DERIVATE PARZIALI

Traccia:

Funzioni in più variabili e a valori reali: Definizioni di derivata parziale, gradiente, derivata direzionale, teorema su relazione fra derivate parziali e direzionali, significato geometrico del gradiente, derivate di ordine superiore, Hessiano, lemma di Schwarz, formula di Taylor al II ordine, equazione del piano tangente al grafico di una funzione in un punto.

Funzioni a valori vettoriali: Definizioni di derivata parziale, Jacobiano. Composizione di funzioni e teorema sulle derivate parziali e la matrice jacobiana della funzione composta; teorema della matrice jacobiana della funzione inversa.

MASSIMI E MINIMI LOCALI

Traccia:

Definizione di massimo o minimo locale per una funzione in più variabili a valori scalari. Enunciato del teorema di Fermat e commenti sulla sua validità. Definizione e classificazione delle forme quadratiche. Condizioni necessarie o sufficienti per massimi o minimi locali per funzioni di classe $C^{(2)}$.

ESTREMANTI CONDIZIONATI

Traccia:

Definizione di Γ varietà regolare k-dimensionale di $\mathbb{R}^n$. Definizioni di spazio tangente e di spazio normale a Γ in un suo punto. Definizione di estremante condizionato di una funzione definita su Γ. Teorema di Fermat per estremanti condizionati e suo significato geometrico. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

VARIETA' IN FORMA IMPLICITA

Traccia:

Definizione di varietà regolare k-dimensionale di $\mathbb{R}^n$. Definizioni di spazio tangente e di spazio normale a Γ in un suo punto. Dimensioni dello spazio tangente e dello spazio normale a Γ in un punto.

Applicazioni (a scelta):

Enunciare uno dei teoremi del Dini, discutendone il significato e confrontando l'enunciato con la risoluzione di equazioni o sistemi di equazioni lineari.

Dare la definizione di estremante condizionato di una funzione definita su Γ, enunciare il teorema dei moltiplicatori di Lagrange e spiegarne il significato geometrico.

DEFINIZIONE DI MISURA DI PEANO-JORDAN E DI INTEGRALE MULTIPLO DI RIEMANN

Traccia:

Definizioni di intervallo e plurintervallo, misura di un plurintervallo e sue proprietà elementari. Misura interna ed esterna di un insieme limitato in $\mathbb{R}^n$. Misura di Peano-Jordan di un insieme limitato e sue proprietà elementari. Caratterizzazione degli insiemi limitati e misurabili secondo Peano-Jordan.

Definizione di integrale di Riemann di una funzione scalare non-negativa di n variabili ed estensione alle funzioni di segno qualunque. Proprietà elementari delle funzioni integrabili (linearità, additività).

TEOREMA DEL CAMBIAMENTO DI VARIABILE NELL'INTEGRALE MULTIPLO

Traccia:

Trasformazioni lineari da $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{R}^n$ (n=2,3) e significato geometrico del determinante. Teorema del cambiamento di variabile nell'integrale multiplo (con commenti): Esempi: passaggio a coordinate polari nel piano, passaggio a coordinate sferiche e a coordinate cilindriche in $\mathbb{R}^3$.

TEOREMI DI RIDUZIONE DEGLI INTEGRALI MULTIPLI

Traccia:

Definizione di $A \subset \mathbb{R}^2$ dominio normale rispetto a un asse e teorema di riduzione degli integrali doppi.

Definizione di solido di Cavalieri e teoremi di riduzione di Cavalieri.

Definizione di $A \subset \mathbb{R}^3$ dominio normale rispetto a un asse e teorema di riduzione di un integrale triplo in A. Utilizzare anche disegni per spiegare il tipo di domini considerati e per commentare il significato dei teoremi enunciati.

SERIE NUMERICHE

Traccia:

Definizione di serie numerica: convergente, divergente, oscillante. Criterio di Cauchy. Serie geometrica e armonica. Criteri di convergenza per serie a termini positivi: confronto, rapporto, radice, asisntotico, integrale. Serie armonica generalizzata. Criteri di convergenza per serie a termini non positivi: Leibnitz, Dirichlet, Abel.

SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI

Traccia:

Definizione di successione di funzione. Limite puntuale e limite uniforme. Convergenza uniforme e teoremi di passaggio al limite per continuità, derivabilità, integrazione. Serie di funzioni: definizione, limite puntuale e uniforme. Criterio di Weierstrass e teoremi di passaggio al limite sotto il segno di serie. Continuità, derivabilità, integrazione.

SERIE DI POTENZE E SVILUPPI DI TAYLOR

Traccia:

Definizione di serie di potenze e insieme di convergenza di una serie di potenze. Raggio di convergenza puntuale, assoluta, uniforme di una serie di potenze. Criteri per la determinazione del raggio di convergenza. Somma di una serie di potenze: derivabilità e serie di potenze associata. Sviluppo di Taylor di $f \in C^{\infty}(I, \mathbb{R})$, condizione sufficiente per la sviluppabilità. Sviluppi di Taylor delle principali funzioni.

SERIE DI FOURIER

Traccia:

Definizione di funzione periodica e periodo fondamentale di $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Ortogonalità delle funzioni trigonometriche di periodo T. Sviluppabilità in serie di Fourier di $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ periodica e di periodo fondamentale T e sommabile su $[0, T]$. Condizione sufficiente per la sviluppabilità in serie di Fourier. Convergenza puntuale ed uniforme della serie di Fourier. Sviluppabilità in serie di soli seni o soli coseni per $f: [a, b] \to \mathbb{R}$ e $C^{(1)}$ a tratti.