées, j'ai pu les compiler en vidéo pour voir l'évolution de la BRDF en fonction de l'évolution d'un autre paramètre.

Les images spectrales sont un peu plus complexes (car elles contiennent une dimension supplémentaire). (Figures 14, 15, 16, 17, 19 et 20) Voici comment les lire :

- En abscisse : l'angle d'incidence (c'est le même avec que pour les BRDF)
- En ordonné : le paramètre de variation (pour une pile de Bragg on peut faire varier α , Δ ou N)
- Sur les longueurs d'ondes : les longueurs d'ondes

Ainsi, en choisissant une valeur du paramètre de variation et un angle d'incidence, le pixel associé sur l'image a la couleur que l'œil humain perçoit (en réalité ce pixel est associé à un spectre lumineux qui est converti en une couleur RGB comme vu dans la présentation des images spectrales).

2.3 Analyse des résultats

Simulation effectuée Après réunion avec mes encadrants, il a été décidé qu'on focaliserait nos efforts de recherche (et capacité de calcul) sur des piles de Bragg. Nous avons choisi des indices de réfraction $n_1 = 1.4$, $n_2 = 1.7$ et $n_1 = 1$, $n_2 = 1.7$ pour observer l'impact d'une structure ayant des indices de réfraction proche de ceux que l'on peut retrouver dans la nature (majoritairement sur les insectes et les oiseaux[3], mais aussi sur certaines fleurs).

Pour chacune de ces structures, nous avons étudié 6 valeurs d'absorption pour la deuxième couche : $0, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$ et 1.

L'absorption se traduit par une partie complexe dans les indices de réfraction (Je ne détaillerai pas les calcul physique responsable, ils n'ont pas été étudiés dans le cadre de mon stage)

Les variations des paramètres :

- $\alpha \in [0, 1]$
- $\Delta \in [10\text{nm}, 1000\text{nm}]$
- $N \in [1, 100]$

Variation de N On constate (Figures 14 et 15) que l'apparence de la pile ne varie que pour les faibles valeurs de N . Passé 5 répétitions, la pile a toujours la même apparence (on constate de plus que cette valeur critique diminue avec l'absorption). Cela se comprend en observant les différentes BRDF séparément. En effet, l'augmentation de N ne fait qu'augmenter la fréquence des oscillations de réflexion. Une fois que le spectre lumineux est intégré, ces oscillations disparaissent.

On observe aussi l'apparition de petits motifs (pour les grandes valeurs de N). Ce phénomène est appelé effet de Moiré. Il est simplement dû à une correlation entre la fréquence des oscillations de réflexion et les résolutions choisies pour faire les simulations.

