



RAPPORT DE PROJET INGÉNIERIE DES MISSILES

Sous la supervision de Monsieur DENIS Pascal

BELLEC PIERRE, BIZET PIERRE, CADART THOMAS, LOMBARD TIMOTÉ
ELISA AEROSPACE
Hauts-de-France

Table des matières

Table des matières	1
Table des annexes.....	3
Table des figures	4
Nomenclature	6
Introduction	10
1. Présentation de la mission	11
2. Tour d'horizon de différents missiles et de leurs caractéristiques	12
3. Dimensionnement du missile Exocet +.....	14
4. Description des différentes technologies propulsives	16
4.1 Propulsion anaérobie	16
4.1.1 Principe de fonctionnement.....	16
4.1.2 Moteur-fusée à propergol solide	16
4.1.3 Moteur-fusée à ergol liquide	18
4.1.4 Moteur-fusée hybride	19
4.2 Propulsion aérobie	19
4.2.1 Principe de fonctionnement.....	19
4.2.2 Turboréacteur	20
4.2.3 Statoréacteur.....	22
4.2.4 Technologie de propulsion retenue pour ce projet	23
5. Dimensionnement du statoréacteur : combustible solide dopé au bore	24
5.1 Détermination des caractéristiques géométriques	24
5.1.1 Initialisation.....	25
5.1.2 Résultats de la simulation.....	25
6. Dimensionnement de l'ogive	27
6.1 Étude d'une pointe parabolique	27

6.2	Étude d'une pointe conique	30
6.3	Étude d'une pointe hémisphérique	32
6.4	Étude d'une pointe parabolique tangente tronquée par une sphère	33
6.5	Étude d'une pointe générée avec une fonction de <i>Haack</i> ou ogive de <i>Von Kármán</i> ..	34
6.6	Choix de la forme de l'ogive	37
7.	Calcul du centre de gravité.....	39
8.	Dimensionnement des entrées d'air	43
8.1	Fonctionnement externe des entrées d'air	43
8.2	Fonctionnement interne des entrées d'air	44
8.3	Types d'entrées d'air	48
8.3.1	Entrée d'air annulaire	48
8.3.2	Entrée d'air frontale	48
8.3.3	Entrée d'air en écope ou ventrale	49
8.3.4	Entrée d'air latérale	49
8.4	Formes d'entrées d'air	50
8.4.1	Forme bidimensionnelle 	50
8.4.2	Forme semi-circulaire 	50
8.4.3	Forme circulaire 	51
8.5	Calcul des entrées d'air du missile Exocet+	51
8.6	Interface entre le carénage du missile et le carénage de l'entrée d'air	52
9.	Dimensionnement aérodynamique : dimensionnement des voilures et des gouvernes....	53
10.	Références	59
11.	Annexe	60

Table des annexes

Annexe 1 Tour d'horizon de différents missiles et de leurs caractéristiques principales	60
Annexe 2 Graphiques complémentaires sur les caractéristiques de différents missiles.....	62
Annexe 3 Données pour le dimensionnement de l'Exocet +	64
Annexe 4 Dimensionnement du missile Exocet +	65
Annexe 5 Graphiques Impulsion spécifique pratique et loi de traînée pour le statoréacteur dopé au bore	71
Annexe 6 Modélisation de la traînée.....	72
Annexe 7 Résultats de la boucle de calcul	76
Annexe 8 Détermination de l'équation de la parabole de l'ogive.....	78
Annexe 9 Calcul du centre de gravité de l'ogive	79
Annexe 10 Calcul des entrées d'air du missile	81
Annexe 11 Formulaire aérodynamique	90
Annexe 12 Calcul de la couche limite.....	91
Annexe 13 Calcul de la longueur d'un arc de parabole	93
Annexe 14 Calcul de l'angle d'incidence α	94
Annexe 15 Détermination de δ_{max}	98
Annexe 16 Détermination des surfaces en plan	99

Table des figures

Figure 1 Portée en fonction de l'index des missiles	12
Figure 2 Longueur en fonction de la masse des missiles	13
Figure 3 Longueur en fonction du rayon des missiles	13
Figure 4 Schéma de fonctionnement d'un moteur-fusée à propergol solide	16
Figure 5 Schéma de fonctionnement d'un moteur-fusée à propergol liquide.....	18
Figure 6 Schéma de fonctionnement d'un moteur-fusée hybride	19
Figure 7 Schéma d'un turboréacteur.....	20
Figure 8 Schéma d'un turboréacteur double-flux	21
Figure 9 Schéma de fonctionnement d'un statoréacteur.....	22
Figure 10 Schéma statoréacteur dopé au bore.....	24
Figure 11 Maillage pour l'étude CFD.....	28
Figure 12 Conditions aux limites étude CFD.....	29
Figure 13 Résultats de simulation ogive parabolique à Mach 2.....	29
Figure 14 Résultats de simulation ogive parabolique à Mach 0.8.....	30
Figure 15 Résultats de simulation ogive conique à Mach 2.....	31
Figure 16 Résultats de simulation ogive conique à Mach 0.8.....	31
Figure 17 Résultats de simulation ogive hémisphérique à Mach 2	32
Figure 18 Résultats de simulation ogive hémisphérique à Mach 0.8	33
Figure 19 Résultats de simulation ogive parabolique tangente tronquée par une sphère à Mach 0.8	34
Figure 20 Résultats de simulation ogive parabolique tangente tronquée par une sphère à Mach 2	34
Figure 21 Résultats de simulation ogive de Von Kármán à Mach 2	36
Figure 22 Résultats de simulation ogive de Von Kármán à Mach 0.8	36
Figure 23 Représentation schématique du missile	39
Figure 24 Coupe de l'ogive.....	39
Figure 25 Vidange en vessie	40
Figure 26 Vidange par piston	40
Figure 27 Evolution de la position du centre de gravité du missile à partir de l'extrémité de l'ogive en fonction du temps.....	41

Figure 28 Evolution du centre de gravité en pourcentage de la longueur du missile en fonction du temps	42
Figure 29 Evolution du centre de gravité normalisé par le diamètre du missile en fonction du temps	42
Figure 30 Fonctionnement externe d'une entrée d'air.....	43
Figure 31 Evolution du coefficient de traînée en fonction du régime	45
Figure 32 Fonctionnement interne d'une entrée d'air pour différents régimes	47
Figure 33 Courbe caractéristique efficacité en fonction du coefficient de débit	47
Figure 34 Entrée d'air annulaire (missile Yakhont)	48
Figure 35 Entrée d'air ventrale (missile Apache)	49
Figure 36 Entrée d'air latérale (missile Meteor).....	49
Figure 37 Missile ASMP entrée d'air bidimensionnelle.....	50
Figure 38 Missile Moskit entrée d'air semi-circulaire.....	50
Figure 39 Missile Kh31 entrée d'air circulaire	51
Figure 40 Efficacité en fonction de la traînée pour chaque forme d'entrée d'air.....	51
Figure 41 Illustration piège à couche limite.....	52
Figure 42 Portée en fonction du rayon des missiles	62
Figure 43 Portée en fonction de la longueur des missiles	62
Figure 44 Portée en fonction de la masse des missiles.....	63
Figure 45 Impulsion spécifique pratique en fonction du Mach	71
Figure 46 Loi de C_x pour les statoréacteurs	71
Figure 47 Longueur du missile en fonction de son diamètre	76
Figure 48 Rapport d'aspect du missile en fonction de son diamètre	76
Figure 49 Masse du missile en fonction de son diamètre	77
Figure 50 Réalisation de l'ogive sur CATIA.....	80
Figure 51 M_2 en fonction ΣM_2	87
Figure 52 ΣM_2 en fonction de $d_2 d_1$	87
Figure 53 $CN\alpha$ en fonction du Mach et xfD en fonction du Mach	95
Figure 54 Evolution du $CN\alpha$ en fonction du nombre de Mach.....	97
Figure 55 Portance des ailes trapézoïdales en supersonique	100

Nomenclature

A_0, A_1 : Section respectivement, au niveau du tube de courant et de la lèvre de carène

b : Hauteur de la coupe fuselage plus deux entrées d'air

b_V' : Hauteur du demi-missile plus une voilure et une entrée d'air

b_G' : Hauteur du demi-missile plus une gouverne et une entrée d'air

C_a : Coefficient de remplissage en phase d'accélération

C_c : Coefficient de remplissage en phase de croisière

C_D : Coefficient de traînée

$C_{N\alpha}$: Coefficient de portance

$C_{N\alpha_F}$: Coefficient de portance du fuselage

$C_{N\alpha_{EA}}$: Coefficient de portance des entrées d'air

$C_{N\alpha_G}$: Coefficient de portance des gouvernes

$C_{N\alpha_\delta}$: Coefficient de portance en braquage

$C_{N\alpha_{G_isolée}}$: Coefficient de portance des gouvernes isolées

$C_{N\alpha_{V_isolée}}$: Coefficient de portance des voilures isolées

$C_{N\alpha_{G/F}}$: Coefficient de portance des gouvernes en interaction avec le fuselage

$C_{N\alpha_{V/F}}$: Coefficient de portance des voilures en interaction avec le fuselage

$C_{N\alpha_V}$: Coefficient de portance des voilures

$C_{N\alpha_1}$: Coefficient de portance du domaine 1

c_G : Longueur de corde inférieure d'une gouverne

c_V : Longueur de corde inférieure d'une voilure

c'_V : Longueur de corde supérieure d'une voilure

c'_G : Longueur de corde supérieure d'une gouverne

c'_I : Longueur de corde supérieure de la surface de la gouverne en interaction avec la voilure

D_m : Diamètre du missile

d_{eq} : Densité de l'équipement

d_1 : Premier diamètre de l'entrée d'air

d_2 : Second diamètre de l'entrée d'air

d_{cm} : Densité de la charge militaire

d_a : Distance parcourue pendant la phase d'accélération du missile

d_c : distance parcourue pendant la phase de croisière du missile

e : Epaisseur de peau des entrées d'air

g : Accélération de la pesanteur

h : Hauteur de l'interstice entre le fuselage et l'entrée d'air

h_V : Hauteur d'une voilure

h_G : Hauteur d'une gouverne

I_{spa} : Impulsion spécifique phase d'accélération

I_{spc} : Impulsion spécifique phase de croisière

i_a : Indice constructif en phase d'accélération

i_c : Indice constructif en phase de croisière

K : Coefficient modélisant la traînée

K_{VG} : Coefficient d'interaction voilure/gouverne

K_V : Coefficient d'interaction avec la voilure

K_F : Coefficient d'interaction avec le fuselage

L_{eq} : Longueur de l'équipement

L_{cm} : Longueur de la charge militaire

L_m : Longueur totale du missile

L_c : Longueur du système propulsif de croisière

L_a : Longueur du système propulsif d'accélération

L_{pc} : Longueur propergols de croisière

L_{pa} : Longueur propergols d'accélération

L_{og} : Longueur de l'ogive

M_c : Mach de croisière

M_a : Mach d'accélération

M_0, M_1, M_2 : Mach respectivement au niveau du tube de courant, de la souris et en amont de la chambre de combustion

m_m : Masse totale du missile

m_i : Masse initiale du missile

m_f : Masse finale du missile

m_{pc} : Masse de propergols en croisière

m_c : Masse du missile pendant la phase de croisière

m_{rc} : Masse du réservoir en croisière

m_{pa} : Masse de propergols en accélération

m_a : Masse du missile pendant la phase d'accélération

m_{ra} : Masse du réservoir en accélération

m_{og} : Masse de l'ogive

m_{ea} : Masse des entrées d'air

m_{eq} : Masse de l'équipement

m_{cm} : Masse de la charge militaire

$m_{emports\ externes}$: Masse d'emports externes

$m_{carburant\ externe}$: Masse de carburant externe

$m_{missiles}$: Masse des missiles embarqués

m_{wt} : Masse des ailes, queue et vérins

P : Pression au niveau du sol

Re : Nombre de Reynolds

R_m : Rayon du missile

r : Constante spécifique des gaz parfaits

S_{ref} : Surface de référence du missile

S_V : Surface d'une voilure

S_G : Surface d'une gouverne

S_{NI} : Surface en non interaction avec la voilure

S_I : Surface en interaction avec la voilure

T : Température au niveau du sol

t_a : Temps d'accélération

t_c : Temps de croisière

t_{tot} : Temps total de mission

V_l : Vitesse de largage

V_c : Vitesse de croisière

X_G : Position du centre de gravité

X_{fa} : Position du foyer aérodynamique

$X_{fa_{\alpha_1}}$: Position du foyer aérodynamique du domaine 1

$X_{fa_{EA}}$: Position du foyer aérodynamique des entrées d'air

X_{fa_G} : Position du foyer aérodynamique des gouvernes

X_{fa_V} : Position du foyer aérodynamique des voilures

X_{fa_F} : Position du foyer aérodynamique du fuselage

X_{fa_m} : Position du foyer aérodynamique du missile

X_{cp} : Position du centre de poussée

x_l : Position du largage

x_{d_2} : Distance jusqu'au diamètre 2

α : angle d'incidence

Γ_a : Accélération

γ : Coefficient adiabatique de l'air

Δ : Ecart entre le foyer aérodynamique et le centre de gravité

ΔV_{vide} : Différence entre les vitesses de croisière et de largage

δ_t : Épaisseur de la couche limite turbulente

δ : Angle de braquage des gouvernes

ε : Coefficient de débit de l'entrée d'air

$\eta_{0,2}$: Efficacité de l'entrée d'air

μ : Viscosité dynamique

ρ_a : Masse volumique des propergols en phase d'accélération

ρ_c : Masse volumique des propergols en phase de croisière

Introduction

L'écosystème militaire est en perpétuel évolution, tant dans les domaines de l'armement que dans les domaines de l'Aéronautique et du Naval de guerre, l'innovation technologique est primordiale pour la course à la supériorité militaire. Ainsi, les missiles « Air-Surface », « Air-Air » ... peuvent rapidement tomber en désuétude, dépassés par des navires, des véhicules toujours plus rapides, plus furtifs et plus intelligents.

De ce fait, les missiles doivent être développés avec l'évolution des technologies de combat, parfois même les ingénieurs ont à prévoir ces innovations et concevoir des systèmes d'attaque ou de défense visionnaires, le but étant souvent le même, assurer la supériorité tactique et stratégique d'un État. L'objectif de ce projet est d'examiner les caractéristiques de différentes configurations de missiles « Air-Surface » capables de succéder au missile actuel type « Exocet ». La finalité de ce projet étant de concevoir ce successeur, un missile « Exocet + », version améliorée de l'Exocet.

Ce projet est réalisé dans un cadre académique, il n'a donc pas la prétention de se substituer aux travaux d'ingénieurs, de chercheurs spécialisés dans le domaine et travaillant pour les grandes entreprises du secteur. Toutefois, il propose de nouvelles pistes de réflexion et permet à un lecteur novice¹ dans ce domaine, de s'intéresser au cheminement intellectuel et technique qui conduit à la création d'un missile.

Premièrement, le lecteur découvrira la nature de la mission et ses contraintes, le but étant de définir le cadre de ce projet.

Puis, après un tour d'horizon de différents missiles et de leurs caractéristiques, le lecteur pourra s'intéresser aux calculs de prédimensionnement du nouveau missile. Ces derniers conduisent, à travers une exploration bibliographique des principales technologies propulsives, au choix d'une nouvelle technologie de motorisation de l'engin.

Dans les parties suivantes, le lecteur sera plongé dans le vif du sujet en s'intéressant au dimensionnement propulsif, géométrique, structurel, aérodynamique etc. du nouveau missile.

¹ Des prérequis, simples, en mathématiques et en physique seront tout de même nécessaire, c'est pourquoi ce rapport de projet s'adresse en premier lieu aux personnes ayant suivant un enseignement secondaire dans une filière scientifique ou équivalent. Il est aussi fortement conseillé de connaître les bases de l'aérodynamique, bien que la plupart des formules soient rappelées au lecteur.

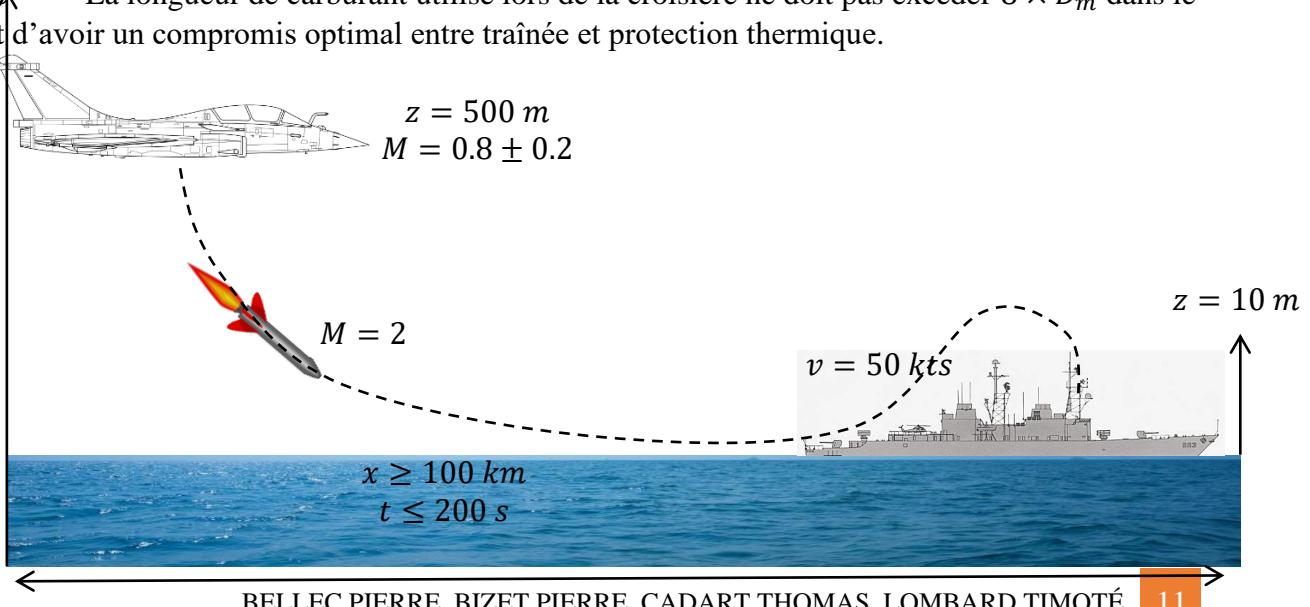
1. Présentation de la mission

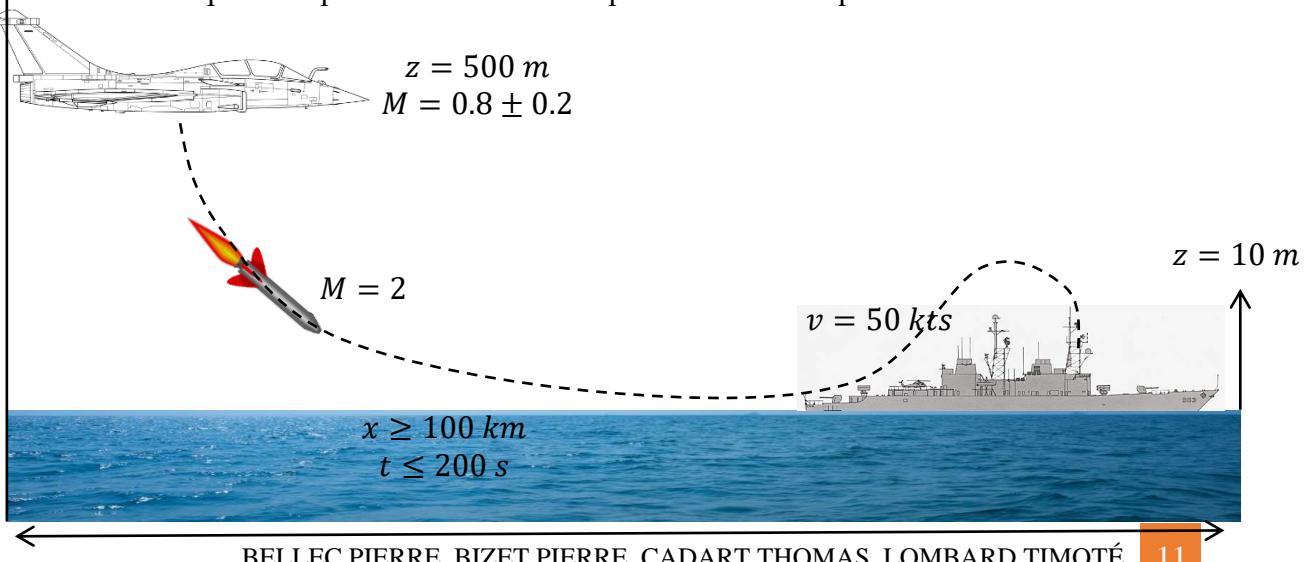
Un Rafale doit pouvoir embarquer un missile « Air-Surface » pour une mission opérationnelle ayant les propriétés suivantes :

- Charge militaire : 200 kg
- Portée : égale ou supérieure à 100 km
- Largage d'avion : Mach 0,8 avec une dispersion de $\pm 0,2$ et à l'altitude $Z = 500 \text{ m}$
- Trajectoire : définition liée aux problèmes de détection des radars, et si possible, vol à très basse altitude ($\approx 10 \text{ m}$)
- Durée de la mission – vitesse de croisière : pour améliorer la pénétration du missile et réduire la dispersion de trajectoire (dérive de la centrale inertielle et évolutions de la cible), la durée de la mission est la plus faible possible et dans tous les cas, inférieure à *200 secondes*. Aussi, après le largage de l'avion, le missile s'accélère jusqu'à une vitesse supersonique élevée (si possible de l'ordre de *Mach 2*), puis maintient cette vitesse
- Cible à intercepter : cible mobile se déplaçant au maximum à la vitesse de *50 noeuds* lors de l'impact final

De plus, pour des contraintes liées à l'emport du missile par le Rafale et aux propriétés intrinsèques aux missiles nous avons :

- La longueur du missile ne doit pas excéder 6 m
- L'allongement $\left(\frac{L_m}{D_m}\right)$ doit être limité autour de 16 pour éviter des efforts en flexion trop important lors d'éventuelles manœuvres


La longueur de carburant utilisé lors de la croisière ne doit pas excéder $8 \times D_m$ dans le but d'avoir un compromis optimal entre traînée et protection thermique.



2. Tour d'horizon de différents missiles et de leurs caractéristiques

Nous explorerons ici, une partie de l'état de l'art des missiles, en s'intéressant en particulier à leurs types de propulsion, leurs rayons, leurs masses et leurs longueurs. Cette recherche nous conduira au choix de la technologie propulsive du missile.

L'ensemble de nos recherches est répertorié dans le tableau disponible à en Annexe 1, les graphiques ci-dessous illustrent la corrélation entre géométrie et type de propulsion et performances.

