

3

Definizione classica di probabilità

Definizione frequentistica di probabilità

Spazio campione

Evento dello spazio campione

Unione / Intersezione di eventi; Eventi disgiunti; Evento complementare

Assiomi di Kolmogorov (1.1) x 4

3.1 Eventi equiprobabili

Probabilità di un evento; Probabilità di $A \subset \Omega$

3.2 Problemi di estrazione

3.3 Probabilità condizionata

Definizione di probabilità condizionata

2 Eventi indipendenti

3.4

Partizione di uno spazio campione

Formula delle probabilità totali

Teorema di Bayes

3.5 Probabilità ricorsiva

Teorema 2.5.1

3 Eventi indipendenti

Problema della rovina del giocatore

3.6

Definizione di variabile casuale (o aleatoria)

Variabile casuale discreta \rightarrow Funzione di massa di probabilità x 3

Funzione di densità di probabilità

Funzione di distribuzione (o ripartizione) di probabilità x 5

Variabile casuale continua (non discreta)

3.7 Coppia di variabili casuali

Coppie di v.c. discrete \rightarrow Funz. di massa di probabilità congiunta x 2

Funz. marginali di massa di probabilità

Funz. di distribuzione di probabilità congiunta x 5

Coppie di v.c. continue \rightarrow Funz. di densità di probabilità congiunta

Funz. di distribuzione di probabilità congiunta x 5

Funz. marginali di distribuzione di probabilità

Funz. marginali di densità di probabilità

Coppia di v.c. indipendenti

- = dimostrazione
- = proprietà

3.8.

Valore medio (o valore atteso o speranza matematica)

$E[g(X)]$ $\bullet \times 2$ \rightarrow caso discreto e continuo

Momento di ordine n di X

$E[g(X, Y)]$ \rightarrow caso discreto e continuo

3.9

Varianza $\bullet \times 6 \bullet \times 4 \rightarrow$ caso discreto e continuo

3.10

Covarianza $\bullet \times 5 \bullet \times 1 \rightarrow$ caso discreto e continuo

Variabili casuali scacciate \bullet

Coefficiente di correlazione $\bullet \times 1$

3.11

Funzione generatrice dei momenti $\Phi(t)$ $\bullet \times 5 \rightarrow$ caso discreto e continuo

4

Disuguaglianza di Markov \bullet

Disuguaglianza di Chebyshev \bullet

Media campionaria o aritmetica \rightarrow valore medio ; varianza

Legge dei grandi numeri

Corollario di Bernoulli

5 Modelli di variabili casuali discrete

5.1 Variabile casuale di Bernoulli $X \sim \text{Be}(p)$

$E[X]$; $\text{Var}(X)$; $\mathbb{P}_X(t)$

5.2 Variabile casuale binomiale $X \sim \text{B}(n, p)$

Funz. di massa di prob. ; $E[X]$; $\text{Var}(X)$; $\mathbb{P}_X(t)$; Prop. di riproducibilità

5.3 Variabile casuale geometrica

$X \sim \text{G}(p)$

Con Bernoulli

Funz. di massa di prob. ; $E[X]$; $\text{Var}(X)$

5.4 Variabile casuale di Poisson

$X \sim \text{Po}(\lambda)$

Funz. di massa di prob. ; $E[X]$; $\text{Var}(X)$; $\mathbb{P}_X(t)$

Prop. di riproducibilità

Distribuzione di Poisson (o legge degli eventi rari)

Processo stocastico di Poisson

5.5 Variabili casuali binomiali negative

Funz. di massa di prob. ; $E[X]$; $\text{Var}(X)$

con geometrica

6 Modelli di variabili casuali continue

6.1 Variabile casuale uniforme $X \sim U(a, b)$

Funz. di ~~massa~~ ^{densità} di prob. ; Funz. di ~~densità~~ ^{densità} distribuzione di prob. ; $E[X]$; $\text{Var}(X)$

6.2 Variabile casuale esponenziale $X \sim E(\lambda)$

Funz. di ~~massa~~ ^{densità} di prob. ; Funz. di distribuzione di prob. ; $\mathbb{P}_X(t) \rightarrow E[X]$; $\text{Var}(X)$

Proprietà della distribuzione esponenziale

6.3 Variabile casuale Gaussiana (o normale) $X \sim N(\mu, \sigma)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

; Funz. di distribuzione di prob. ; $\mathbb{P}_X(t)$; $E[X]$; $\text{Var}(X)$

Proprietà della distribuzione Gaussiana

6.4 Variabile casuale χ^2 a n gradi di libertà $C \sim \chi_n^2$

$$C = \sum_{k=1}^n Z_k^2 ; E[C]$$

6.5 Variabile casuale di Student a n gradi di libertà $T \sim t_n$

$$T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{C}{n}}} ; \text{Var}(T) ; E[T]$$

6.6 Funzioni di una variabile casuale continua \Rightarrow monotona e non monotona

6.7 Funzione di più variabili casuali

7 Metodo Montecarlo

7.1 Problema degli spilli di Buffon

7.2. Problema della stima dell'area di una regione

8 Inferenza statistica

Definizione di popolazione, campione

Definizione di inferenza statistica \rightarrow distinzione tra parametrica e non parametrica

Definizione di statistica

Teorema del limite centrale $\bullet X_1 \bullet$

Varianza campionaria \bullet , $E[S^2]$ \bullet

Stimatore: definizione e proprietà $\bullet X_3$

Definizione di stima

Intervallo di confidenza e stime per μ e σ^2

Metodo dei minimi quadrati lineare semplice \bullet