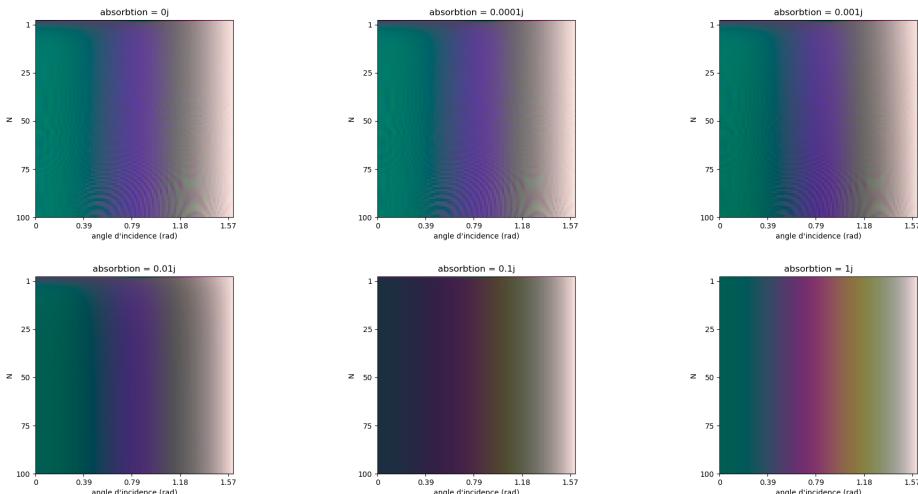
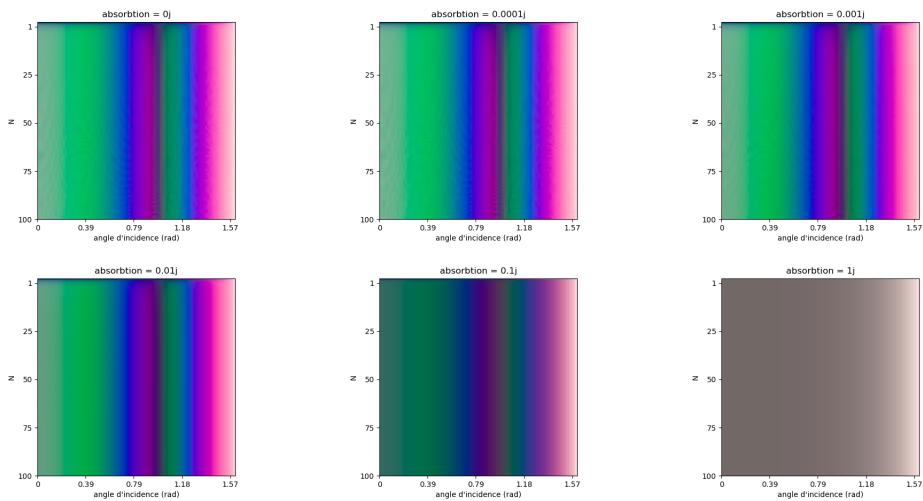
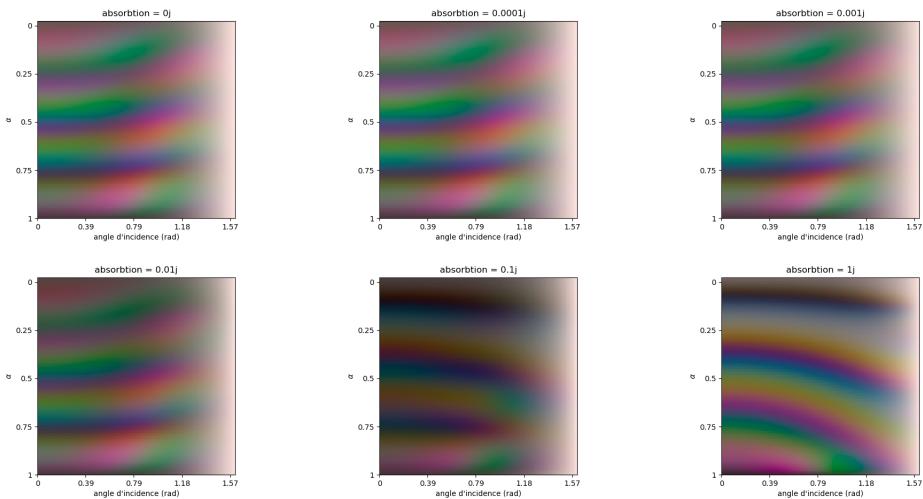


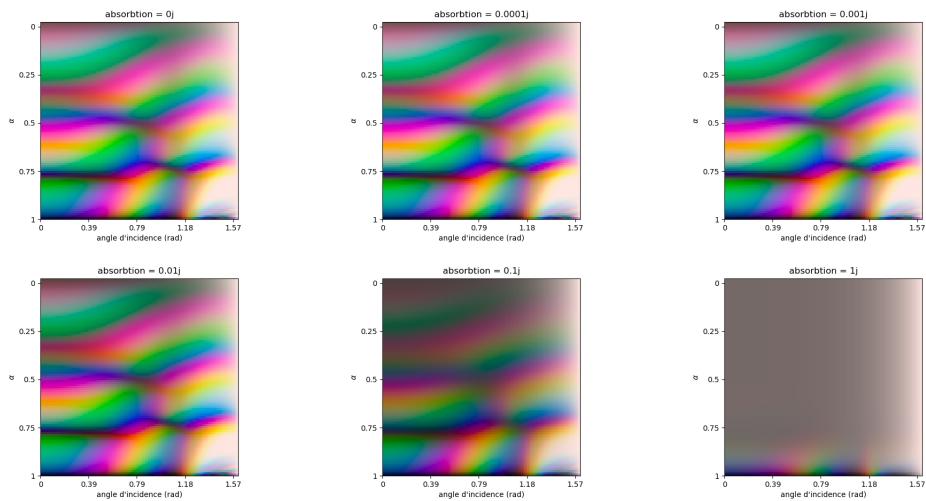
FIGURE 14 – Impact de la variation de N ($n_1 = 1.4$) (ordonnée)