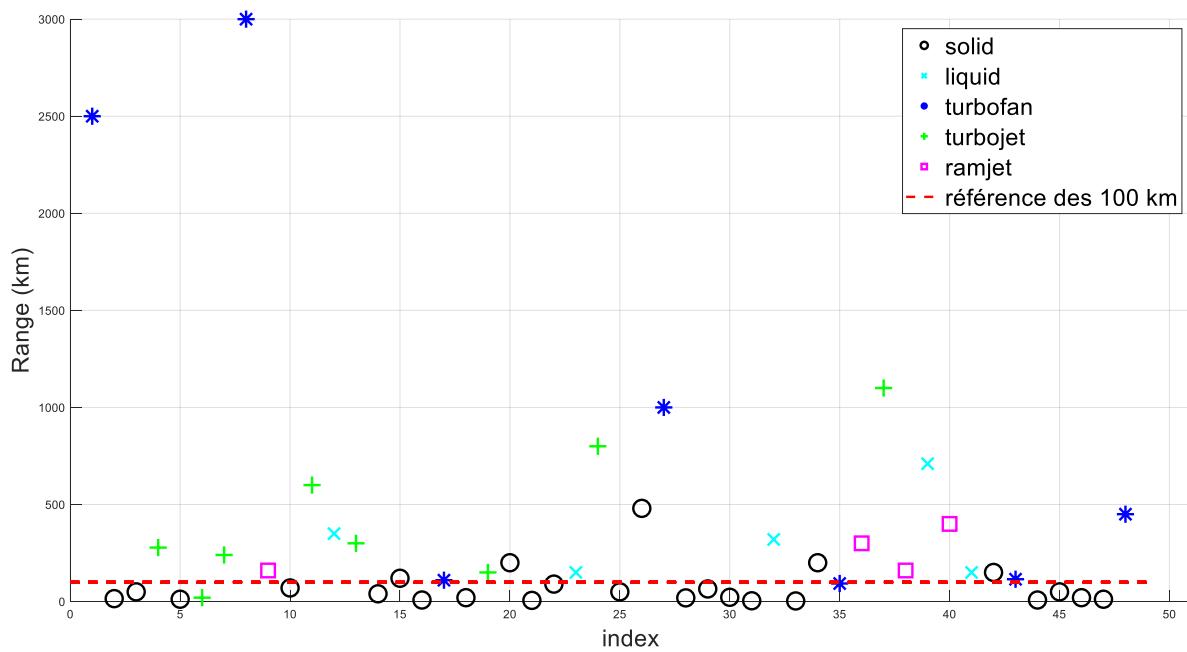


Figure 1 Portée en fonction de l'index des missiles

Nota bene : L'index en abscisse du graphique ci-dessus fait référence à l'indexation de chaque missile dans le tableau disponible en Annexe 1. De plus, d'autres graphiques sont disponibles en Annexe 2.

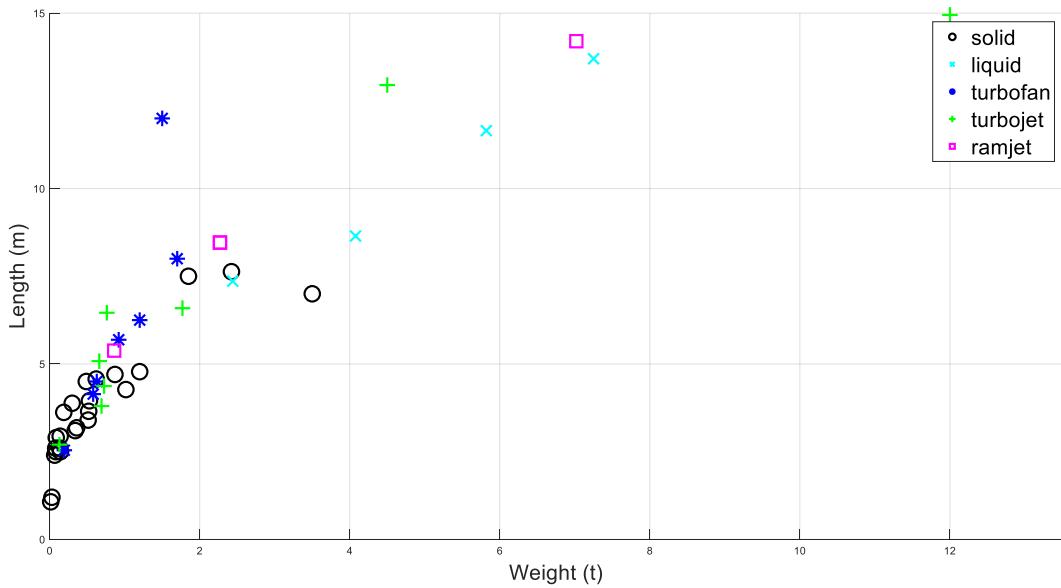


Figure 2 Longueur en fonction de la masse des missiles

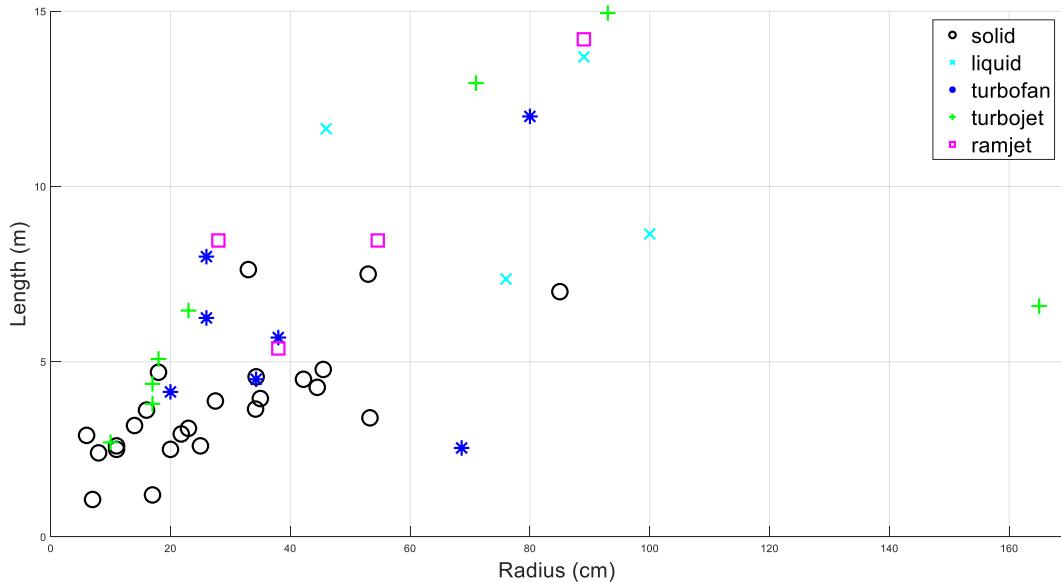


Figure 3 Longueur en fonction du rayon des missiles

Au vu des différents graphiques précédents, nous déduisons les points suivants :

- ❖ La propulsion solide (moteur-fusée) ne nous permet pas de satisfaire le cahier des charges (portée globalement inférieure à 100 km).
- ❖ La propulsion liquide (moteur-fusée) semble majoritairement équiper des missiles lourds et longs.
- ❖ La propulsion par turboréacteur simple ou double flux, ou statoréacteur est donc à privilégier pour répondre aux exigences du cahier des charges (portée, masse, longueur, diamètre).

3. Dimensionnement du missile Exocet +

L'objectif dans cette partie, est de réaliser un premier dimensionnement du nouveau missile en adéquation avec le cahier des charges de la mission.

Le missile Exocet actuel a les propriétés suivantes² :

-  *Masse = 670 kg*
-  *Longueur = 4.69 m*
-  *Diamètre = 0.35 m*
-  *Portée = 70 km*
-  *vitesse subsonique $\leq M = 2$*

Conformément au cahier des charges, le missile Exocet actuel n'est pas adapté pour notre mission, la portée est insuffisante de 30 km et la vitesse doit être supersonique.

Nous devons donc redimensionner le missile Exocet classique en tenant compte de ces modifications.

Après calcul (disponible en Annexe 4) nous obtenons les résultats suivants :

-  *Masse = 2857.7 kg*
-  *Longueur = 9.2016 m*
-  *Diamètre = 0.5135 m*
-  *Portée = 100 km*
-  *vitesse supersonique $M = 2$*

Il apparaît que le missile redimensionné, Exocet +, est trop long de plus de 3 m par rapport à la longueur admissible par le Rafale.

² [source MBDA](#)

Il semble aussi, que l'Exocet + soit trop lourd, en effet, Dassault nous donne pour le rafale :

Masse à vide	Environ 10 t
Masse max	24.5 t
Carburant interne	4.7 t
Carburant externe	6.7 t
Capacité d'emports externes	9.5 t

Ainsi, $m_{emports\ externes} - m_{carburant\ externe} = m_{missiles}$

$$m_{missiles} = 2.8 \text{ t}$$

De ce fait, dans ces considérations, le Rafale ne pourrait embarquer qu'un missile Exocet +, et encore !

Il est donc nécessaire de reconvoi in-extenso, le missile « Exocet + », en commençant par définir une nouvelle technologie propulsive.

4. Description des différentes technologies propulsives

Pour pouvoir évaluer la technologie propulsive que nous adapterons au missile « Exocet + », il est opportun de balayer les différentes solutions aujourd’hui utilisées, afin d’identifier précisément, celle qui nous paraîtra la plus appropriée.

4.1 Propulsion anaérobie

4.1.1 Principe de fonctionnement

La propulsion anaérobie se distingue des autres modes de propulsion par le fait qu’elle fonctionne dans le vide et n’emprunte pas de matière au milieu ambiant.

4.1.2 Moteur-fusée à propergol solide

Le moteur-fusée à propergol solide est le plus simple des moteurs fusés à propergol chimique. Le comburant et le combustible sont incorporés dans un bloc unique placé dans la chambre de combustion.

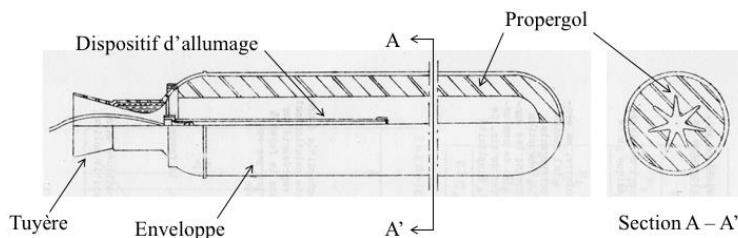


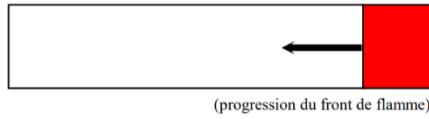
Figure 4 Schéma de fonctionnement d'un moteur-fusée à propergol solide

Le bloc de poudre est tubulaire, sa section peut avoir différentes formes, par exemple étoilée. Les gaz brûlés circulent dans le canal central et la mise en vitesse de ces gaz est obtenue par une tuyère convergente-divergente. Sur l’axe du propulseur est placé le dispositif d’allumage. La combustion du propergol s’effectue à la surface du bloc et se propage suivant les normales à cette surface (combustion en surface parallèle). La zone de combustion ne vient en contact avec la paroi de l’enveloppe qu’en fin de tir.

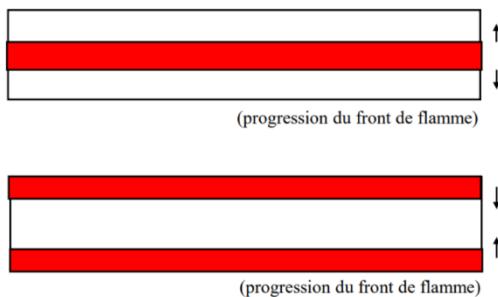
En ce qui concerne les propergols solides, ils en existent deux catégories. Les propergols double base, pour lesquels le comburant et les combustibles sont liés chimiquement dans la structure moléculaire, sont utilisés pour des missiles de petit calibre à courte portée. Les propergols composites, pour lesquels le comburant et les combustibles sont physiquement et chimiquement séparés, sont utilisés pour des missiles balistiques et tactiques de moyenne portée. Dans tous les cas la vitesse de combustion dépend de la pression.

Aussi, il existe deux types de combustion pour les propergols solides qui détermine la loi de poussée et dépendent du propergol : la combustion axiale aussi appelée en cigarette et la combustion radiale.

La combustion axiale est plus lente que la combustion radiale, elle est plutôt utilisée pour des phases de croisière où il faut une combustion constante sur une longue durée.



La combustion radiale permet d'atteindre des vitesses de combustion plus rapide et donc une poussée plus importante. On utilise ce type de combustion pour les phases d'accélération pour décoller et atteindre la vitesse de croisière le plus rapidement possible afin d'atteindre sa cible au plus vite. Le propergol est perforé d'une certaine manière pour permettre de contrôler la poussée au cours du temps.



Il existe aussi différents types de perforation avec des surfaces de combustion différentes pour s'adapter au type de mission et de combustion. Par exemple, dans le cas de la combustion radiale, on peut trouver des profils de perforation donnant des surfaces de combustion rigoureusement constantes tels que ces cylindres de poudres concentriques :



Ou seulement approximativement constantes telles que les formes suivantes :



Avantages	Inconvénients
Coût limité	Souplesse d'emploi réduite
Simplicité d'emploi et de maintenance	Performances énergétiques limitées
Sans égal pour les petits missiles et les fortes accélérations	Poussée faiblement modulable
Bonne tenue mécanique aux accélérations, chocs, cycles thermiques	Impulsion spécifique plus faible
Température de combustion élevée	
Discréption optique ou électromagnétique	
Prix et disponibilité	

Il faut savoir que 90% des missiles tactiques sont propulsés par moteur-fusée à propergol solide.

4.1.3 Moteur-fusée à ergol liquide

Dans la version la plus classique de ce type de moteur-fusée, le comburant et le combustible sont placés dans des réservoirs séparés.

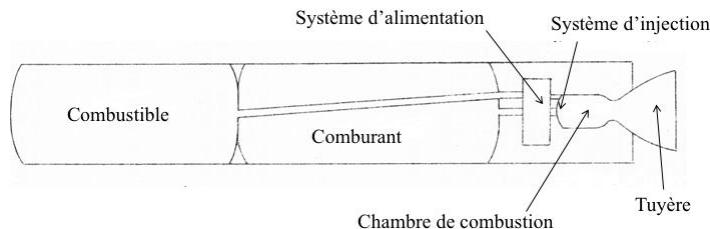


Figure 5 Schéma de fonctionnement d'un moteur-fusée à propergol liquide

Le combustible et le comburant sont amenés dans le foyer (chambre de combustion) à l'aide d'un système d'alimentation et d'un système d'injection. Les gaz sont ensuite détendus dans une tuyère.

Le choix du comburant et du combustible est limité par les restrictions apportées par les conditions d'utilisation sur missile tactique. En particulier, l'emploi d'ergols cryogéniques est impossible.

Avantages	Inconvénients
Performances énergétiques élevées	Complexité
Souplesse d'emploi plus étendue	Sûreté d'emploi plus délicate
Impulsion spécifique plus élevée	Ballottement (Changement du centre de gravité)
Allumage - rallumage (hypergolicité ³)	Faible densité
	Sécurité (hypergolicité)
	Corrosion

4.1.4 Moteur-fusée hybride

Les systèmes hybrides sont communément constitués par un comburant liquide et un combustible solide.

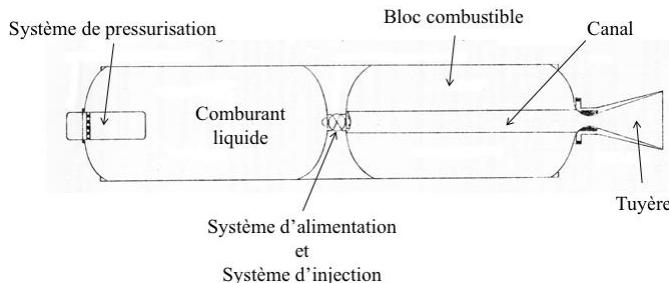


Figure 6 Schéma de fonctionnement d'un moteur-fusée hybride

Le combustible solide est stocké dans la chambre de combustion. Le comburant est injecté dans le canal. Les gaz formés pendant la combustion circulent dans le canal et sont éjectés par la tuyère.

4.2 Propulsion aérobie

4.2.1 Principe de fonctionnement

À la différence de la propulsion anaérobie, la propulsion aérobie ne fonctionne pas dans le vide et emprunte de la matière au milieu extérieur : flux d'air, d'où la nécessité pour le fonctionnement de cette technologie, d'entrée d'air.

³ C'est-à-dire l'auto-allumage à basse température et à basse pression

4.2.2 Turboréacteur

Le fonctionnement d'un turboréacteur (*turbojet* en anglais) est relativement simple : un compresseur à un ou plusieurs étages est lié mécaniquement par un ou plusieurs arbres à une turbine à un ou plusieurs étages. Chacun des étages du compresseur est composé successivement de rangées d'ailettes mobiles et fixes. Ces ailettes sont appelées aubes. Les aubes mobiles composent le rotor tandis que les aubes fixes composent le stator. L'air pénètre dans le réacteur par l'entrée d'air, repérée par les flèches bleues représentées sur le schéma ci-dessous, et est comprimé dans le compresseur ou les compresseurs.

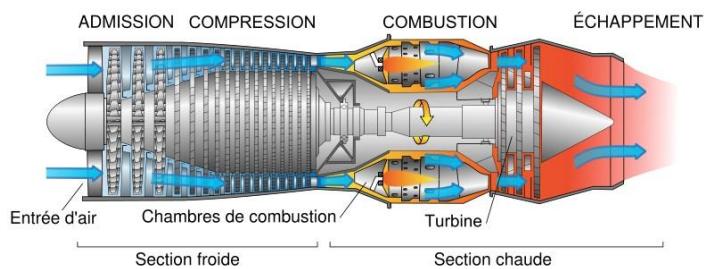


Figure 7 Schéma d'un turboréacteur

L'étage basse pression est composé de grandes aubes qui tournent à une vitesse assez faible. Cet étage a pour but de brasser l'air et de le diriger vers l'intérieur du compresseur. L'air passe ensuite dans l'étage haute pression constitué d'aubes plus petites et tournant à des vitesses plus élevées. L'augmentation de la pression de l'air va impliquer une augmentation de sa température. Pour qu'un turboréacteur démarre, il faut que le compresseur ait une vitesse de rotation suffisante. C'est pour cela qu'un moteur électrique est ajouté pour l'aider à démarrer. L'air ainsi comprimé et « préparé » est dirigé ensuite vers la chambre de combustion où se trouvent les injecteurs de kérozène.

Le kérozène est vaporisé, et comme l'air venant du compresseur est à haute température et haute pression, le mélange s'enflamme. En brûlant, le volume des gaz augmente et ces derniers sont expulsés vers la turbine. La poussée produite par les gaz, dans la chambre de combustion, font tourner les turbines qui à leur tour entretiennent la rotation du compresseur (vu précédemment) car les deux éléments sont fixés à un axe solidaire. Le fluide cède donc une partie de son énergie mécanique, nécessaire à leur rotation. L'air sortant des turbines arrive enfin dans la tuyère dans laquelle les gaz, précédemment comprimés puis brûlés, vont se détendre. La pression et la température sont alors converties en énergie cinétique et les gaz produisent la poussée,

propulsant ainsi l'engin. La tuyère étant convergente, elle permet d'augmenter la vitesse d'éjection des gaz.

Le fonctionnement d'un turboréacteur double flux (*turbofan* en anglais) est le même que celui du turboréacteur à la différence près que comme son nom l'indique, deux flux d'air circule dans le réacteur :

- Un flux d'air primaire comprimé à plusieurs reprises, est chauffé, une partie des gaz se détente dans les tuyères successives pour entraîner les parties mobiles du réacteur, l'autre partie participe à la poussée de l'engin.
- Un flux d'air secondaire circule autour de la chambre de combustion permettant son refroidissement et l'éjection de ces gaz froids contribue aussi à la poussée.

De plus, le turboréacteur double flux consomme moins de kérosène que le turboréacteur et est plus silencieux.

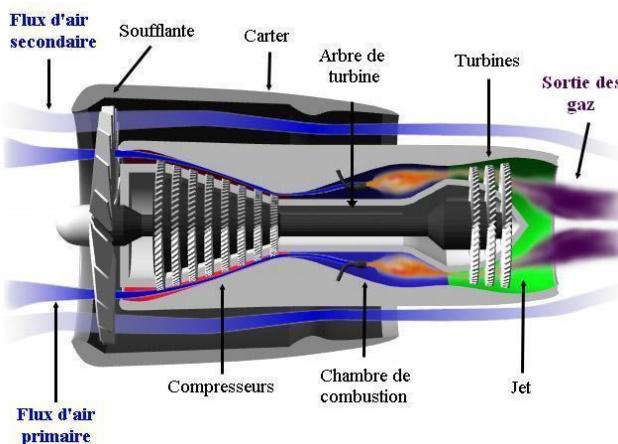


Figure 8 Schéma d'un turboréacteur double-flux

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Pas de vitesse minimum de fonctionnement - Démarre seul - Faible consommation de carburant - Fiable - Bon rendement 	<ul style="list-style-type: none"> - Pièce mobile - Faible accélération - Encombrant et lourd - Coût - Bruit

4.2.3 Statoréacteur

Le principe de fonctionnement du statoréacteur est extrêmement simple. Le statoréacteur est constitué d'un tube ouvert aux deux extrémités dans lequel on injecte un carburant qui se mélange à l'air, il s'enflamme ensuite grâce à un système d'allumage puis la combustion est ensuite entretenue à l'aide de dispositifs appelés "accroches flammes". Cette combustion produit des gaz chauds en grande quantité. La tuyère détend les gaz ce qui produit une forte accélération de leur vitesse provoquant une poussée significative.

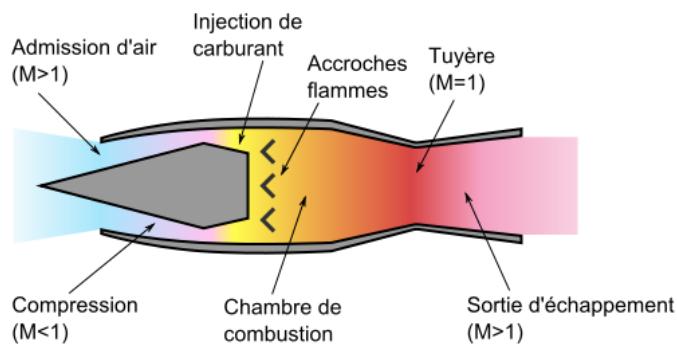


Figure 9 Schéma de fonctionnement d'un statoréacteur

Deux types d'écoulements peuvent être réalisés :

- L'écoulement interne subsonique dans le diffuseur et la chambre mais devenant supersonique au passage de la tuyère (RAMJET). Le domaine de fonctionnement est restreint entre Mach 2 et 5.
- L'écoulement interne supersonique dans tout le statoréacteur (SCRAMJET), il ne fonctionne qu'à partir d'un Mach supérieur ou égal à 6.

Ce type de moteur consomme énormément de carburant et sa mise au point est malheureusement très délicate. Bien qu'il faille initier la vitesse du statoréacteur, son fonctionnement est simple. De plus, il peut couvrir un large domaine d'altitude à grande vitesse tout en conservant une géométrie fixe.

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Sa simplicité - Sa plus grande vitesse moyenne - Sa possibilité de couvrir un large domaine d'altitude (0 à 25 km) à grande vitesse, en conservant la géométrie fixe - Pas de pièces tournantes 	<ul style="list-style-type: none"> - Obligation d'initier la vitesse - Consommation plus élevée (50 fois celle du turboréacteur) - mise au point délicate : <ul style="list-style-type: none"> . Stabilité de combustion . Injection . Régulation . Suppression des vibrations . Coût

4.2.4 Technologie de propulsion retenue pour ce projet

Après avoir effectué les recherches exposées dans la partie 3, nous avons constaté qu'une propulsion aérobie était plus à même de remplir notre mission. En effet, au vu des contraintes imposées par le sujet (Mach initial non nul, Mach de croisière égal 2, masse, longueur, etc.), nous avons dans un premier temps, jugé approprié l'utilisation d'un mode propulsif par turboréacteur ou par statoréacteur.

Néanmoins, après une étude plus précise, réalisée dans cette partie, et au regard du cahier des charges et des caractéristiques de ces deux technologies de propulsion, le statoréacteur semble plus pertinent (Mach élevé, forte accélération, simplicité, etc.). De plus, étant donné la faible durée de vie du missile et son usage unique, un statoréacteur semble plus adapté. Bien qu'ayant globalement un rendement thermopropulsif inférieur au turboréacteur, pour des plages de Mach inférieur à 3, le statoréacteur reste moins cher et plus simple à mettre en œuvre dans les considérations de notre mission.

5. Dimensionnement du statoréacteur : combustible solide dopé au bore

5.1 Détermination des caractéristiques géométriques

Le missile sera donc équipé d'un statoréacteur à accélérateur intégré, donc deux propulseurs distincts.

Le cahier des charges « propulsif » sera ainsi le suivant :

Un propulseur d'accélération permettant d'acquérir rapidement la vitesse de croisière après le largage de l'avion. Ce propulseur de type dit « à poudre » contient du propergol solide et est intégré dans la chambre de combustion du statoréacteur de croisière.

Un propulseur de croisière qui maintient la vitesse supersonique jusqu'à impact. C'est un moteur aérobie de type stato-fusée (combustible solide dopé au bore).

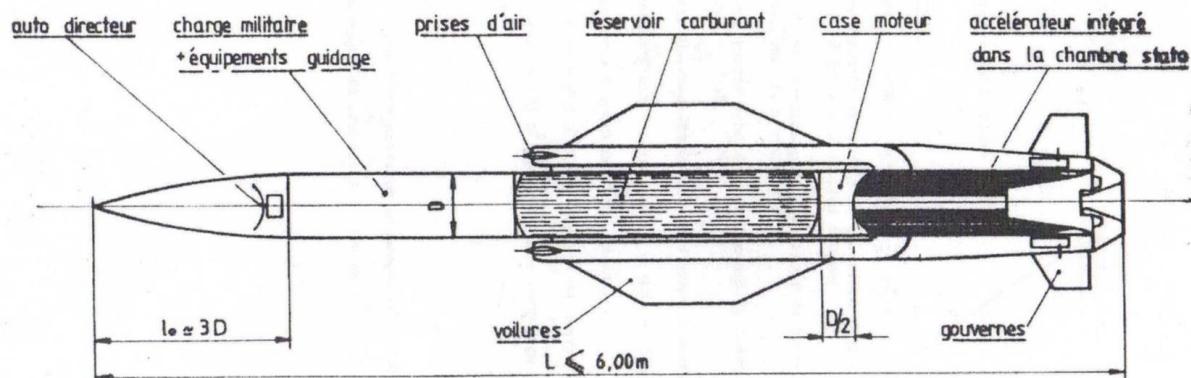


Figure 10 Schéma statoréacteur dopé au bore

Avantages du combustible solide dopé au bore	Inconvénients du combustible solide dopé au bore
<ul style="list-style-type: none"> - Pas de phénomène de ballotement ⇒ stabilité - Utilisation du même état de matière dans les deux propulseurs 	<ul style="list-style-type: none"> - Densité élevée par rapport aux combustibles liquides - Impulsion spécifique plus faible que les combustibles liquides pour des vitesses identiques

Dès lors, connaissant la technologie propulsive du missile nous allons le dimensionner en déterminant ses caractéristiques géométriques (diamètre, longueur ...) et comme le missile est équipé de deux types de propulsion (moteur fusée à poudre et stato-fusée) pour trouver ces

caractéristiques nous utiliserons un modèle en traînée (dont les détails analytiques sont disponibles en Annexe 6) pour décrire le missile dans son entièreté et dans toutes les phases de vol de la mission.

Programmé sur Matlab et à l'aide d'une méthode itérative, il nous sera possible de choisir une solution optimale qui répond aux exigences du cahier des charges.

5.1.1 Initialisation

Dans un premier temps, nous avons tracé les courbes de l'*Impulsion spécifique pratique* (*Isp*) et du *Coefficient de traînée* (C_x) en fonction du Mach pour un statoréacteur dopé au bore (schéma disponible en Annexe 5) issues de résultats d'essais. Pour retranscrire les courbes sur MATLAB, nous les avons discrétisés grâce à des points caractéristiques et une interpolation linéaire.

Ensuite, nous avons entré les constantes, les paramètres et les fonctions de Mach, de traînée et de masse totale qui nous permettront d'intégrer la fonction $\frac{M^2 C_x}{m_{tot}}$ avec une méthode d'intégration par trapèzes. Puis, nous avons réalisé la boucle de calcul (Annexe 6) nous permettant de déterminer K avec une erreur de l'ordre 10^{-5} .

5.1.2 Résultats de la simulation

Nous calculons les longueurs et masses en fonction du diamètre d_m variant de 0.2 à 0.6 m par pas de 0.1 mm, que nous traçons avec les limites du cahier des charges (Annexe 7) et nous en déduisons les résultats suivants :

Longueur (m)	5.5109	5.5625	5.6155	5.6691	5.7246	6
Diamètre (m)	0.3445	0.3372	0.3304	0.3241	0.3181	0.2939
Masse (kg)	921.8	902.96	885.77	870.16	855.57	799.5
Rapport d'aspect	16	16.5	17	17.5	18	20.41
Rapport d'aspect croisière	15.12	15.60	16.08	16.56	17.05	19.39
K	0.1042	0.1019	0.0997	0.0976	0.0956	0.0873

Dans ce tableau nous synthétisons différentes valeurs selon les critères du cahier des charges, c'est-à-dire, une longueur maximale de 6 m (contrainte forte) et un rapport d'aspect de 16 (contrainte faible).

Premièrement, nous remarquons que pour une longueur de 6 m, nous avons un rapport d'aspect beaucoup trop élevé (contrainte en flexion). Aussi, pour un rapport d'aspect de 16 la masse augmente largement. C'est pourquoi, les caractéristiques géométriques du missile recherchées se situent entre ces bornes. De plus, en calculant la déformée en flexion du missile, pour les différentes configurations du tableau, nous nous apercevons que pour un rapport d'aspect en croisière supérieur à 17 les contraintes sont trop élevées. Diminuer le rapport d'aspect augmente de manière non négligeable la masse, il faut donc faire un compromis entre poids et contrainte structurelle. Par exemple en choisissant la configuration de la cinquième colonne, au lieu de la quatrième, nous augmentons de 0.5 le rapport d'aspect pour un gain de 15 kg tout en limitant la déformation. Ainsi, nous adopterons la configuration suivante pour le dimensionnement du nouveau missile Exocet :



$Masse = 870.16 \text{ kg}$
 $Longueur = 5.6691 \text{ m}$
 $Diamètre = 0.3241 \text{ m}$

Nota Bene : le coefficient K, modélisant la traînée est proche de 0.1 ce qui correspond bien à l'ordre de grandeur du coefficient de traînée pour ce type d'ogive.

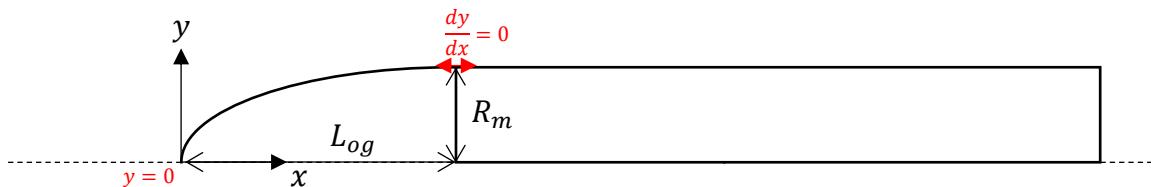
6. Dimensionnement de l'ogive

Dans la partie précédente nous avons déterminer les caractéristiques géométriques constitutives du missiles (longueur et diamètre), à travers l'étude de la technologie propulsive. Intéressons-nous maintenant, au design de l'ogive et en particulier à l'étude de la forme de la pointe avant. Dimensionner, aérodynamiquement, la pointe avant d'un missile se déplaçant au sein d'un milieu compressible ($M > 0.3$) est un point important. En effet, il faut déterminer la forme de la pointe qui fournira la performance aérodynamique optimale. Il faut alors choisir une pointe qui minimise la résistance au mouvement dans l'air, autrement dit, minimiser la traînée de la pointe.

Nous nous sommes intéressés à cinq formes d'ogives.

6.1 Étude d'une pointe parabolique

La forme parabolique est obtenue par la rotation d'une demi-parabole autour de la ligne de corps du missile. Nous rappelons que l'équation d'une parabole est donnée par : $y(x) = ax^2 + bx + c$ et que dans notre cas nous avons :



Le calcul de l'expression de l'équation de la parabole est donné en Annexe 8.

$$y(x) = -\frac{1}{18} \frac{1}{D_m} x^2 + \frac{1}{3} x, x \in [0, L_{og}]$$

Une fois la géométrie définie, nous pouvons passer à la simulation numérique. **Le maillage, les conditions aux limites, le domaine et la configuration du solveur seront les mêmes pour toutes les formes étudiées dans cette partie.** C'est pourquoi, nous n'en parlerons qu'à travers cette sous-partie.

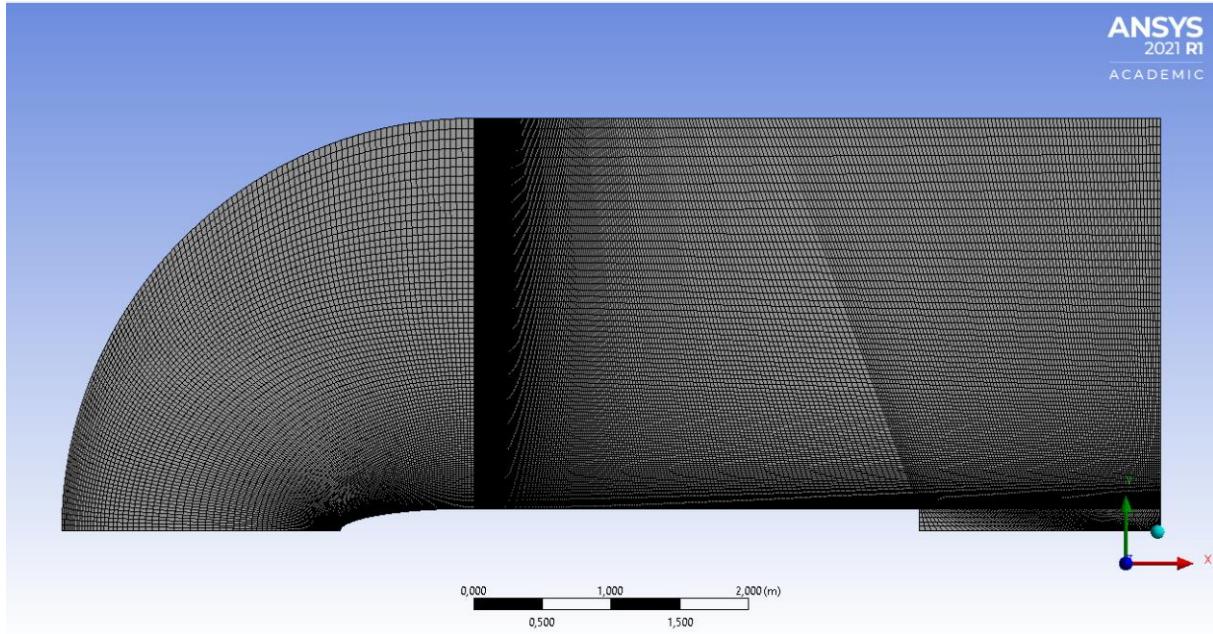


Figure 11 Maillage pour l'étude CFD

Comme le corps du missile est considéré axisymétrique, nous n'étudierons qu'une moitié de missile dans le but d'économiser du temps de calcul. Aussi, le domaine est défini par $10D_m$ en longueur (nous nous intéressons surtout aux phénomènes se produisant aux abords de l'ogive) et la largeur du domaine est défini à partir de l'angle de Mach : $\mu = \text{Arcsin} \left(\frac{1}{M_0=2} \right) = 30^\circ$. En effet, connaissant cet angle et la longueur du missile (ici $10D_m$), la largeur est donnée par $\tan(30^\circ) \times 10D_m$, auquel on ajoute une marge de 1 m. Le maillage est réalisé finement sur les parois du missile et dans la région où se produiront les chocs.

En ce qui concerne la paramétrisation du solveur, nous étudions un écoulement d'un fluide supersonique ($M = 2$) composé d'air (supposé être un gaz parfait) sur une surface en aluminium. Nous utiliserons un modèle de turbulence (supersonique), $k - \omega$ largement utilisé pour ce type de problème qui nécessite d'être précis près des parois. Un modèle $k - \omega SST$, peut être utilisé si l'on souhaite affiner plus encore l'étude, puisqu'il a l'avantage de combiner le modèle $k - \omega$ précis proche de la paroi et le modèle $k - \varepsilon$ précis loin du corps. Mais dans notre cas, le modèle choisi est suffisant pour réaliser le dimensionnement de l'ogive.

Nous définissons les conditions aux limites suivantes :

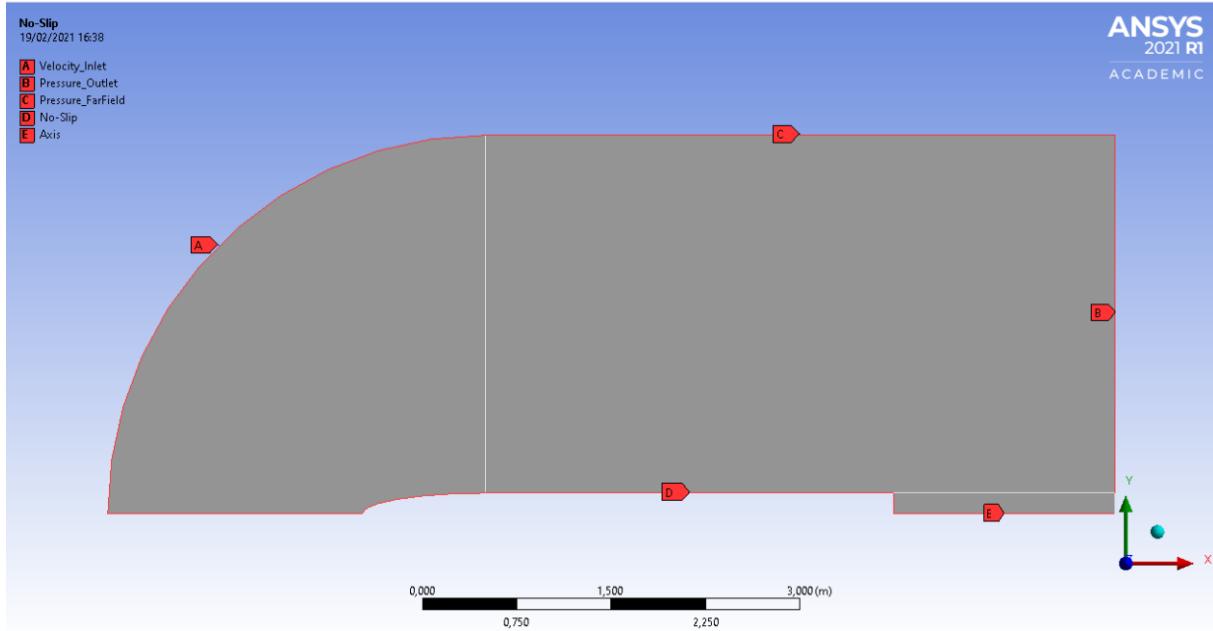


Figure 12 Conditions aux limites étude CFD

Le calcul est initialisé et exécuté, il converge en approximativement 200 itérations pour chaque simulation réalisée.

Examinons les résultats obtenus :

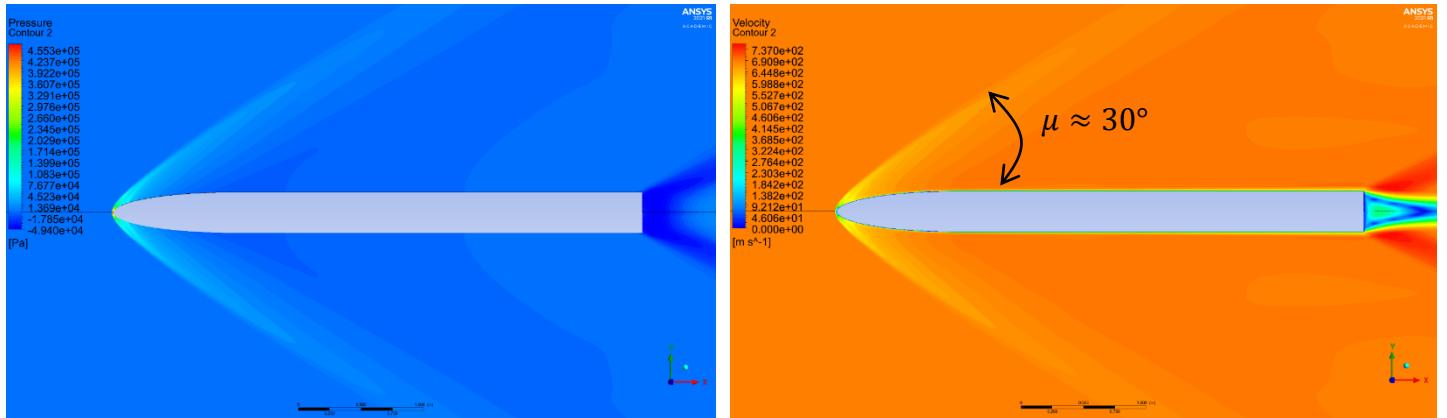


Figure 13 Résultats de simulation ogive parabolique à Mach 2

Lorsque l'ogive est émoussée et soumise à un écoulement supersonique, comme c'est le cas ici, nous observons sur la Figure 13 qu'un choc détaché et fort se produit. La pression totale diminue, mais la pression statique augmente fortement en aval sur la paroi de l'ogive. La traînée d'onde et de pression augmentent considérablement. Nous obtenons d'ailleurs pour le coefficient de traînée : $C_{D_{sup}} = 0.3886$. Nous notons aussi la présence d'une poche subsonique au « nez » de l'ogive mais au-delà même si l'écoulement est ralenti au travers du choc, il reste

supersonique. Au culot du missile, l'écoulement est perturbé par la singularité de la géométrie, cette perturbation liée à l'arrêté, provoque une détente isentropique. L'écoulement est alors fortement accéléré et la pression diminue.

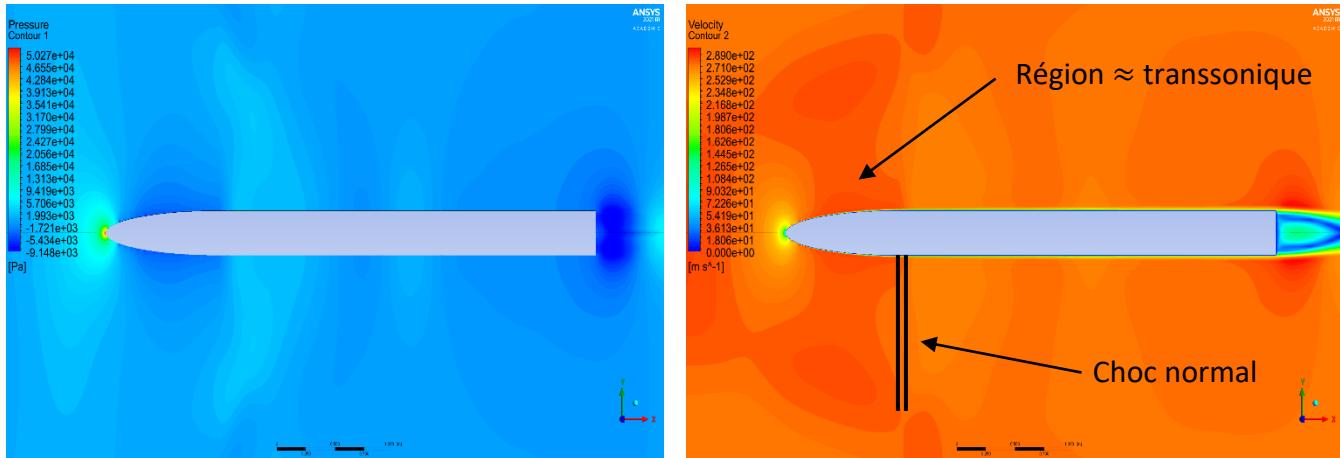
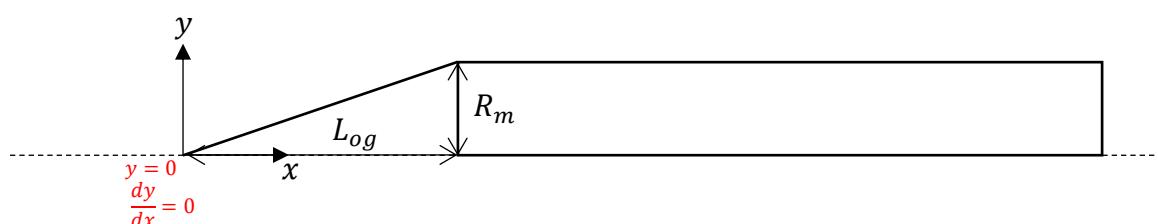


Figure 14 Résultats de simulation ogive parabolique à Mach 0.8

Dès lors que l'écoulement n'est plus supersonique, il n'y a plus de choc en amont de l'ogive. Le nez de l'ogive étant émussé, les lignes de courant sont fortement comprimées, c'est pourquoi nous observons une zone de forte pression dans cette région. Lorsque le nombre de Mach est dans une certaine plage de valeur, l'écoulement est quasiment transsonique. L'écoulement passe alors du subsonique au supersonique au travers d'une succession d'onde de détente. L'écoulement en aval redevient subsonique à l'issu d'un choc normal et fort, il augmente la traînée d'onde, mais en subsonique, c'est surtout la traînée de frottement qui domine. Le coefficient de traînée est tel que : $C_{D_{sub}} = 0.2329$, cette valeur est inférieure à celle obtenue en supersonique puisque les formes arrondies et faiblement élancées sont à privilégier (réduction de la surface mouillée donc de la traînée de frottement).

6.2 Étude d'une pointe conique

Cette forme est très commune puisqu'elle est simple à réaliser et est souvent choisie pour ses caractéristiques de traînée. Les génératrices du cône sont tout simplement données par une fonction affine : $y(x) = ax + b$.



Après résolution, nous obtenons : $y(x) = \frac{R_m}{L_{og}}x, x \in [0, L_{og}]$.

Les résultats de la simulation sont donnés ci-dessous :

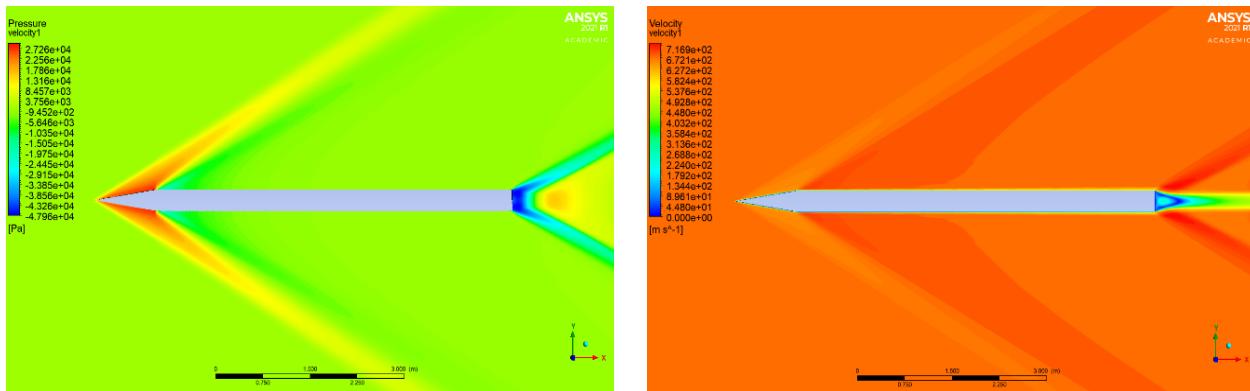


Figure 15 Résultats de simulation ogive conique à Mach 2

Lorsque l'ogive à la forme d'une cale, le choc est conique (ou oblique), attaché et faible. Comme au travers de tout choc, la pression statique augmente et la vitesse diminue. La contribution de la traînée d'onde et de la traînée de pression sont majoritaires dans le bilan de traînée final. En supersonique l'élancement et la forme de l'ogive ont un effet significatif sur la traînée d'onde de la pointe avant, en particulier pour les élancements faibles, augmenter l'élancement permet de diminuer la traînée d'onde, mais la surface mouillée augmente en conséquence et avec elle, la traînée de frottement. Il faut donc trouver un compromis entre diminuer d'un côté la traînée d'onde et augmenter de l'autre, la traînée de frottement. Une forme aiguë s'avère être plus efficace en supersonique. En effet, le coefficient de traînée supersonique est égal à : $C_{D_{sup}} = 0.3698$.