FIGURE 15 – Impact de la variation de N ($n_1 = 1$) (ordonnée)

Variation de α (Figures 16 et 17) Cette fois, l'apparence de la pile change drastiquement avec l'évolution du paramètre α . Faisant apparaître et disparaître les couleurs en fonction de sa valeur. On constate que pour les valeurs extrêmes (0 et 1) il y a moins d'iridescence. Cela est dû au fait que l'une des couches de la pile a une épaisseur nulle. La pile n'est alors plus une pile de Bragg, mais une simple couche mince, sans interférence interne.

En observant les BRDF, on constate des zones de réflexion maximale (appelées *band gap*). Ces zones sont la principale explication de l'apparence de la pile (puisque elle renvoie la majorité de la lumière). L'évolution du paramètre α a tendance à ouvrir et refermer ces *band gap*, faisant apparaître et disparaître les couleurs observées.

FIGURE 16 – Impact de la variation de α ($n_1 = 1.4$) (ordonnée)

FIGURE 17 – Impact de la variation de α ($n_1 = 1$) (ordonnée)

Variation du paramètre Δ Finalement, en faisant varier l'épaisseur de la couche, on constate un simple glissement des *band gap*, impactant naturellement l'apparence de la pile, mais de manière plus prévisible (les couleurs vont glisser sur la surface)

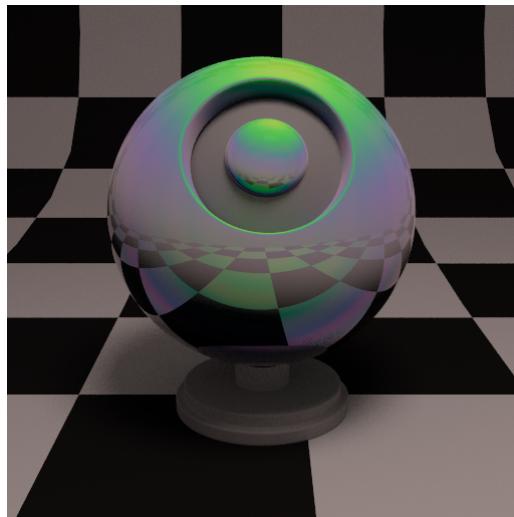


FIGURE 18 – Rendu avec malia d'une BRDF, montrant une iridescence d'un matériau

On constate aussi une augmentation de la courbure des couleurs sur l'image spectrale. Cela a pour effet de faire apparaître plus de couleurs en même temps, donc d'augmenter l'iridescence de la pile.

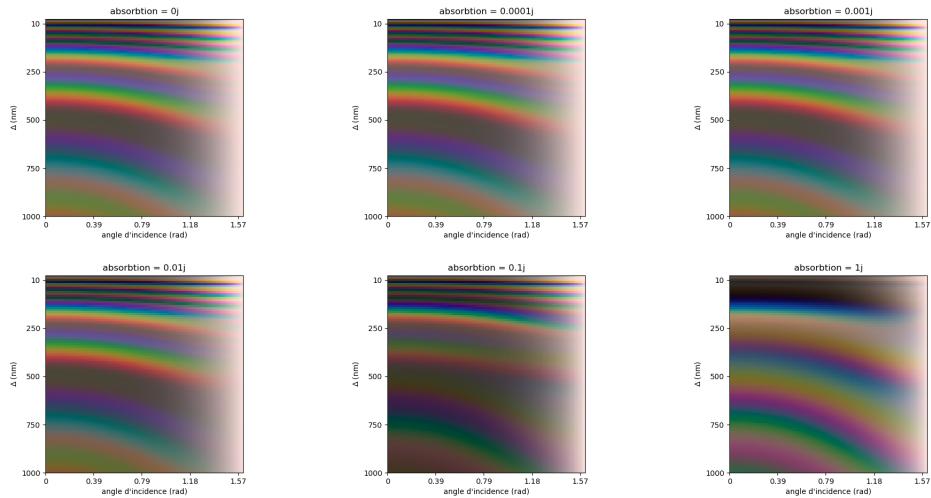


FIGURE 19 – Impact de la variation de Δ ($n_1 = 1.4$) (ordonnée)