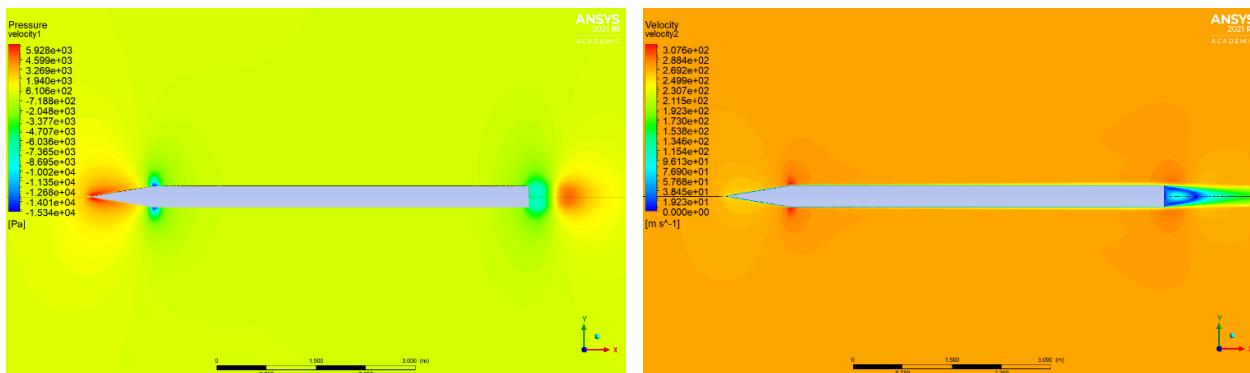


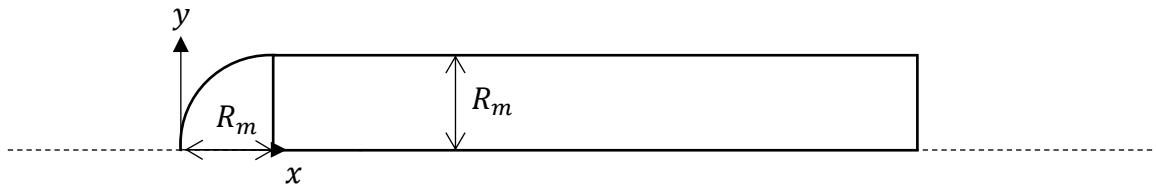
Figure 16 Résultats de simulation ogive conique à Mach 0.8

En subsonique, nous remarquons comme pour la forme précédente, la zone de forte pression au niveau du nez et la zone où l'écoulement est accéléré. Par contre, l'ogive perd de son intérêt, puisque le coefficient de frottement subsonique a augmenté : $C_{D_{sub}} = 0.3651$.

6.3 Étude d'une pointe hémisphérique

Cette forme n'est, en pratique que très peu utilisée, en effet, bien qu'elle offre un volume interne élevé en comparaison des autres formes, la traînée est considérablement augmentée et ce, tant en subsonique, qu'en supersonique si bien que le bilan aérodynamique n'est pas très favorable.

L'équation d'une telle forme est donnée dans notre cas par : $\begin{cases} x = R_m(1 + \cos(\theta)) \\ y = R_m \sin(\theta) \end{cases}, \theta \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$



Examinons les résultats obtenus :

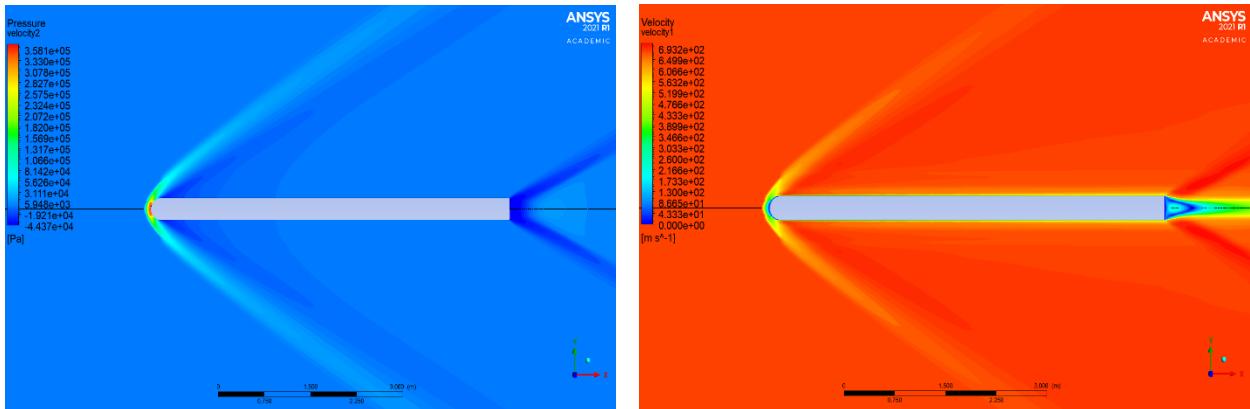


Figure 17 Résultats de simulation ogive hémisphérique à Mach 2

Conformément à la forme de l'ogive, le choc est détaché, en forme d'arc et dans la « poche » la pression est élevée et la vitesse subsonique. Une forme hémisphérique est plus courte que les autres formes, présente un faible élancement et particulièrement émoussée. Par conséquent, le coefficient de traînée supersonique est relativement élevé : $C_{D_{sup}} = 0.9869$.

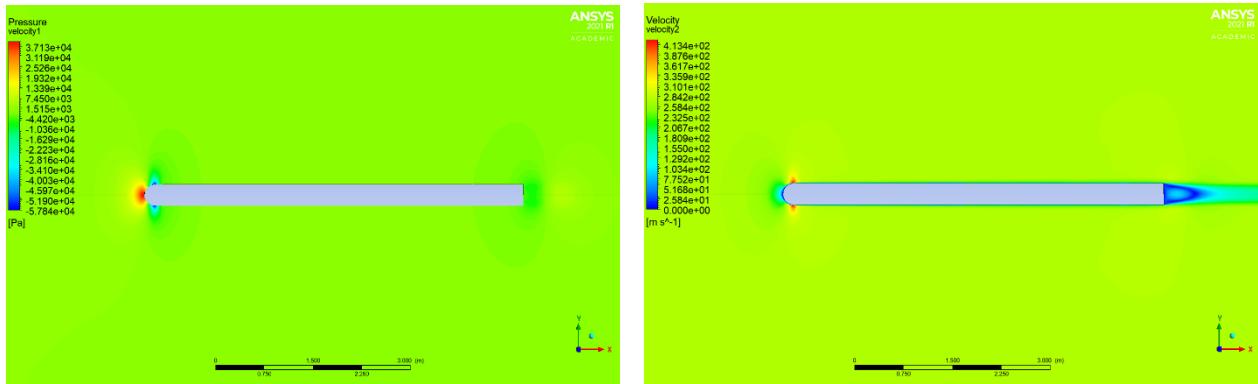
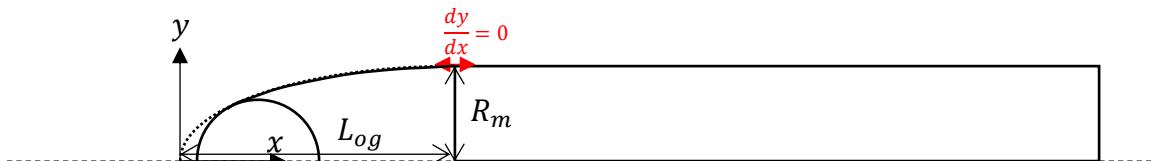


Figure 18 Résultats de simulation ogive hémisphérique à Mach 0.8

En subsonique, il n'y pas de choc au niveau du nez, la zone de forte pression est liée aux compressions des lignes de champs sur la demi-sphère. Comme précédemment, une zone transsonique se développe aux jointures de l'ogive (augmentation de la traînée). Le coefficient de traînée d'une telle configuration est égal à : $C_{D_{sub}} = 0.3281$. Il est plus élevé que celui de la forme parabolique, car la zone transsonique est plus intense et plus marquée. La traînée est donc plus élevée.

6.4 Étude d'une pointe parabolique tangente tronquée par une sphère

Une forme en ogive parabolique peut être tronquée par un morceau de sphère, l'objectif étant d'émousser l'ogive pour éviter qu'elle se termine par une pointe.



Les résultats de simulation sont disponibles ci-après.

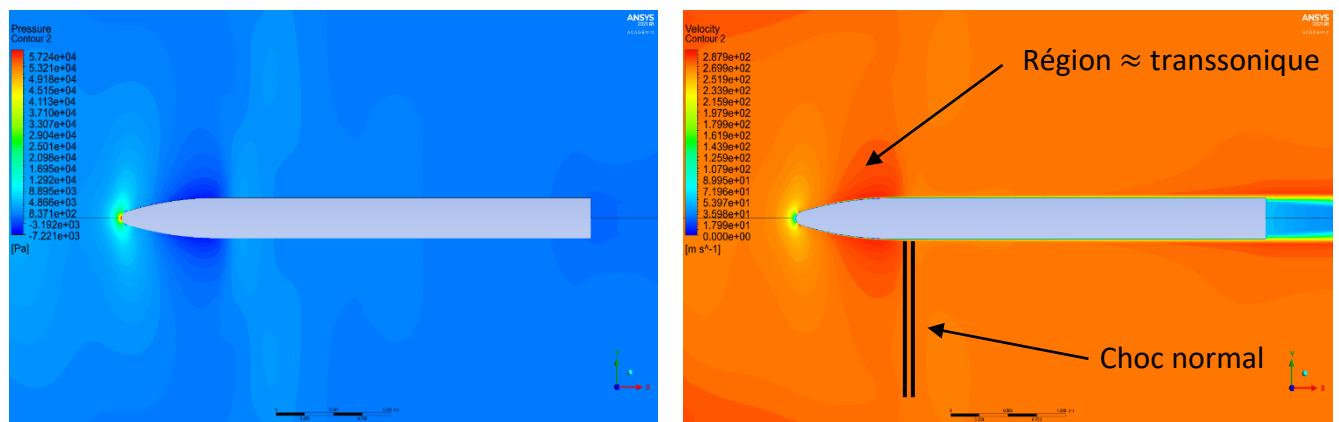


Figure 19 Résultats de simulation ogive parabolique tangente tronquée par une sphère à Mach 0.8

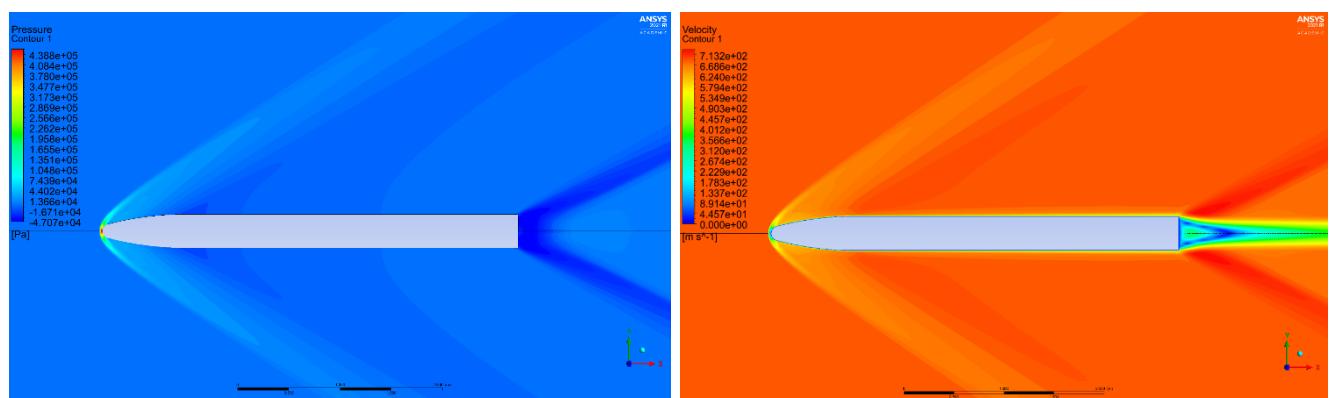


Figure 20 Résultats de simulation ogive parabolique tangente tronquée par une sphère à Mach 2

L'ogive parabolique tronquée par une sphère est sensiblement identique à l'ogive parabolique traitée précédemment. Néanmoins, comme elle est plus courte le coefficient de traînée subsonique est plus petit : $C_{D_{sub}} = 0.1318$, cette forme s'avère être particulièrement efficace en subsonique (bon compromis entre faible traînée et volume d'emport élevé). En supersonique, le coefficient de traînée est comme attendu, assez élevé mais reste évidemment meilleur que la pointe hémisphérique : $C_{D_{sup}} = 0.4151$.

6.5 Étude d'une pointe générée avec une fonction de *Haack* ou ogive de *Von Kármán*

Contrairement aux formes de pointe avant précédentes, celle obtenu par la fonction de *Haack* n'est pas construite à partir de bases géométriques. En effet, ces formes proviennent de résultats à la fois mathématiques et d'essais, afin de minimiser la traînée aérodynamique. Bien que la fonction de *Haack* existe pour toute valeur du paramètre C, deux valeurs de C se

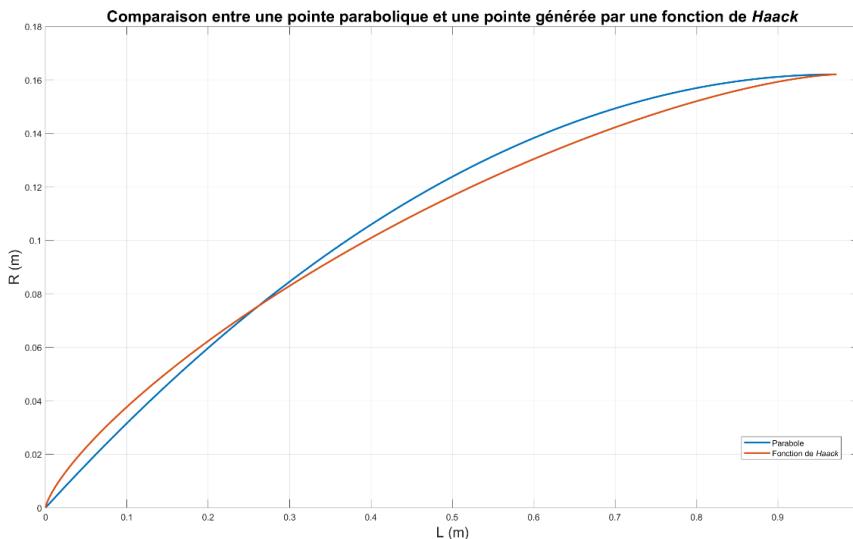
distinguent par l'interprétation que nous pouvons en faire. Lorsque $C = 0$, on obtient la **traînée minimale pour une longueur et un diamètre donnés (LD-Haack)** que l'on appelle communément : ogive de *Von Kármán*, et lorsque $C = \frac{1}{3}$, on obtient la traînée minimale pour une longueur et un volume donnés (*LV-Haack*). Les pointes avant construites sur les fonctions de *Haack* ne sont pas parfaitement tangentes, à leur base, au corps du missile. La discontinuité de la tangente est cependant généralement très faible pour être indiscernable. Aussi, l'extrémité des pointes avant construites sur les fonctions de *Haack* ne présentent pas une pointe aigüe mais sont légèrement arrondies dans le but d'optimiser le volume d'emport.

La fonction de *Haack* est donnée⁴ par :

$$y(x) = R_m \frac{\sqrt{\cos^{-1}\left(1 - \frac{2x}{L_{og}}\right) - \frac{\sin\left(\cos^{-1}\left(1 - \frac{2x}{L_{og}}\right)\right)}{2} + C \sin^3\left(\cos^{-1}\left(1 - \frac{2x}{L_{og}}\right)\right)}}}{\sqrt{\pi}}$$

Comme nous connaissons la longueur et le diamètre de l'ogive nous avons :

$$y(x) = R_m \frac{\sqrt{\cos^{-1}\left(1 - \frac{2x}{L_{og}}\right) - \frac{\sin\left(\cos^{-1}\left(1 - \frac{2x}{L_{og}}\right)\right)}{2}}}{\sqrt{\pi}}, x \in [0, L_{og}]$$



⁴ [Aérodynamique de la pointe avant](#), Wikipédia

Examinons les résultats obtenus :

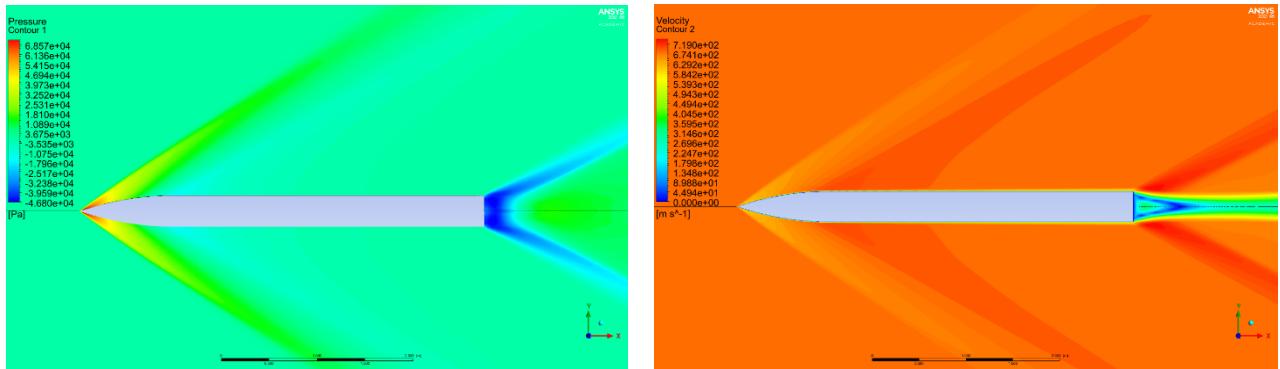


Figure 21 Résultats de simulation ogive de Von Kármán à Mach 2

L'ogive de Von Kármán présente les avantages de l'ogive parabolique et de l'ogive conique. Le choc est conique, faible et attaché, la pression augmente fortement en aval du choc et la vitesse diminue. Le coefficient de traînée est égal à : $C_{D_{sup}} = 0.3390$, nous constatons que c'est le meilleur coefficient de traînée obtenu en régime supersonique.

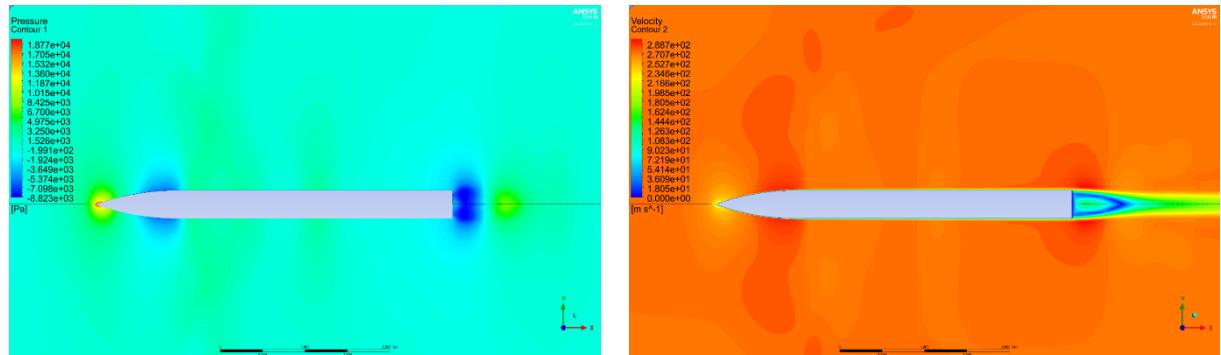
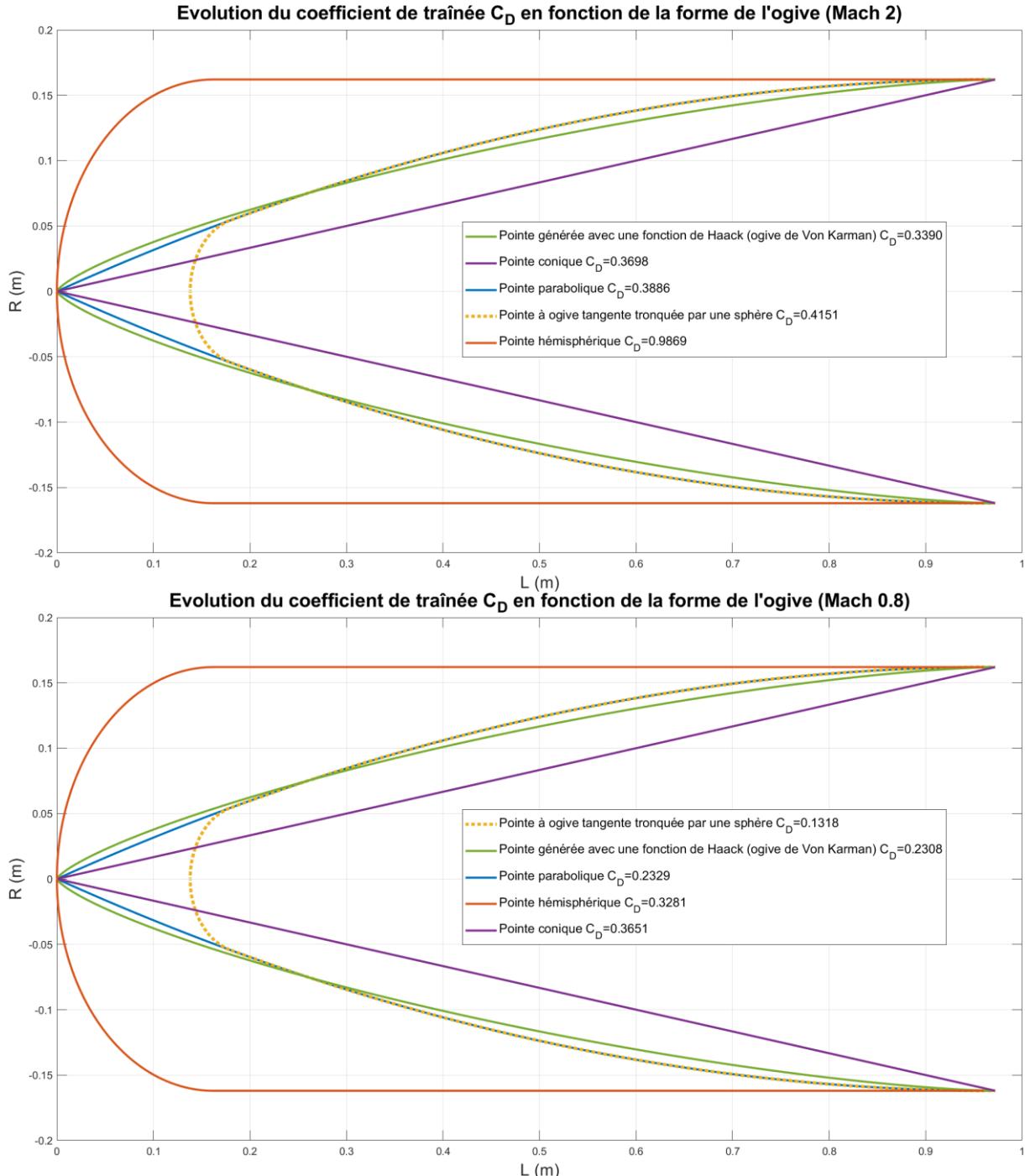


Figure 22 Résultats de simulation ogive de Von Kármán à Mach 0.8

En subsonique, là encore, l'ogive se comporte comme l'ogive parabolique, d'ailleurs leur coefficient de traînée sont similaires, en effet, nous obtenons un coefficient de traînée égal à : $C_{D_{sub}} = 0.2308$.

6.6 Choix de la forme de l'ogive

Si nous synthétisons les résultats précédents sur la figure ci-dessous, nous avons :



Comme attendu, l'ogive de *Von Kármán* est celle qui permet d'obtenir le coefficient de traînée le plus faible pour une longueur et un diamètre d'ogive donnés, suivie de la pointe conique et parabolique. Les coefficients de traînée les plus élevés correspondent à la forme hémisphérique et la forme tronquée par une sphère. De ce fait, les formes ayant une pointe pointue, où le choc

est faible et attaché, ont un coefficient de traînée plus faible que les formes émoussées où le choc est détaché et fort. En effet, pour les aéronefs, nous savons qu'en dessous d'un nombre de Mach aux alentours de 0.8, la traînée de pression et la traînée d'onde sur la pointe avant sont négligeables. Le paramètre majeur de la traînée est la traînée de frottement, qui dépend fortement de la surface mouillée, de la régularité de cette surface, et de la présence de discontinuité de la surface. Par exemple, pour les missiles subsoniques, une forme lisse, parabolique, courte et tronquée (une pointe parabolique tangente tronquée par une sphère) est généralement préférable. Dans les régimes transsoniques et supersoniques, où la traînée de pression et la traînée d'onde augmentent considérablement, la forme de la pointe avant devient très significative. Les facteurs qui influencent la traînée de pression et la traînée d'onde sont la forme générale du nez de l'ogive, son élancement (rapport de sa longueur à son diamètre), déjà fixé dans notre cas, et sa régularité.

Ainsi, nous choisirons la forme générée par la fonction de *Haack*, donnant une ogive de *Von Kármán*, pour l'ogive du missile Exocet +, puisqu'elle permet d'avoir une faible traînée aussi bien à Mach 0.8 (largage) qu'à Mach 2 (croisière) tout en ayant un grand volume d'emport.

7. Calcul du centre de gravité

Pour calculer le centre de gravité du missile, nous faisons l'hypothèse que les éléments du missile sont isotropes, ainsi nous pouvons dire que les centres de gravité des parties du missile appartenant à l'axe longitudinal du missile, se situe au centre du cercle génératrice. Nous découpons le missile en différentes parties caractéristiques pour simplifier le problème.

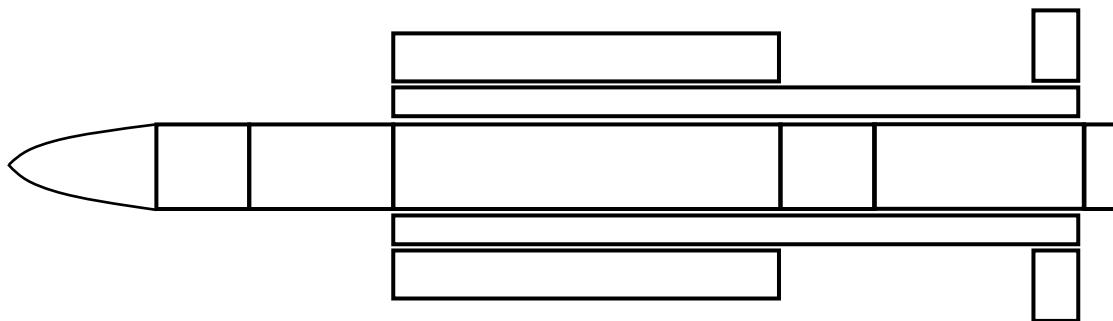


Figure 23 Représentation schématique du missile

Nous avons commencé par le calcul du centre de gravité de l'ogive.



Figure 24 Coupe de l'ogive

Nous avons calculé en Annexe 8 l'équation de la parabole.

Ensuite, nous avons calculé le centre de gravité grâce au théorème des moments dans l'Annexe 9.

$$\text{Nous trouvons } x_{g_{ogive}} = \frac{3}{5} l_{ogive} \approx 0.5834 \text{ m.}$$

Nous avons aussi déterminé la position du centre de gravité à l'aide de CATIA (voir Annexe 9). Nous trouvons $x_{ogive} = 0.604 \text{ m}$, soit un écart relatif entre la valeur théorique et la valeur de CATIA de 3.5310 %. La formule théorique $\left(\frac{3}{5} l_{og}\right)$ est valable pour une parabole, or notre missile est équipé d'une ogive de *Von Kármán*, forme que nous avons créée sur CATIA. La formule théorique n'est donc plus valable (ceci explique l'écart entre les deux valeurs). Néanmoins, l'écart relatif montre qu'elle nous donne une très bonne approximation.

Ensuite, nous traitons les parties du missile où le centre de gravité ne varie pas en fonction du temps tel que les équipements de guidage, la charge militaire, la case moteur et la tuyère d'accélération. Nous allons donc poser le centre de gravité au milieu de la longueur de chacune de ces parties.

Nous nous sommes attardés sur les parties du missile qui n'appartiennent pas à l'axe principal telles que les entrées d'air, les ailes et les gouvernes. Dans le cas de notre missile, nous avons pour chacun des éléments cités précédemment, quatre parties réparties symétriquement de chaque côté du missile, ainsi le centre de gravité de l'élément, dans son ensemble, se situe au barycentre des quatre parties. Comme le barycentre est situé sur l'axe principal du missile, nous pouvons utiliser la même méthode de calcul que pour les autres éléments.

Enfin, il reste les éléments avec un centre de gravité variant au cours du temps tels que les deux réservoirs de carburant.

Il existe deux types de vidange de carburant : la vidange en vessie ou la vidange par piston.

La vidange en vessie s'effectue dans le sens radial, des pistons sur la partie externe du cylindre poussent le carburant au centre pour permettre à la pompe d'apporter le carburant dans la chambre de combustion (voir Figure 25).

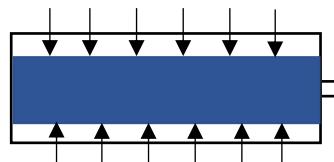


Figure 25 Vidange en vessie

Nous remarquons que la vidange en vessie ne fait pas varier le centre de gravité du réservoir.

La vidange par piston s'effectue selon l'axe principale du missile c'est-à-dire qu'il y a un piston au fond du cylindre qui pousse le carburant vers la pompe (voir Figure 26).



Figure 26 Vidange par piston

Nous remarquons dans ce cas que la position du centre de gravité dépend du remplissage. Ainsi, au cours de la croisière celle-ci va se déplacer vers l'arrière dans le réservoir.

La phase d'accélération nécessitant une forte poussée en peu de temps, il convient d'utiliser un système de vidange par vessie pour le réservoir d'accélération. De ce fait, la position du centre de gravité de ce dernier ne se déplace pas pendant la poussée. Pendant la transition entre les deux phases, la tuyère d'accélération est éjectée, la position du centre de gravité globale du missile se déplace. Enfin, pour la croisière, il faut distinguer les deux types de vidange.

Nous avons donc réalisé un code MATLAB qui calcule le centre de gravité en fonction du temps pour les deux types de vidange.

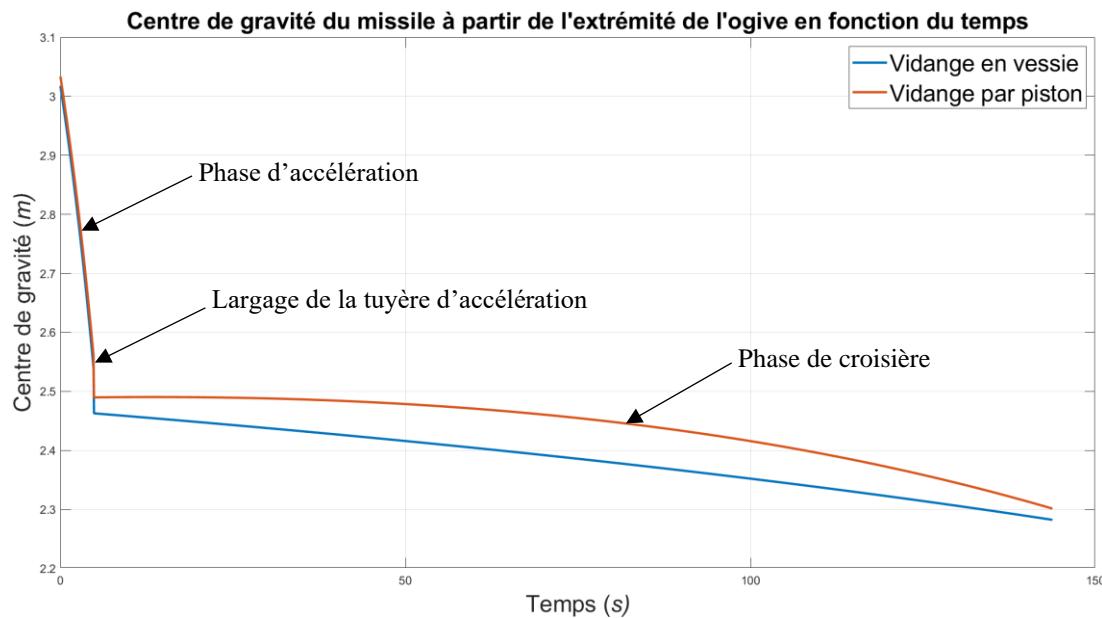


Figure 27 Evolution de la position du centre de gravité du missile à partir de l'extrémité de l'ogive en fonction du temps

Pendant la croisière, nous remarquons que pour la vidange en vessie le centre de gravité se déplace linéairement vers l'avant du missile. Au contraire, avec vidange par piston la position du centre de gravité se stabilise en début de croisière mais se déplace vers l'avant plus rapidement pendant celle-ci. A la fin de la mission, nous constatons que la position du centre de gravité est plus à l'avant du missile pour un système de vidange en vessie. Le déplacement du centre de gravité global au cours de la mission est d'environ 0.6 m le long du missile.

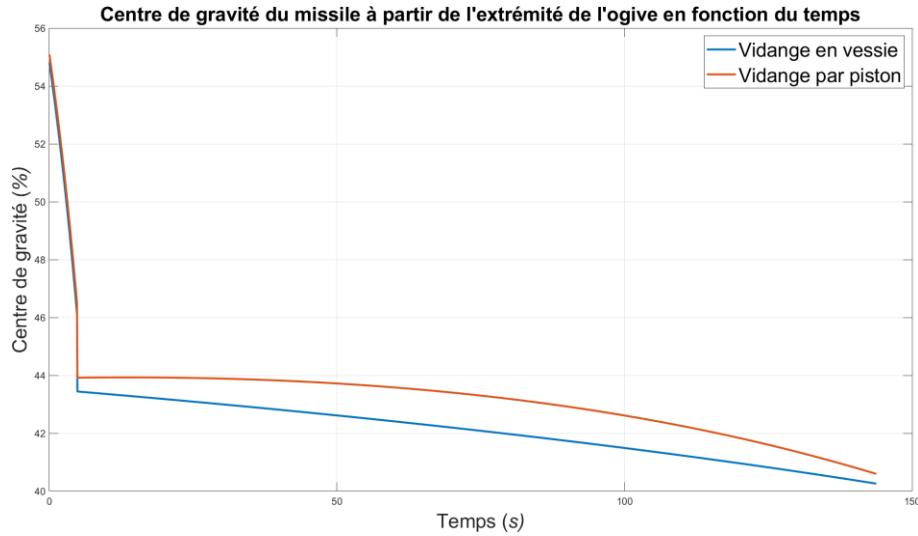


Figure 28 Evolution du centre de gravité en pourcentage de la longueur du missile en fonction du temps

Nous avons aussi tracé le centre de gravité en pourcentage de la longueur du missile. Nous remarquons qu'au lancement du missile le centre de gravité est situé sur la partie arrière du missile et qu'à la fin de la croisière il se situe à l'avant de ce dernier.

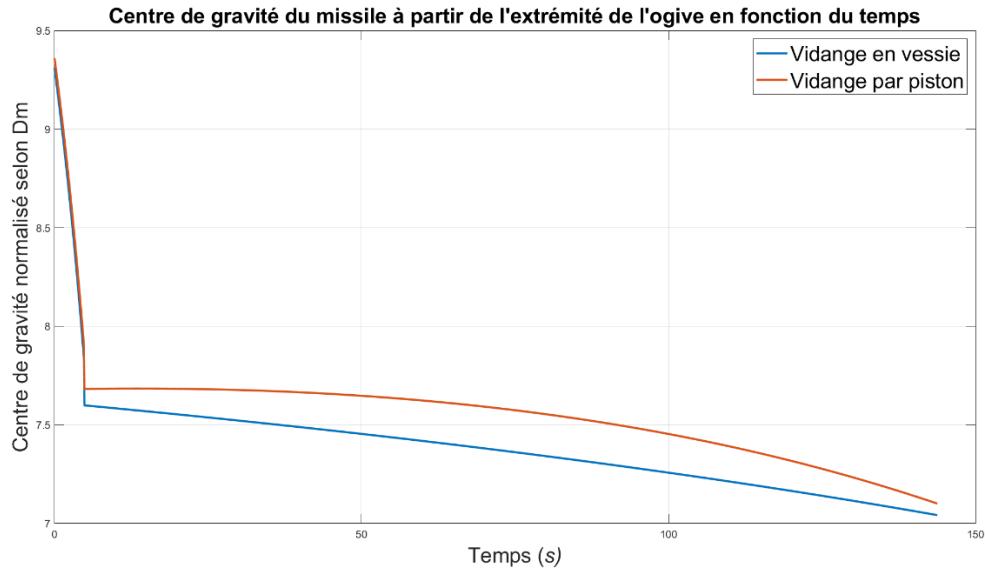


Figure 29 Evolution du centre de gravité normalisé par le diamètre du missile en fonction du temps

A priori, une technologie de vidange en vessie semble plus adaptée. En effet, le centre de gravité varie moins brusquement pendant la croisière et à la fin de la mission (éventuelles manœuvres) le centre de gravité est plus en avant avec ce système de vidange. Nous verrons par la suite que cela est fondamental.

8. Dimensionnement des entrées d'air

Les entrées d'air sont fondamentales pour les véhicules propulsés par des moteurs à combustion aérobiques. En effet, elles permettent d'apporter le débit nécessaire à la combustion et permettent aussi de ralentir l'écoulement pénétrant dans le moteur.

8.1 Fonctionnement externe des entrées d'air

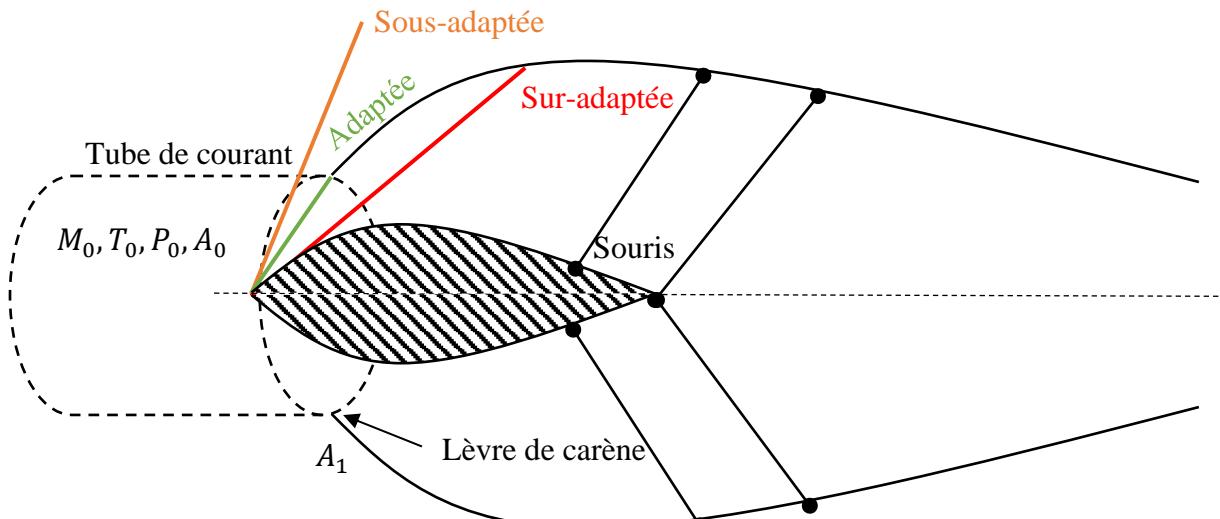


Figure 30 Fonctionnement externe d'une entrée d'air

Pour caractériser le fonctionnement externe d'une entrée d'air nous définissons le coefficient de débit, défini comme le rapport de la section du tube de courant par la section au niveau de la lèvre de carène. Ainsi, nous poserons : $\varepsilon = \frac{A_0}{A_1}$, avec A_0 fixée par le débit moteur.

L'écoulement amont étant supersonique, il faut le ralentir et le comprimer, pour assurer le bon fonctionnement du statoréacteur (fonctionnement subsonique). Pour cela, l'entrée d'air est équipée d'une « souris » permettant d'engendrer un choc conique ou oblique (en fonction de la forme de l'entrée d'air).

Dans le cas où l'entrée d'air est sous-adaptée, le tube de courant est moins large que la section de l'entrée d'air, autrement dit, $A_0 < A_1 \Rightarrow \varepsilon < 1$ et le choc se produit en amont de l'entrée d'air, soumettant le carénage de l'entrée d'air à de fortes variations de pression.

Dans le cas où l'entrée d'air est sur-adaptée, la section du tube de courant est sensiblement égale à la section de l'entrée d'air (dans la pratique légère variation avec l'incidence notamment, $\varepsilon \approx 1$), au niveau de la lèvre. Néanmoins, le choc primaire se produit à l'intérieur

de l'entrée d'air, et en se réfléchissant sur le carénage, entraîne la création d'un « train » de chocs augmentant fortement la pression et la température dans l'entrée d'air. Ce type de configuration n'est donc pas à privilégier pour la tenue structurelle (vibration par exemple) de l'entrée d'air et pour le bon fonctionnement du statoréacteur.

Enfin, dans le cas où l'entrée d'air est adaptée, la section du tube de courant est sensiblement égale à la section de l'entrée d'air, au niveau des lèvres. Le choc se produit au niveau des lèvres de carène, cette configuration est optimale, puisqu'il n'y a pas de variation brusque de pression sur le carénage et la pression à l'intérieur de l'entrée d'air n'augmente qu'au travers d'un unique choc (pas d'augmentation successive issue d'un « train » de chocs). Cependant, dans la pratique, assurer l'adaptation de l'entrée à chaque instant exige que la « souris » soit à géométrie variable. Précisément, il faut pouvoir la déplacer longitudinalement, pour s'assurer que le choc épouse tout au long du vol, la lèvre de carène. Un tel dispositif est plus complexe à mettre en œuvre, plus lourd et plus onéreux pour un missile d'une faible durée de vie et d'un intérêt opérationnel relativement moindre (ce n'est pas un missile nucléaire de dissuasion).

C'est pourquoi, nous chercherons à avoir une entrée d'air sous-adaptée la plus proche possible de l'adaptation.

8.2 Fonctionnement interne des entrées d'air

Intéressons-nous maintenant à ce qu'il se passe à l'intérieur de l'entrée d'air. Le fonctionnement interne de l'entrée d'air est caractérisé par un autre coefficient, l'efficacité définie par :

$$\eta_{0,2} = \frac{p_{i,2}}{p_{i,0}}$$

Nous allons étudier quatre cas de comportement interne de l'écoulement.

Dans le cas où l'entrée d'air est sous-adaptée (fonctionnement subcritique), le choc conique (ou oblique) est décollé de la lèvre et le choc normal (ou droit) se produit en amont de l'entrée d'air, des zones à fort gradient de pression apparaissent sur l'extrados du carénage de l'entrée d'air. La variation brutale entre la zone supersonique et la zone subsonique entraîne le décollement de la couche limite sur l'extrados et augmente considérablement la traînée (voir figure ci-après).

Si la différence de pression entre l'entrée de la prise d'air et la pression en entrée de combustion est trop élevée (i.e. si $p_{i,2}$ augmente fortement par exemple) des instabilités apparaissent,

l'écoulement est fortement perturbé et dans le cas extrême une inversion de ce dernier peut même se produire. On appelle ces grandes fluctuations de débit, phénomène de pompage, en raison de la nature de ce phénomène d'instabilité aérodynamique, qui donne naissance à des ondes longitudinales. L'inversion soudaine du débit s'apparente à un choc et ses conséquences mécaniques sont désastreuses. Dans ce cas, l'entrée d'air est mal alimentée, la prise d'air est donc désamorcée et le choc est détaché et fort, alors que les chocs attachés type conique ou oblique sont des chocs faibles.

Dans le cas où l'entrée d'air est adaptée, le fonctionnement interne est critique, le choc conique épouse la lèvre de carène, le choc normal se produit en aval de l'entrée. L'écoulement est fortement ralenti au travers du choc, la vitesse est ainsi réduite à un niveau approprié pour la chambre de combustion.

Dans le cas où l'entrée d'air est sur-adaptée (fonctionnement supercritique), le choc conique se produit à l'intérieur de la prise d'air et se réfléchit (succession de chocs coniques) jusqu'à atteindre les conditions donnant naissance à un choc droit. Cette succession de chocs génère de grandes variations de pression et de température qui peuvent nuire à la tenue structurelle et au bon fonctionnement de la prise d'air et du statoréacteur.

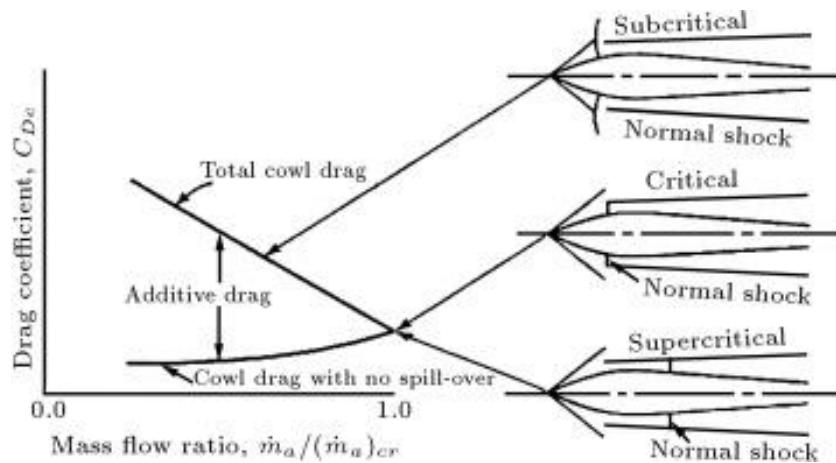
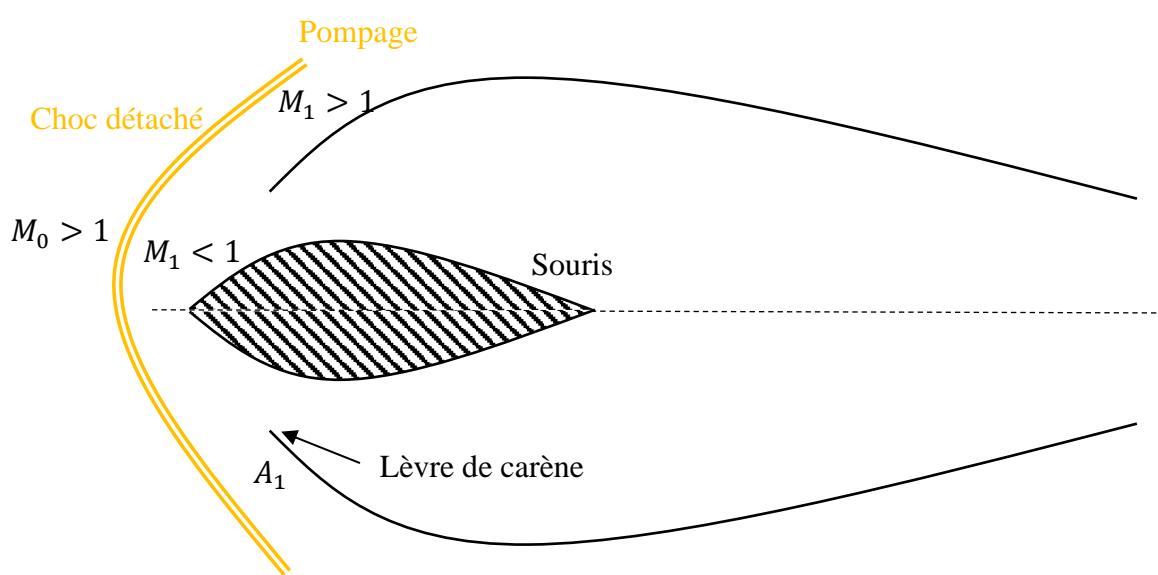
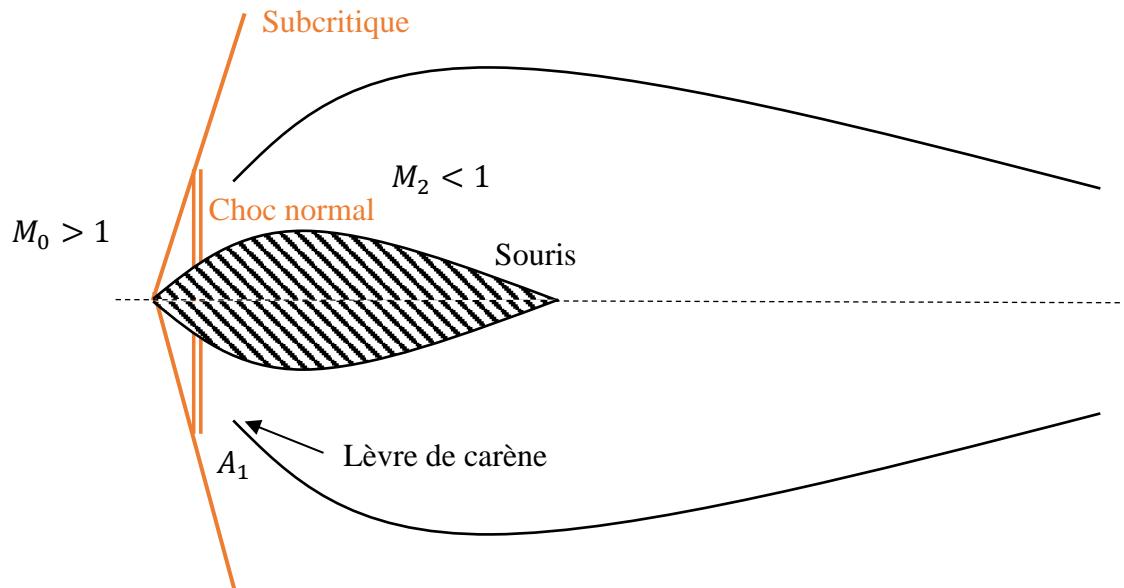


Figure 31 Evolution du coefficient de traînée en fonction du régime

Précédemment, nous avons défini deux coefficients : $\eta_{0,2}$ et ε , observons leur comportement en fonction du régime : en supercritique $p_{i,2} \nearrow \Rightarrow \eta_{0,2} \nearrow$, en subcritique $A_0 \searrow \Rightarrow \varepsilon \searrow$. Ces résultats sont illustrés par la courbe caractéristique, Figure 33 ci-après.