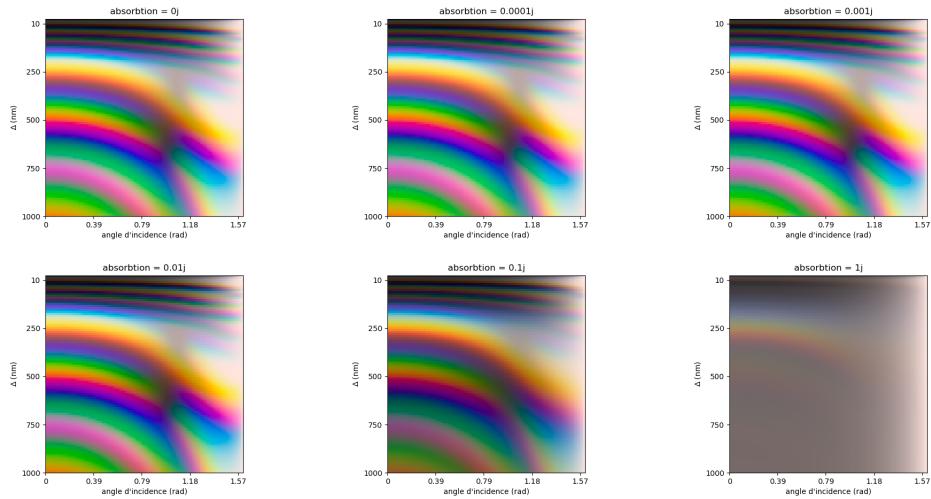


FIGURE 20 – Impact de la variation de Δ ($n_1 = 1$) (ordonnée)

3 Comparaison qualitative avec la nature

Suite aux recherches effectuées sur les couches minces, nous avons choisi de simuler une pile ayant les caractéristiques physiques de l'aile de Morpho (papillon bleu). Ces données ont été obtenues à l'aide de ce papier[3].

Nous avons manqué de temps pour analyser ce dernier résultat. On constate toutefois que la couleur bleue est bien due aux interférences créées par le modèle de couche mince. Cela n'est pas surprenant car d'un point de vue évolutif, les pigments bleus sont difficiles à produire (en comparaison au pigment rouge qui sont très communs). Cette difficulté de production a conduit les espèces à utiliser des artifices comme les couches minces pour pouvoir apparaître bleues sans utiliser de pigment.