Nous nous placerons, dans le cadre de cette étude, en fonctionnement supercritique sensiblement proche du point critique pour que le « train » de chocs soit suffisamment faible.

Puisque pour les mêmes raisons que le fonctionnement externe, le mode critique nécessite que la prise d'air soit adaptée. Cela exige ainsi une « souris » variable.



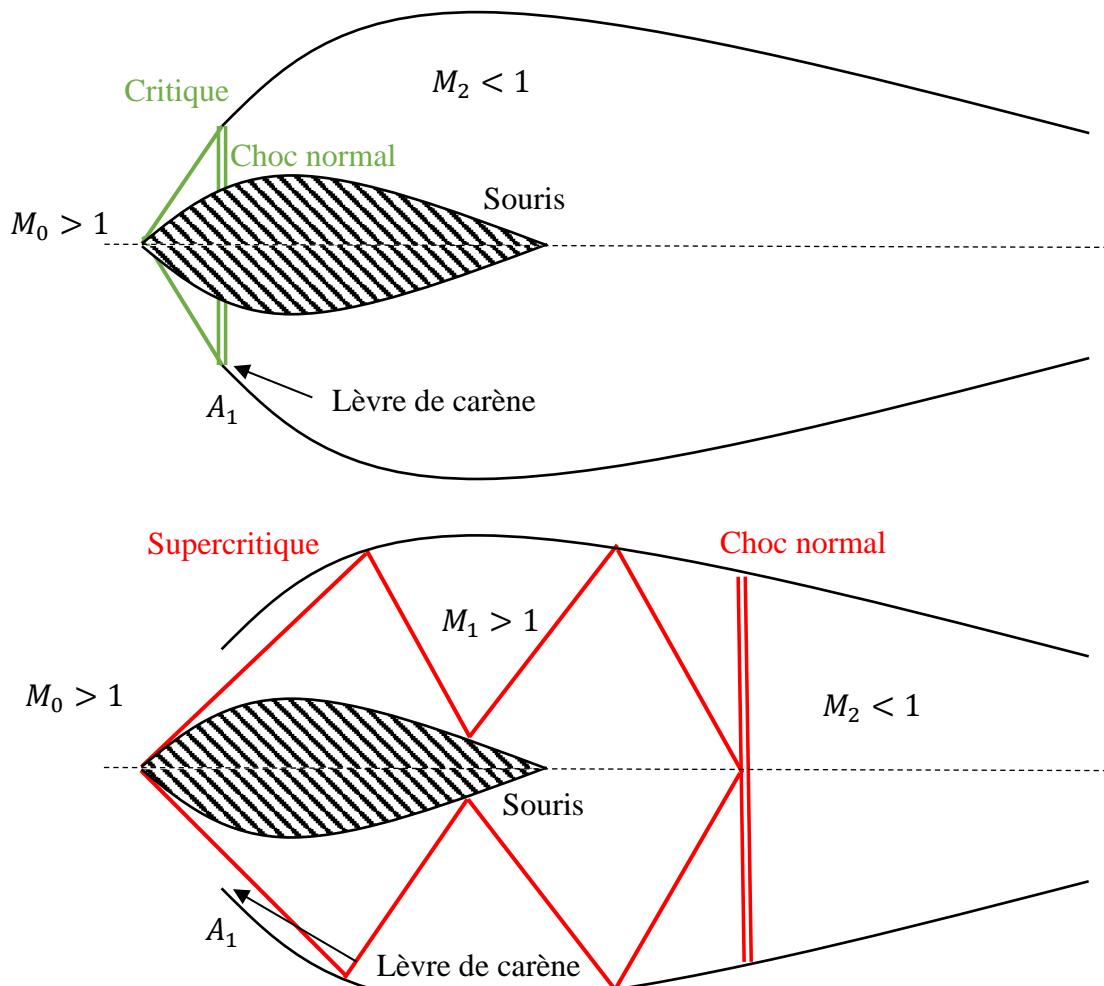


Figure 32 Fonctionnement interne d'une entrée d'air pour différents régimes

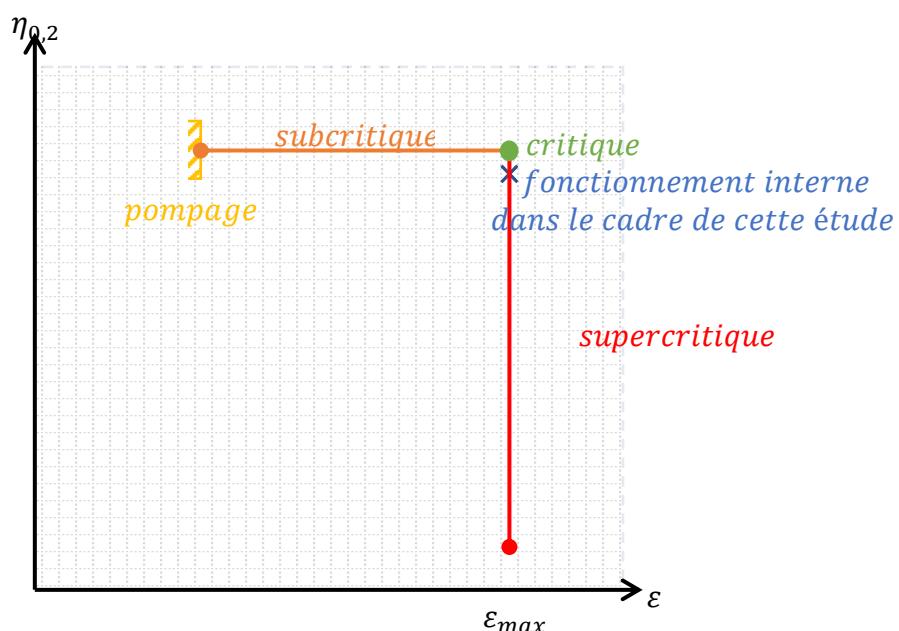


Figure 33 Courbe caractéristique efficacité en fonction du coefficient de débit

8.3 Types d'entrées d'air

Nous distinguerons quatre types d'entrées d'air.

8.3.1 Entrée d'air annulaire

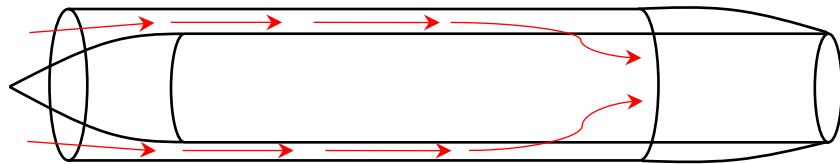
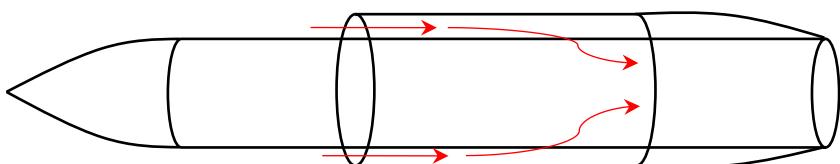


Figure 34 Entrée d'air annulaire (missile Yakhont)

L'avantage majeur de ce type de prise d'air est qu'elle est axisymétrique (résultat intéressant pour l'attitude du missile). D'autre part, comme l'entrée d'air est répartie tout autour du fuselage du missile, la traînée est relativement faible.

Néanmoins, l'écoulement étant très en amont, la prise d'air ingère la couche limite et les ondes de chocs ce qui a pour conséquence de fortement perturber le radar de guidage (aberration radar). De plus, il est difficile d'accrocher un missile équipé d'une prise d'air annulaire à un avion. En effet avec une épaisseur de peau de quelques millimètres de tôles, l'ensemble reste très fragile et il n'y a pas de points d'encrage solides.

8.3.2 Entrée d'air frontale



Ce type d'entrée d'air ressemble beaucoup à la précédente, sauf que l'écoulement est raccourci (autrement dit la prise d'air est raccourcie), la couche limite est toujours ingérée mais la tête du missile contenant le radar et le système de guidage est dégagée et n'est plus soumise aux chocs (suppression de l'aberration radar).

8.3.3 Entrée d'air en écope ou ventrale

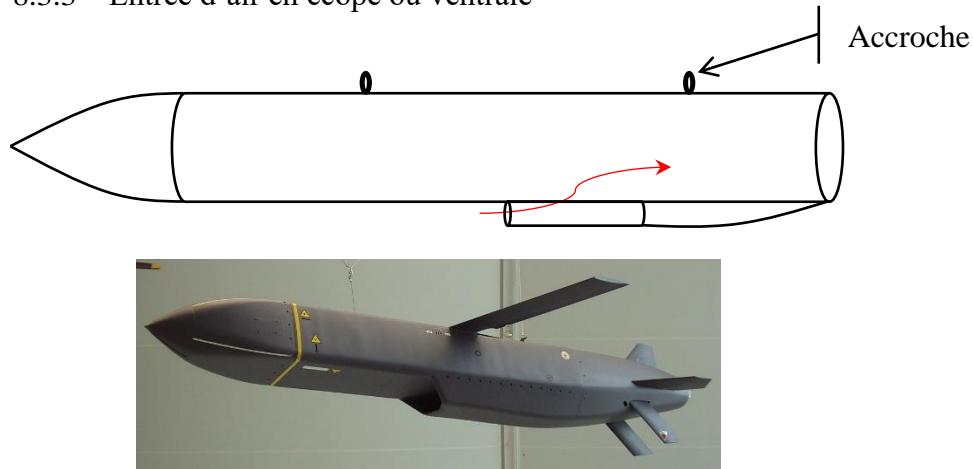


Figure 35 Entrée d'air ventrale (missile Apache)

L'avantage de ce type d'entrée d'air est qu'elle n'avale plus la couche limite⁵ (entrée décalée), la traînée est relativement faible, le missile est facilement accrochable aux points d'emports de l'avion. Toutefois, cette configuration est dissymétrique, le pilotage n'est possible qu'en tangage-roulis, le temps de réponse est plus donc plus élevé (faible manœuvrabilité).

8.3.4 Entrée d'air latérale

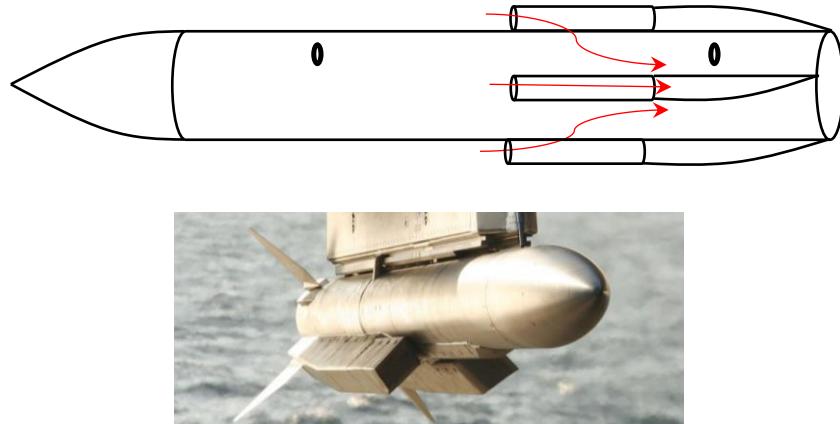
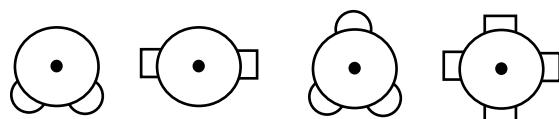


Figure 36 Entrée d'air latérale (missile Meteor)

L'avantage de ce type d'entrée d'air est que l'entrée est décalée (pas d'avalé de la couche limite, pas d'aberration radar). Elles sont modulaires :



⁵ Voir paragraphe 7.6

Elle permet au missile d'être facilement accroché à l'avion. Nous privilégions la configuration à quatre entrées d'air de manière à obtenir une symétrie d'attitude et assurer un pilotage en tangage-lacet (temps de réponse plus rapide). Cependant, avec cette configuration la traînée augmente, mais comme les surfaces engendrées par les entrées d'air contribuent à la portance, il s'avère qu'au final ce gain de portance compense le surplus de traînée, et nous permet d'obtenir des performances aérodynamiques proches des configurations précédentes. C'est donc ce type d'entrée d'air (avec quatre entrées) que nous utiliserons pour notre missile.

8.4 Formes d'entrées d'air

Nous nous intéressons à trois formes pour les entrées d'air.

8.4.1 Forme bidimensionnelle

Cette forme est adaptée pour les entrées d'air à géométrie variable (ce qui n'est pas notre cas), permet d'injecter un grand débit d'air au prix d'une traînée plus élevée.



Figure 37 Missile ASMP entrée d'air bidimensionnelle



8.4.2 Forme semi-circulaire

Pour cette forme le débit d'air et la traînée sont faibles.



Figure 38 Missile Moskit entrée d'air semi-circulaire

8.4.3 Forme circulaire

Cette forme à l'avantage d'assurer le meilleur compromis entre les deux géométries précédentes.



Figure 39 Missile Kh31 entrée d'air circulaire

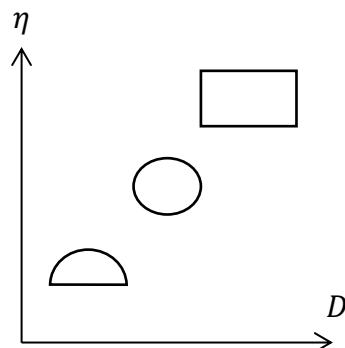
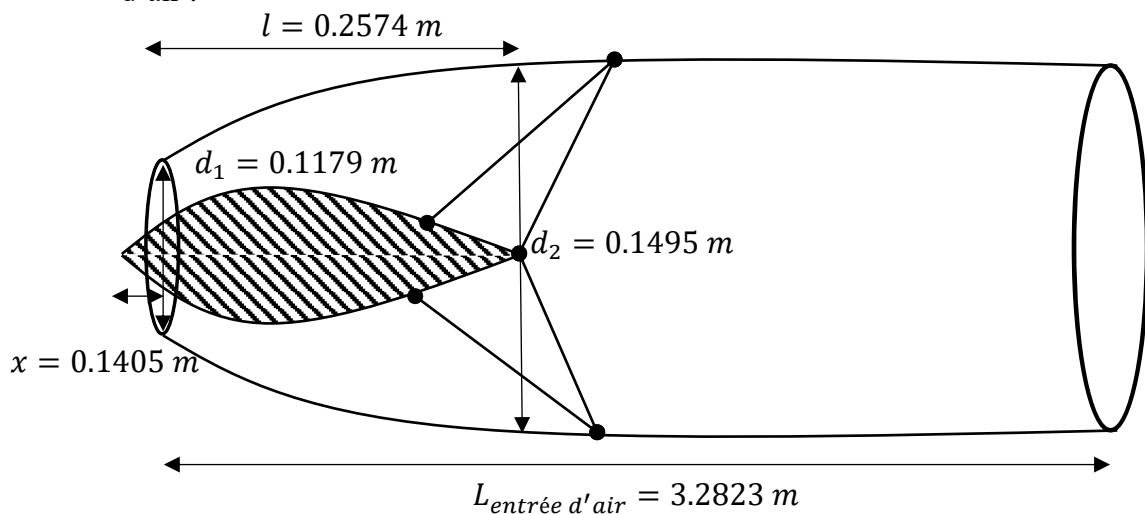


Figure 40 Efficacité en fonction de la traînée pour chaque forme d'entrée d'air

Nous adopterons donc des entrées d'air de forme circulaire.

8.5 Calcul des entrées d'air du missile Exocet+

Le calcul est détaillé dans l'Annexe 10, nous trouvons les dimensions suivantes pour l'entrée d'air :



8.6 Interface entre le carénage du missile et le carénage de l'entrée d'air

Lorsque l'on fixe l'entrée d'air au missile il est important de laisser un petit espace entre ces deux structures. En effet, si l'entrée d'air est « collée » au missile, la couche limite est « avalée » par l'entrée d'air. C'est pourquoi en laissant un interstice entre le missile et l'entrée, la couche limite est « piégée » et « brisée » par la forme en chevron du support, que l'on appelle « étrave » (voir la figure ci-dessous).

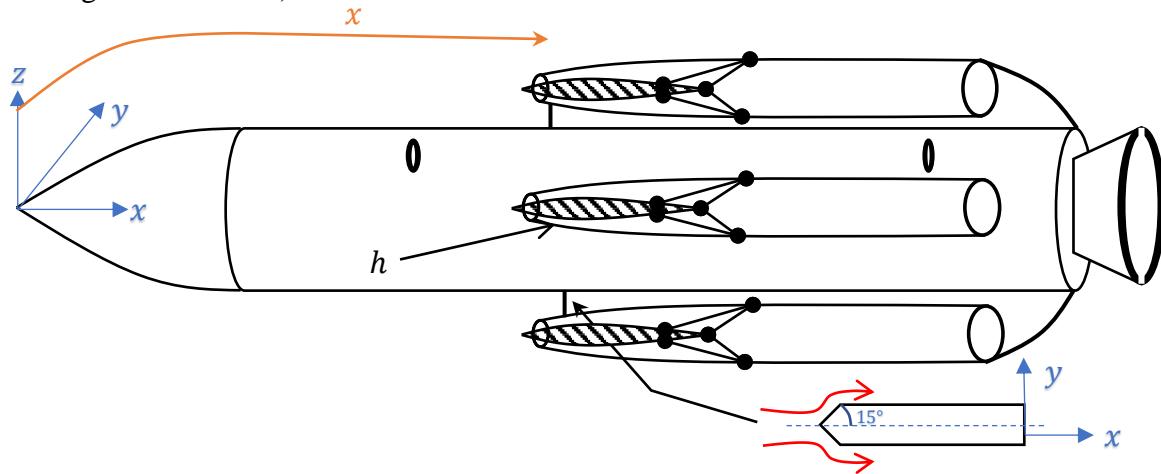


Figure 41 Illustration piège à couche limite

Nous cherchons à calculer la hauteur h que nous devons imposer pour piéger la couche limite et éviter qu'elle interfère dans le fonctionnement de nos entrées d'air et du statoréacteur.

Le calcul détaillé est disponible en Annexe 12.

De ce fait, nous obtenons la hauteur de l'interstice et l'épaisseur de la couche limite :

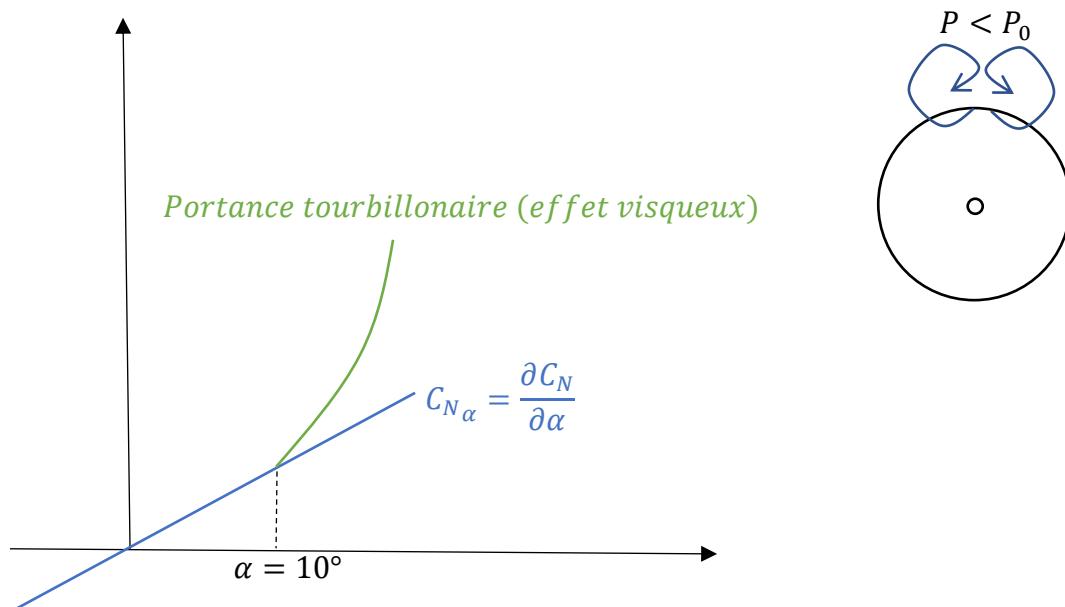
$$h \approx 0.0216 \text{ et } \delta_t \approx 0.0207 \text{ m}$$

Finalement, nous vérifions que $\delta_t < h$, la couche limite ne sera donc pas avalée par l'entrée d'air.

9. Dimensionnement aérodynamique : dimensionnement des voilures et des gouvernes

Un missile doit pouvoir évoluer sur une large plage d'incidence et de Mach, doit bénéficier d'une grande manœuvrabilité pour une large gamme de vitesse et doit supporter de forts facteurs de charge (10 à 50g). Dans cette partie nous travaillerons dans le repère engin et nous nous intéresserons uniquement à la portance.

De manière générale, la portance est donnée en fonction de l'incidence à partir d'une polaire $C_z - \alpha$.



Au-delà d'une certaine incidence (approximativement $\alpha = 10^\circ$), des tourbillons contrarotatifs apparaissent, le gradient de pression est négatif, il y a une dépression augmentant la portance : c'est la portance tourbillonnaire. La couche limite se décolle et ce gain de portance s'effectue au prix d'une augmentation de la traînée de pression. Néanmoins, pour un missile de ce type la traînée n'est pas une priorité. De plus, nous travaillerons à de faibles incidences, donc nous considérerons que la partie linéaire de la polaire ci-dessus.

Pour définir l'aérodynamique du missile nous avons besoin d'introduire trois paramètres :

- X_{cp} : le centre de poussée qui correspond au point d'application des forces
- X_{fa} : le foyer aérodynamique qui correspond au point de variation des forces
- X_G : le centre de gravité qui correspond au point du vol équilibré

La position du foyer aérodynamique dépend du Mach et définit la stabilité du missile. En effet, pour que le missile soit stable il faut qu'à chaque instant le foyer aérodynamique se trouve derrière (en partant de la pointe de l'ogive) le centre de gravité. Le braquage des gouvernes permet de manœuvrer de telle sorte que le centre de poussée soit égal au centre de gravité.