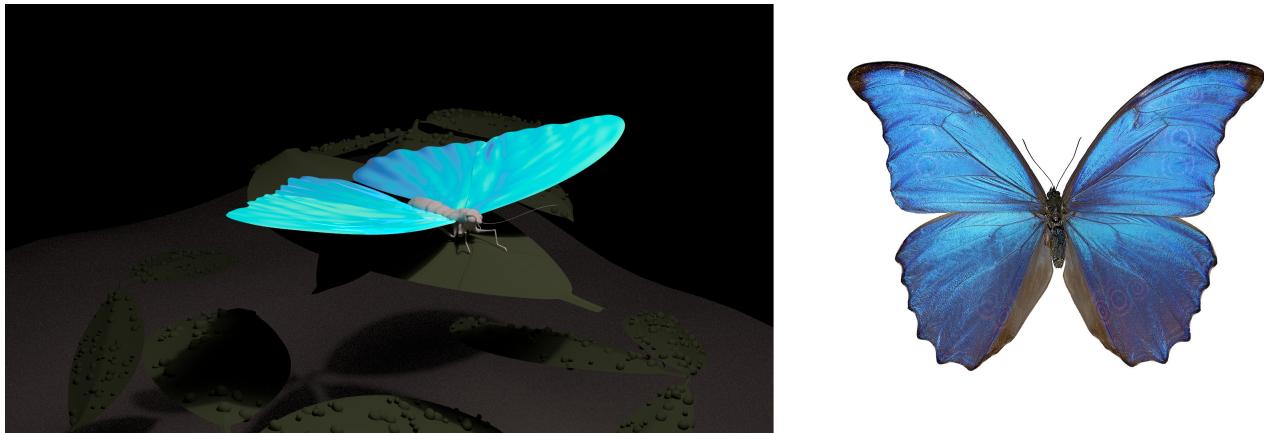


FIGURE 21 – comparaison entre un vrai papillon (à droite) et un papillon rendu à l'aide de malia (à gauche)

3.1 Travaux futurs

Malheureusement, ces simulations prennent du temps, nous voulions étudier l'impact du bruit sur nos modèles, mais cela demande de simuler plusieurs fois la même pile, découpant le temps de calcul. Nous n'avons donc pas fini d'étudier les piles de Bragg et n'avons pas non plus pu prendre le temps de nous pencher sur les autres modèles (particulièrement le modèle `Slab` dans lequel on peut faire varier l'indice de réfraction et la profondeur de la couche). De même, les couches anisotropes n'ont pas été étudiées, bien que le script le permette.

Nous voulions aussi comparer nos résultats à des couches minces que l'on trouve dans la nature. Nous n'avons pu étudier que l'apparence du Morpho. Nous souhaitions aussi étudier d'autres matériaux comme les perles qui ont des particularités anisotropes.

4 Conclusion

Mon travail a permis de dégrossir le champs de recherche pour que l'équipe puisse étudier d'avantage les couches minces. L'objectif restant de pouvoir créer des couches minces correspondant à une apparence donnée (le problème inverse). En explicitant l'impact des différents paramètres, il devient plus aisés de comprendre le rôle de chaque paramètre dans l'apparence finale.

Bien que je n'ai pas pu terminer complètement l'exploration des apparences que nous voulions étudier, j'ai tout de même créé un script facile d'utilisation qui pourra être repris par l'équipe pour terminer mon travail.

Le problème principal de mon programme est le temps d'exécution. L'utilisation de PyLlama ne me permet pas d'optimiser d'avantage mon code, toutefois certaines pistes sont envisageables :

- Compiler le script avec Cython afin d'obtenir facilement de meilleures performances
- Calculer en parallèle les valeurs de réflexion en fonction des longueurs d'ondes. (Ce qui permettrait d'accélérer le calcul de BRDF pour une pile).

5 Annexe

Contenu des fichiers json

Simple pile de Bragg : {"model": "BraggModel", "alpha": 0.72, "delta": 700, "N_per": 5, "eps_file_list": ["1", "1.7"], "output": "bragg"}

Pile de Bragg avec des variations aléatoires : {"model": "BraggModel", "random_thickness_list": [[-5, 5], [-5, 5]], "random_iор_list": [[-0.1, 0.1], [-0.1, 0.1]], "number_try": 10, "alpha": 0.72, "delta": 700, "N_per": 5, "eps_file_list": ["1", "1.7"], "output": "perturbed", "wavelength": "360:830:20", "theta_sample": 20}

Références

- [1] D. Arthur. Spectraviwer.
documentation : <https://mrf-devteam.gitlab.io/spectral-viewer/>
gitlab : <https://gitlab.inria.fr/adufay/SpectralViewer>.
- [2] K. V. et Mélanie Bay. Pyllama.
documentation : <https://pyllama.readthedocs.io/en/latest/>.
- [3] S. Kinoshita and S. Yoshioka. Structural colors in nature : the role of regularity and irregularity in the structure. *Chemphyschem : a European journal of chemical physics and physical chemistry*, 6 8 :1442–59, 2005.
- [4] R. Thompson. Optical waves in layered media, 1990.
- [5] I. équipe manao. malia.
documentation : <https://pacanows.gitlabpages.inria.fr/MRF/main.md.html>
gitlab : <https://gitlab.inria.fr/pacanows/MRF>.