Pour chaque élément externe au missile (i.e. fuselage, voilure, gouverne) nous chercherons le couple $(C_{N\alpha}; \frac{X_{fa}}{D_m})$.

Nous sommes sujets aux quatre contraintes aérodynamiques suivantes :

- 1) La portance doit équilibrer le poids, cette contrainte définira les gouvernes
- 2) Le missile doit être stable aérodynamiquement en croisière (mais pas trop pour conserver une bonne manœuvrabilité), cette contrainte définira (éventuellement) les voilures

$$X_{fa} > X_G$$

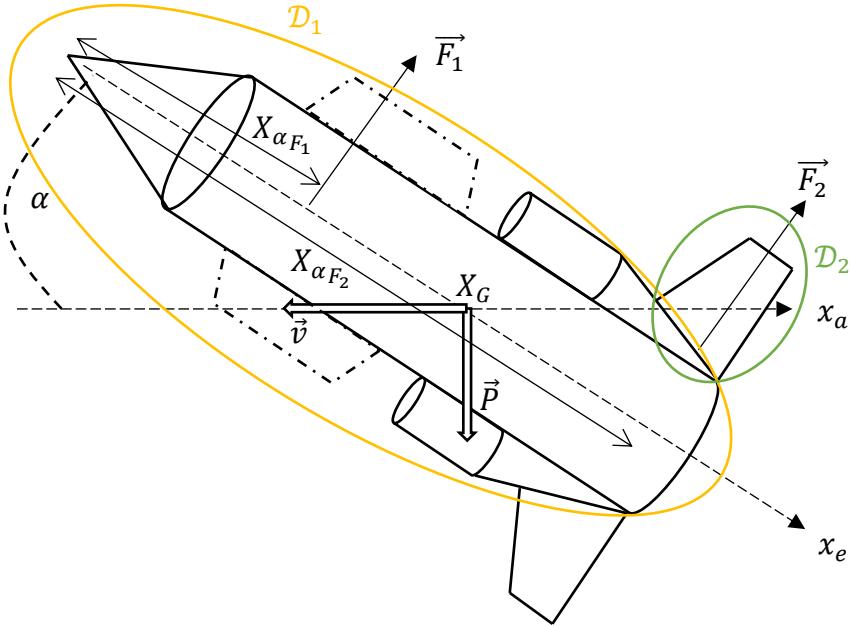
La Marge statique définie par $\frac{\Delta}{D_m} = \frac{X_{fa}}{D_m} - \frac{X_G}{D_m}$, doit être telle que : $0.5 \leq \frac{\Delta}{D_m} \leq 1$.

Comme l'efficacité du moteur est donnée par la plus mauvaise efficacité des entrées d'air, l'incidence maximale doit être relativement faible pour s'assurer que les entrées d'air soient bien alimentées. En effet avec l'augmentation de l'incidence, la vitesse sur l'intrados diminue alors le débit entrant dans la prise d'air décroît et celle-ci n'est donc plus alimentée adéquatement. Nous imposerons, en fin de mission, $\alpha_{max} \leq 8^\circ$.

- 3) Le missile doit être stable aérodynamiquement au largage (stabilité robuste puisque le missile ne doit pas percuter l'avion)

$$\left. \frac{\Delta}{D_m} \right|_{M=0.6} > 0$$

- 4) Sachant que le temps de réponse d'une gouverne est relativement élevé (10° à $15^\circ/s$) et qu'il faut compter une seconde pour établir l'aérodynamique, l'angle de braquage des gouvernes δ , doit être limité. Surtout en fin de mission là où la cible peut effectuer une manœuvre d'évitement, le missile doit répondre rapidement. C'est pourquoi, nous imposerons : $\delta_{max} \leq 25^\circ$.



Le domaine \mathcal{D}_1 comprend le fuselage, les entrées d'air et éventuellement les voilures, avec $(C_{N\alpha_1}; \frac{X_{fa\alpha_1}}{D_m})$. Ce domaine doit assurer la portance.

Le domaine \mathcal{D}_2 comprend les gouvernes, avec $(C_{N\alpha_G}; \frac{X_{fa\alpha_G}}{D_m})$. Ce domaine doit assurer la stabilité et le pilotage.

La relation fondamentale de la statique appliquée au missile en fin de croisière nous donne les calculs disponibles en l'Annexe 14.

Après résolution nous avons $\alpha_{max} = 9.8462^\circ$.

Nous ne vérifions pas la contrainte n°2, il faut donc équiper notre missile de voilure.

Nous fixons alors l'incidence maximale admissible à $\alpha_{max} = 6^\circ$.

$$\text{Avec cette fois ci, } \frac{X_{fa\alpha_1}}{D_m} = \frac{C_{N\alpha_F} \frac{X_{fa\alpha_F}}{D_m} + C_{N\alpha_{EA}} \frac{X_{fa\alpha_{EA}}}{D_m} + C_{N\alpha_V} \frac{X_{fa\alpha_V}}{D_m}}{\underbrace{C_{N\alpha_F} + C_{N\alpha_{EA}} + C_{N\alpha_V}}_{C_{N\alpha_1}}}$$

La position du centre de gravité de la voilure est constante et centrée sur le centre de gravité du réservoir de croisière. En supersonique le foyer aérodynamique est situé à la demi-corde et nous considérons que la corde de la voilure est égale à $2.5 \times D_m$.

$$\text{Ainsi, } \frac{x_{fa_{\alpha_V}}}{D_m} = 8.1147$$

Et en résolvant l'équation implicite ci-dessus, nous obtenons :

$$C_{N\alpha_V} = 7.5344$$

Pour vérifier la première contrainte nous avons :

$$0.5 \leq \frac{\Delta}{D_m} \leq 1$$

Nous prenons la valeur moyenne de l'intervalle pour dimensionner :

$$\frac{x_{fa_{\alpha_m}}}{D_m} = \frac{X_G}{D_m} + 0.75$$

Le terme $\frac{X_G}{D_m}$ est considéré tel que le centre de gravité soit le plus en aval lors de la croisière.

Nous obtenons d'après la Figure 29, $\frac{X_G}{D_m} = 7.5988$.

$$\text{Alors, } \frac{x_{fa_{\alpha_m}}}{D_m} = 8.5988$$

De plus, comme $\frac{x_{fa_{\alpha_m}}}{D_m} = \frac{C_{N\alpha_F}\frac{x_{fa_{\alpha_F}}}{D_m} + C_{N\alpha_{EA}}\frac{x_{fa_{\alpha_{EA}}}}{D_m} + C_{N\alpha_V}\frac{x_{fa_{\alpha_V}}}{D_m} + C_{N\alpha_G}\frac{x_{fa_{\alpha_G}}}{D_m}}{C_{N\alpha_F} + C_{N\alpha_{EA}} + C_{N\alpha_V} + C_{N\alpha_G}}$, nous obtenons, après

Résolution de l'équation :

$$C_{N\alpha_G} = 2.8742$$

Nous vérifions dès lors, si la contrainte n°3 est respectée : $\left. \frac{\Delta}{D_m} \right|_{M=0.6} > 0$. Autrement dit, si

$$\left. \frac{x_{fa_{\alpha_m}}}{D_m} \right|_{M=0.6} > \left. \frac{X_G}{D_m} \right|_{M=0.6}.$$

$$\text{Nous avons, } \left. \frac{x_{fa_{\alpha_m}}}{D_m} \right|_{M=0.6} = \frac{C_{N\alpha_F}\frac{x_{fa_{\alpha_F}}}{D_m} + C_{N\alpha_{EA}}\frac{x_{fa_{\alpha_{EA}}}}{D_m} + C_{N\alpha_V}\frac{x_{fa_{\alpha_V}}}{D_m} + C_{N\alpha_G}\frac{x_{fa_{\alpha_G}}}{D_m}}{C_{N\alpha_F} + C_{N\alpha_{EA}} + C_{N\alpha_V} + C_{N\alpha_G}}$$

Le $C_{N\alpha_F}$ et le $\frac{x_{fa_{\alpha_F}}}{D_m}$ sont donnés par la Figure 53 :

$$C_{N\alpha_F} = 2.45 \text{ et } \frac{X_{fa\alpha_F}}{D_m} = 3.2$$

En subsonique le foyer aérodynamique d'une surface portante est placé au quart de corde. Ainsi, $\frac{X_{fa\alpha_V}}{D_m} = 7.4897$ et $\frac{X_{fa\alpha_G}}{D_m} = 16.2419$.

D'après la Figure 54, nous avons : $C_{N\alpha_F} + C_{N\alpha_{EA}} = 6.65$.

D'où, $C_{N\alpha_{EA}} = 4.2$.

Nous rappelons que pour tout Mach, $\frac{X_{fa\alpha_{EA}}}{D_m} = 7.6588$

Les voilures ont un faible allongement donc nous supposerons que $C_{N\alpha_V}\Big|_{M=2} \approx C_{N\alpha_V}\Big|_{M=0.6}$.

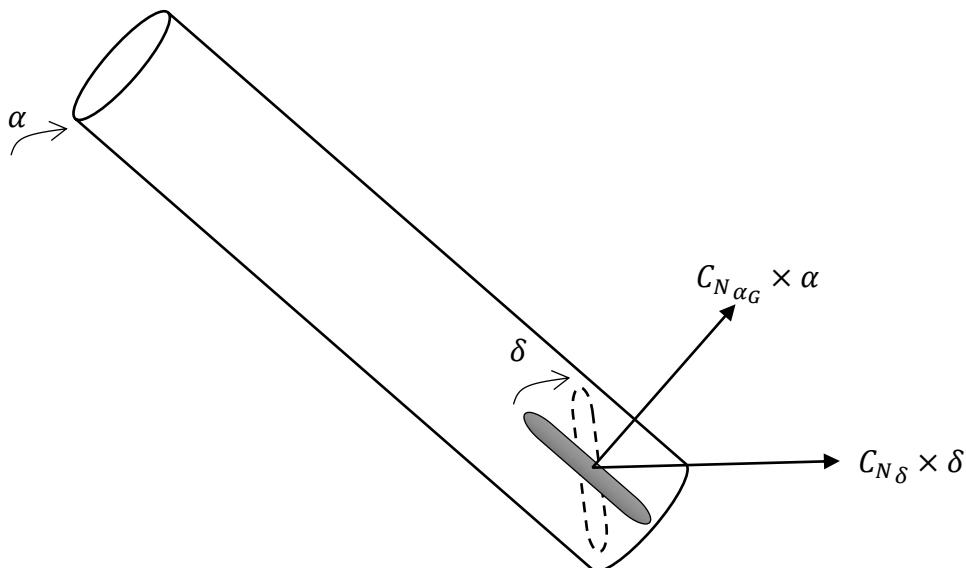
Les gouvernes ont un grand allongement donc nous supposerons que $C_{N\alpha_G}\Big|_{M=2} = 2 C_{N\alpha_G}\Big|_{M=0.6}$.

Et alors,

$$\left. \frac{X_{fa\alpha_m}}{D_m} \right|_{M=0.6} = 9.5221 > \left. \frac{X_G}{D_m} \right|_{M=0.6} = 9.3101$$

La contrainte n°3 est donc vérifiée, le missile est stable lors du largage.

Enfin, intéressons-nous à la dernière contrainte : $\delta_{max} \leq 25^\circ$ en fin de mission.



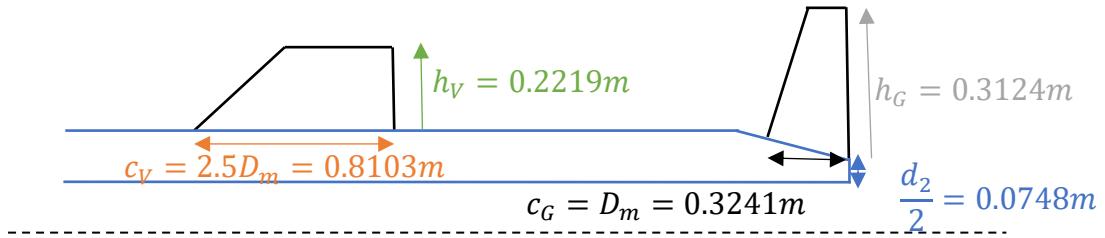
Les calculs de l'angle δ_{max} sont disponibles en Annexe 15.

L'application numérique donne :

$$\delta_{max} = 8.4693^\circ \leq 25^\circ$$

La contrainte n°4 est donc bien respectée.

Aussi, dans l'Annexe 16, nous avons déterminé les hauteurs des voilures et des gouvernes et les résultats sont résumés sur le schéma ci-dessous.



10.Références

- ﴿ Wikipédia
- ﴿ Missile.Index
- ﴿ Dassault
- ﴿ MBDA
- ﴿ Cours « Ingénierie des Missiles » de Monsieur DENIS Pascal
- ﴿ Cours « Propulsion fusée » de Monsieur BLIN Yves
- ﴿ Cours « Ingénierie des missiles » de Monsieur FRANÇOIS Benjamin
- ﴿ Cours « Aérodynamique » de Monsieur GRENSON Pierre
- ﴿ Cours « Mécanique des fluides & et « Aérodynamique » de Monsieur OUCHENE Rafik

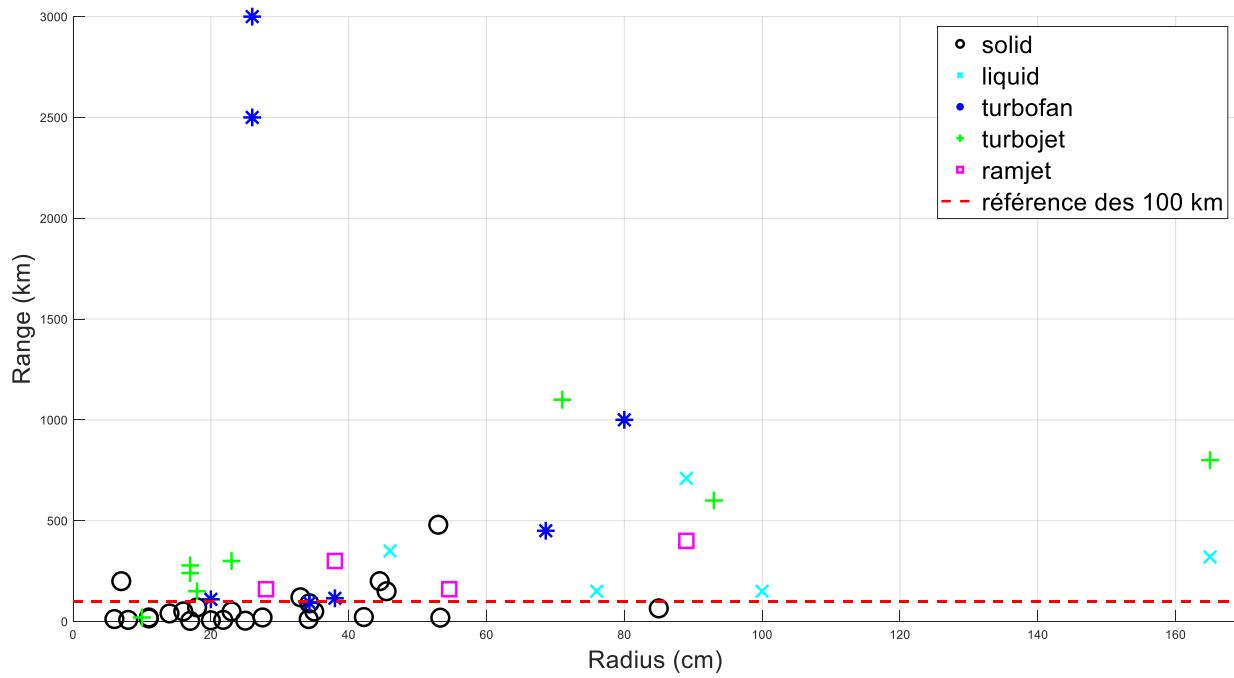
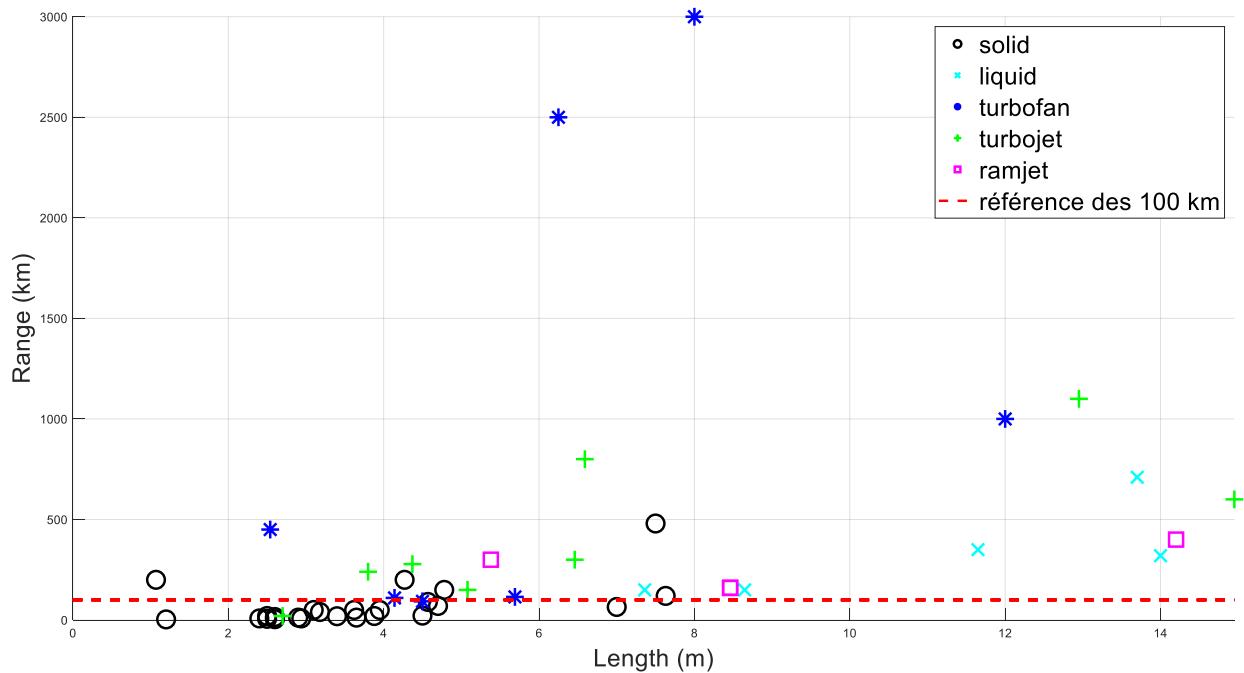
11. Annexe

Annexe 1 Tour d'horizon de différents missiles et de leurs caractéristiques principales

Name	Index	Country	Radius (cm)	Range (km)	Propulsion type	Weight (kg)	Length (m)
BGM-109 Tomahawk	1	USA	26	2500	turbofan	1200	6.25
RBS-23 BAMSE	2	Sweden	11	15	solid	80	2.6
AASM	3	France	23	50	solid	340	3.10
AGM-84H SLAM-ER	4	USA	17	278	turbojet	725	4.37
Iris-T	5	Germany	6	12	solid	87.4	2.9
Polyphem	6	France	10	20	turbojet	130	2.7
AGM/RGM/UGM-84 Harpoon	7	USA	17	240	turbojet	691	3.8
Kh-55	8	Russia	26	3000	turbofan	1700	8
Bloodhound Mk2	9	UK	28	160	ramjet	2270	8.46
Exocet AM39	10	France	18	70	solid	870	4.7
Kh-20	11	Russia	93	600	turbojet	12000	14.95
Kh-22	12	Russia	46	350	liquid	5820	11.65
Otomat	13	Italia	23	300	turbojet	762	6.46
Penguin	14	Norway	14	40	solid	360	3.18
Pluton	15	France	33	120	solid	2423	7.63
Roland	16	France	8	8	solid	67	2.4
Sea eagle	17	UK	20	110	turbofan	580	4.14
Sea skua	18	UK	11	20	solid	145	2.5
Type 88 Surface-to-Ship Missile	19	Japan	18	150	turbojet	661	5.08
Vigilant	20	UK	7	200	solid	14	1.07
Kaliningrad K-5	21	URSS	20	6	solid	82.7	2.5
AGM-78	22	USA	34.3	90	solid	620	4.57
C-601	23	Chine	76	150	liquid	2440	7.36
Chang Feng	24	Chine	165	800	turbojet	1770	6.59
Derby	25	Israel	16	50	solid	188	3.62
Hadès	26	France	53	480	solid	1850	7.5
Hyunmoo-3	27	South-coréan	80	1000	turbofan	1500	12
Ikara	28	Australian	53.3	19	solid	513	3.4
P-70 Ametist	29	URSS	85	65	solid	3500	7
RUR-5 ASROC	30	USA	42.2	22	solid	488	4.5
AA-20	31	France	25	4	solid	134	2.6
V2	32	Germany	165	320	liquid	12508	14
AGM-22	33	USA	17	3,1	solid	30	1.2
AGM-69 SRAM	34	USA	44.5	200	solid	1016	4.27
AGM-84E SLAM	35	USA	34.3	93	turbofan	628	4.5
ASMP	36	France	38	300	ramjet	860	5.38
AGM-28 Hound Dog	37	USA	71	1100	turbojet	4500	12.95

Bloodhound Mk2	38	UK	54.6	160	ramjet	2270	8.46
CIM-10B Bomarc	39	Canada	89	710	liquid	7250	13.7
CIM-10A Bomarc	40	Canada	89	400	ramjet	7020	14.2
KSR-2	41	URSS	100	150	liquid	4077	8.647
Kh-15/RkV-500B	42	URSS	45.5	150	solid	1200	4.78
Kh-59M Ovod-M	43	URSS	38	115	turbofan	920	5.69
Martin Pescador	44	Argentina	21.8	8	solid	140	2.94
ASM-2	45	Japan	35	50	solid	530	3.95
Kh-25ML	46	URSS	27.5	20	solid	300	3.88
AS-30	47	France	34.2	12	solid	520	3.65
AGM-136	48	USA	68.6	450	turbofan	195	2.54

Remarques : les types de propulsion liquides et solides correspondent aux moteurs-fusées, les types de propulsion « turbojet », « turbofan » et « ramjet » correspondent respectivement aux types de propulsion suivants : turboréacteur, turboréacteur double flux et statoréacteur.

Annexe 2 Graphiques complémentaires sur les caractéristiques de différents missiles*Figure 42 Portée en fonction du rayon des missiles**Figure 43 Portée en fonction de la longueur des missiles*

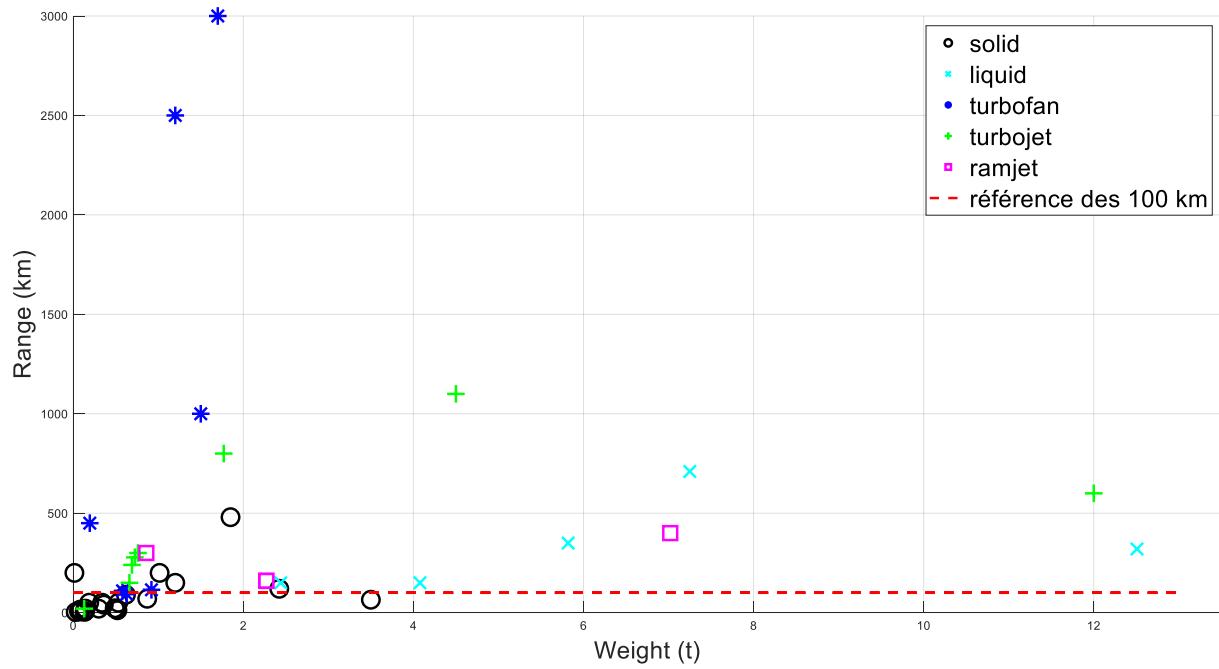


Figure 44 Portée en fonction de la masse des missiles

Annexe 3 Données pour le dimensionnement de l'Exocet +

	Valeur	Unité	Symbol
Coefficient de traînée	0,4		C_D
Accélération	10g	m/s^2	Γ_a
Mach de croisière	2		M_c
Mach d'accélération	0,6		M_a
Coefficient adiabatique de l'air	1,4		γ
Pression au niveau du sol	101325	Pa	P
Température au niveau du sol	288	K	T
Masse de l'ogive	25	kg	m_{ogive}
Masse de l'équipement	55	kg	m_{eq}
Densité de l'équipement	1,5		d_{eq}
Masse de la charge militaire	200	kg	m_{cm}
Densité de la charge militaire	3		d_{cm}
Masse des ailes, queue, vérins	20+200Dm ²	kg	m_{wt}
Longueur de l'ogive	3Dm	m	L_{ogive}
Impulsion spécifique phase d'accélération	240	s	I_{spa}
Impulsion spécifique phase de croisière	225	s	I_{spc}
Coefficient de remplissage en phase d'accélération	0,7		C_a
Coefficient de remplissage en phase de croisière	0,75		C_c
Indice constructif en phase d'accélération	0,16		i_a
Indice constructif en phase de croisière	0,15		i_c
Masse volumique des propergols en phase d'accélération	1800	kg/m ³	ρ_a
Masse volumique des propergols en phase de croisière	1800	kg/m ³	ρ_c
Distance à parcourir	100000	m	

Annexe 4 Dimensionnement du missile Exocet +

Dans cette annexe nous explicitons les calculs de dimensionnement d'un nouveau missile Exocet, l'Exocet +, répondant aux exigences du cahier des charges.

En premier lieu, déterminons la durée totale (en phase d'accélération et de croisière) de la mission :

La phase d'accélération étant très courte devant la durée de mission totale, la traînée du missile est négligeable devant l'accélération :

Nous savons que l'accélération est liée à la vitesse par :

$$\Gamma = \frac{dv}{dt}$$

Connaissant la vitesse que nous souhaitons atteindre, la vitesse à laquelle le missile est largué et l'accélération totale subit par le missile lors de la phase d'accélération, nous pouvons évaluer le temps d'accélération du missile :

$$\Gamma_a = \frac{V_c - V_l}{t_a}$$

Sachant que le nombre de Mach est lié à la vitesse par la vitesse du son, nous avons :

$$M = \frac{V}{a}$$

Avec,

$$a = \sqrt{rT\gamma}$$

D'où,

$$t_a = \frac{a(M_c - M_l)}{\Gamma_a}$$

$$\text{Application numérique : } t_a = 4.855 \text{ s}$$

Nous supposerons que la position initiale du missile est nulle i.e. $x_l = 0 \text{ m}$

L'intégration de l'accélération nous donne :

$$\begin{cases} d_a = \frac{1}{2} \times \Gamma_a \times t_a^2 + V_l \times t_a + x_l \\ V_l = 0.6 \times a \\ x_l = 0 \text{ m} \end{cases}$$

Application numérique : $d_a = 2147.2 \text{ m}$

Le missile doit parcourir une distance d'au moins $d_{tot} = 100 \text{ km}$.

$$d_{tot} = d_c + d_a$$

$$d_c = 100000 - d_a$$

$$d_c = 97853 \text{ m}$$

Nous savons que $V_c = \frac{d_c}{t_c}$ alors $t_c = \frac{d_c}{V_c}$ et $V_c = M_c \times a$, d'où :

$$t_c = \frac{d_c}{M_c \times a}$$

Application numérique : $t_c = 143.8176 \text{ s}$

Ainsi, le temps total de la mission :

$$t_{tot} = t_a + t_c$$

Application numérique : $t_{tot} = 148.6726 \text{ s} \leq 200 \text{ s}$

Le temps de mission est bien inférieur à 200 s.

Déterminons maintenant les caractéristiques en phase de croisière.

En croisière, la traînée équilibre la poussée :

$$I_{spc} \times g \times m_{pc} = \frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_c^2 \times S_{ref} \times C_D$$

$$\begin{cases} S_{ref} = \frac{\pi \times D_m^2}{4} \\ m_{pc} = \frac{dm_{pc}}{dt} \end{cases}$$

$$m_{pc} = \frac{\frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_c^2 \times S_{ref} \times C_D}{I_{spc} \times g}$$

En intégrant l'expression précédente nous obtenons :

$$m_{pc} = \frac{\frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_c^2 \times S_{ref} \times C_D}{I_{spc} \times g} \times t_c$$

De plus, nous savons que :

$$\begin{cases} m_{pc} = \rho_c \times L_{pc} \times S_{ref} \text{ (définition de la masse volumique)} \\ L_{pc} = 8 \times D_m \text{ (contrainte combustion axiale)} \end{cases}$$

En injectant dans l'expression de m_{pc} nous obtenons :

$$\begin{cases} D_m = \frac{\frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_c^2 \times C_D \times t_c}{I_{spc} \times g \times \rho_c \times 8} \\ \rho_c = 1800 \text{ kg/m}^3 \\ C_D = 0.4 \\ I_{spc} = 225 \text{ s} \end{cases}$$

Application numérique : $D_m = 0.5135 \text{ m}$

$$\begin{cases} L_c = \frac{L_{pc}}{C_c} \\ C_c = 0.75 \end{cases}$$

Application numérique : $L_c = 5.4772 \text{ m}$

Comme $m_{pc} = \rho_c \times L_{pc} \times \frac{\pi \times D_m^2}{4}$ et $L_{pc} = 8 \times D_m$ nous avons,

$$m_{pc} = 2 \times \rho_c \times \pi \times D_m^3$$

Application numérique : $m_{pc} = 1684.4 \text{ kg}$

Or, l'expression du coefficient constructif nous donne,

$$i_c = \frac{m_{rc}}{m_{rc} + m_{pc}}$$

Ainsi,

$$\begin{cases} m_{rc} = \frac{i_c \times m_{pc}}{1 - i_c} \\ i_c = 0.15 \end{cases}$$

Application numérique : $m_{rc} = 297.2454 \text{ kg}$

La masse initiale et la masse finale sont données par :

$$\begin{cases} m_i = m_{ogive} + m_{eq} + m_{cm} + m_{pc} + m_{rc} + m_{wt} + m_{pa} + m_{ra} \\ m_f = m_{og} + m_{eq} + m_{cm} + m_{pc} + m_{rc} + m_{wt} \end{cases}$$

L'expression du coefficient constructif nous permet d'écrire :

$$m_{ra} = \frac{m_{pa} i_a}{i_a - 1}$$

Et alors,

$$\begin{cases} m_{pa} + m_{ra} = \frac{m_{pa}}{1 - i_a} \\ i_a = 0.16 \end{cases}$$

D'où,

$$m_i = m_f + \frac{m_{pa}}{1 - i_a}$$

Application numérique : $m_f = 2334.4 \text{ kg}$

Déterminons maintenant les caractéristiques en phase d'accélération.

La formule de Tsiolkovski nous donne :

$$\Delta V_{vide} = I_{spa} \times g \times \ln \left(\frac{m_i}{m_f} \right)$$

La traînée est négligée ce qui implique que le déplacement peut être considéré comme étant un déplacement dans le vide.

$$\Delta V_{vide} = \Delta V_{réelle}$$

Nous avons alors,

$$\Delta V_{réelle} = I_{spa} \times g \times \ln \left(\frac{m_i}{m_f} \right)$$

$$e^{\frac{\Delta V_{réelle}}{I_{spa} \times g}} = \frac{m_i}{m_f}$$

$$e^{\frac{\Delta V_{réelle}}{I_{spa} \times g}} = \frac{m_f + \frac{m_{pa}}{1 - i_a}}{m_f}$$

$$e^{\frac{\Delta V_{réelle}}{I_{spa} \times g}} = 1 + \frac{m_{pa}}{(1 - i_a)m_f}$$

$$\left(e^{\frac{\Delta V_{réelle}}{I_{spa} \times g}} - 1 \right) m_f (1 - i_a) = m_{pa}$$

$$\begin{cases} m_{pa} = m_f (1 - i_a) \left(e^{\frac{\Delta V_{réel}}{I_{spa} \times g}} - 1 \right) \\ I_{spa} = 240 \text{ s} \\ \text{nous avons de plus, } \Delta V_{réel} = a(M_c - M_a) \end{cases}$$

Application numérique : $m_{pa} = 439.6385 \text{ kg}$

$$\begin{cases} L_{pa} = \frac{m_{pa} \times 4}{\pi \times D_m^2 \times \rho_a} \text{ (définition de la masse volumique)} \\ \rho_a = 1800 \text{ kg/m}^3 \end{cases}$$

Application numérique : $L_{pa} = 1.1794 \text{ m}$

Le coefficient de remplissage nous donne :

$$\begin{cases} L_a = \frac{L_{pa}}{C_a} \\ C_a = 0.7 \end{cases}$$

Application numérique : $L_a = 1.6849 \text{ m}$

De plus, nous avons,

$$L_{eq} \times S_{ref} = \frac{m_{eq}}{d_{eq} * \rho_{eau}}$$

$$\begin{cases} L_{eq} = \frac{m_{eq}}{d_{eq} * \rho_{eau} * S_{ref}} \\ d_{eq} = 1.5 \end{cases}$$

Application numérique : $L_{eq} = 0.1771 \text{ m}$

$$L_{cm} = \frac{m_{cm}}{d_{cm} * \rho_{eau} * S_{ref}}$$

Application numérique : $L_{cm} = 0.3219 \text{ m}$

Nous savons que,

$$L_{og} = 3 \times D_m$$

Application numérique : $L_{og} = 1.5405 \text{ m}$

Au final,

$$L_m = L_{og} + L_{eq} + L_a + L_c + L_{cm}$$

$$L_m = 9.2016 \text{ m}$$

Et,

$$m_m = m_i$$

$$m_m = 2857.7 \text{ kg}$$

Annexe 5 Graphiques Impulsion spécifique pratique et loi de traînée pour le statoréacteur dopé au bore

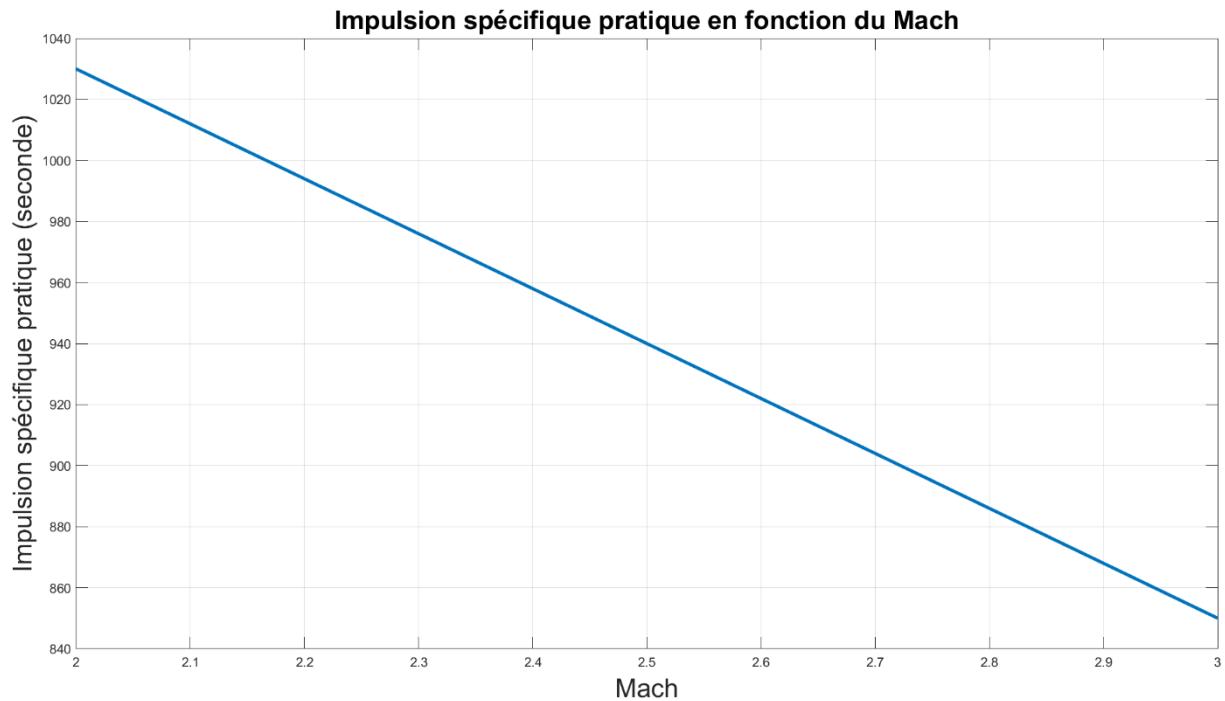


Figure 45 Impulsion spécifique pratique en fonction du Mach

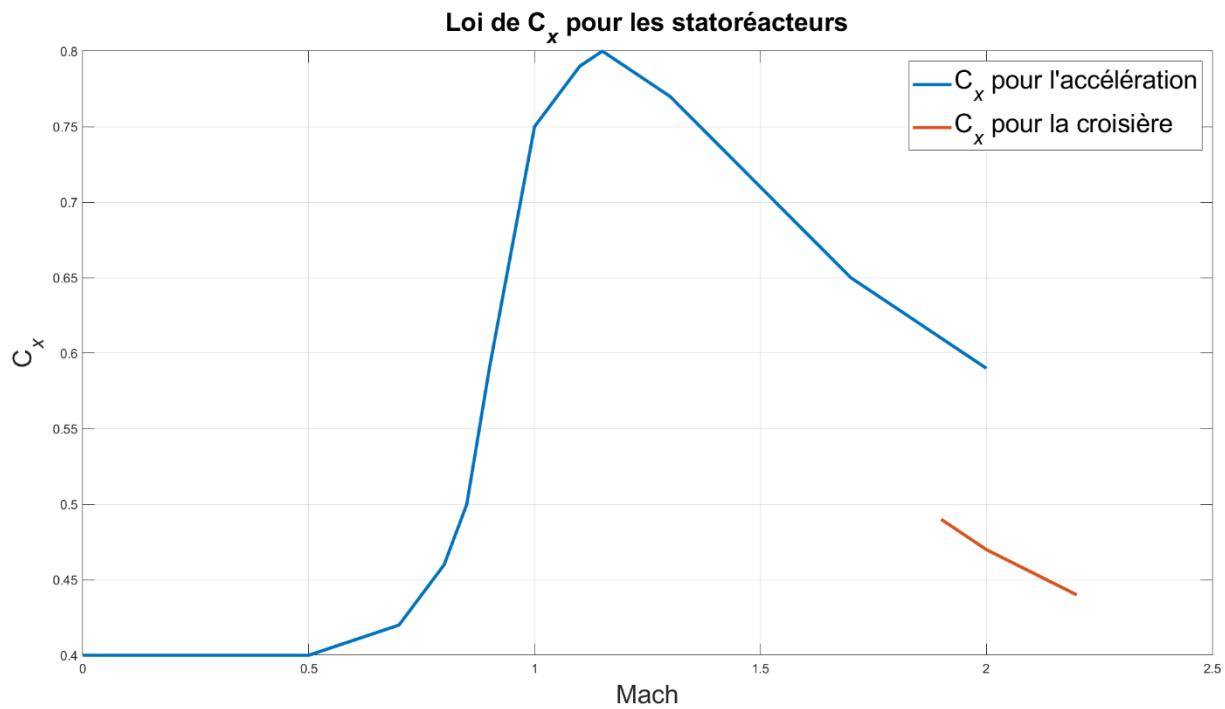


Figure 46 Loi de C_x pour les statoréacteurs

Annexe 6 Modélisation de la traînée

Pour dimensionner la géométrie du statoréacteur il est nécessaire de modéliser la traînée.

La vitesse dans le vide est proportionnelle à la vitesse dans l'air mais est plus élevée puisqu'il faut prendre en compte la contribution de la traînée (ralentissement). Ainsi, nous modéliserons la vitesse par :

$$\Delta V_{vide} = \Delta V_{réel}(1 + K) \text{ Avec } K \text{ un coefficient modélisant la traînée}$$

Modélisation de la phase d'accélération :

Deuxième loi de Newton :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

Ici les deux forces prises en compte sont la traînée et la poussée.

$$F - T = m \frac{dV}{dt}$$

Avec :

$$\begin{cases} I_{spa} \times g \times \dot{m}_a = F \\ \frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_a^2 \times S_{ref} \times C_d = T \end{cases}$$

De plus, la variation de la masse totale est égale à la variation de la masse pendant la phase d'accélération.

$$\frac{dm_a}{dt} = \frac{dm_m}{dt}$$

$$\text{Nous avons donc } \frac{1}{m_t} (I_{spa} \times g \times \frac{dm_m}{dt} \times dt - \frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_a^2 \times S_{ref} \times C_d \times dt) = dV$$

Procédons à l'intégration de l'équation précédente pendant la phase d'accélération (entre 0 et t_a) :

$$\int_0^{t_a} I_{spa} \times g \times \frac{dm_m}{m_m} - \int_0^{t_a} \frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_a^2 \times S_{ref} \times C_d \times \frac{dt}{m_m} = \int_0^{t_a} dV$$

Or, nous savons que :

$$\int_0^{t_a} dV = \Delta V_{réel}$$

Or, $\Delta V_{réel} = \Delta V_{vide} - K\Delta V_{réel}$

De ce fait, par identification :

$$\underbrace{\int_0^{t_a} I_{spa} \times g \times \frac{dm_m}{m_m}}_{\Delta V_{vide}} - \underbrace{\int_0^{t_a} \frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_a^2 \times S_{ref} \times C_D \times \frac{dt}{m_m}}_{K\Delta V_{réel}} = \Delta V_{réel}$$

À $t = 0$ la masse de notre missile est m_t et à $t = t_a$ elle vaut $m_m - m_a$.

$$\int_0^{t_a} I_{spa} \times g \times \frac{dm_m}{m_m} = I_{spa} \times g \times \int_{m_m}^{m_m - m_a} \frac{dm_m}{m_m}$$

La borne supérieure ne peut être inférieure à la borne inférieure ($m_m - m_a < m_m$), il faut donc inverser les bornes de l'intégrale.

$$I_{spa} \times g \times \int_{m_m - m_a}^{m_m} \frac{dm_m}{m_m} = I_{spa} \times g \times \ln\left(\frac{m_m}{m_m - m_a}\right)$$

Et,

$$K = \frac{1}{\Delta V_{réel}} \int_0^{t_a} \frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_a^2 \times S_{ref} \times C_D \times \frac{dt}{m_m}$$

$$K = \frac{1}{\Delta V_{réel}} \int_0^{t_a} \frac{1}{8} \times P \times \gamma \times M_a^2 \times \pi \times D_m^2 \times C_D \times \frac{dt}{m_m}$$

Nous posons :

$$\alpha = \ln\left(\frac{m_i}{m_f}\right)$$

$$m_i = m_m$$

$$m_f = m_m - m_a$$

D'où,

$$I_{spa} \times g \times \ln\left(\frac{m_m}{m_m - m_a}\right) = I_{spa} \times g \times \alpha$$

Or, $I_{spa} \times g \times \alpha = \Delta V_{vide} = \Delta V_{réel}(1 + K)$

D'où,

$$\alpha = \frac{(1 + K) \times \Delta V_{réel}}{I_{spa} \times g}$$

De plus,

$$\alpha = \ln\left(\frac{m_m}{m_m - m_a}\right)$$

$$e^\alpha = \frac{m_m}{m_m - m_a}$$

$$m_m - m_a = \frac{m_m}{e^\alpha}$$

$$m_a = m_m \left(1 - \frac{1}{e^\alpha}\right)$$

$$m_a = m_m \left(\frac{e^\alpha - 1}{e^\alpha}\right)$$

Modélisation de la phase de croisière :

En croisière la poussée équilibre la traînée :

$$F = T$$

$$I_{spa} \times g \times \dot{m}_c = \frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_c^2 \times S_{ref} \times C_d$$

$$\dot{m}_c = \frac{\frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_c^2 \times S_{ref} \times C_d}{I_{spa} \times g}$$

En intégrant nous obtenons :

$$m_c = \frac{\frac{1}{2} \times P \times \gamma \times M_c^2 \times S_{ref} \times C_d}{I_{spa} \times g} t_c$$

*10% de marge de carburant
pour une manœuvre en cas
d'ajustement de la trajectoire*
 $\times 1.1$

La masse totale est telle que :

$$m_m = m_{og} + m_{eq} + m_{cm} + m_{rc} + m_{pc} + m_{wt} + m_{tuy} + m_{ea} + m_{ra} + m_{pa}$$

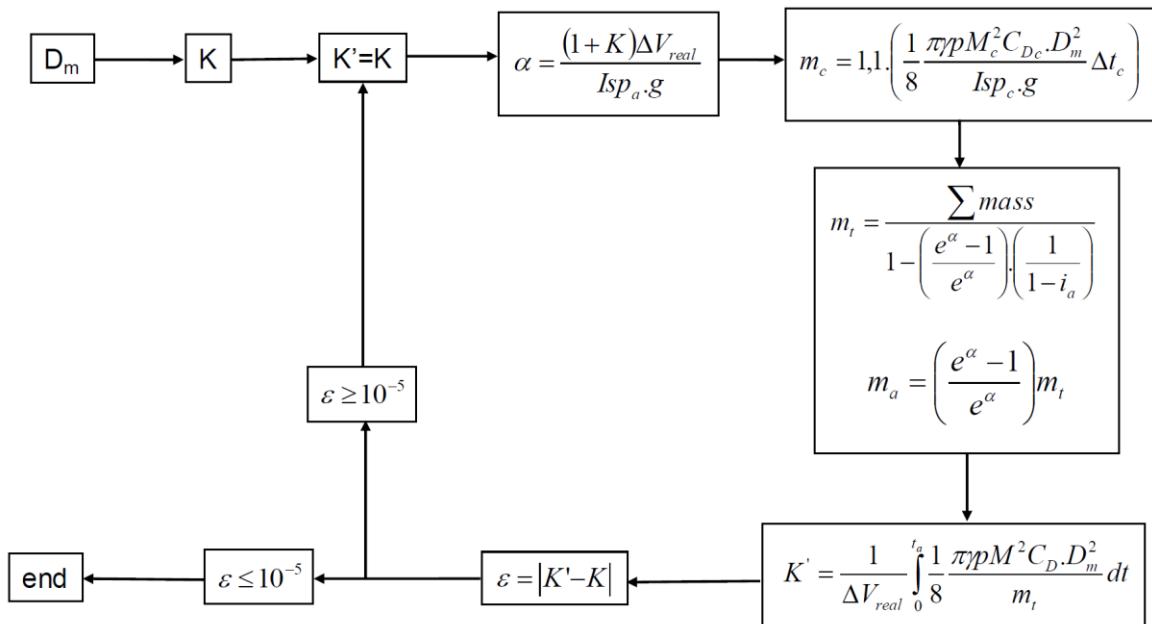
$$m_m = m_{og} + m_{eq} + m_{cm} + m_{rc} + m_{pc} + m_{wt} + m_{tuy} + m_{ea} + m_{pa} \left(\frac{1}{1 - i_a} \right)$$

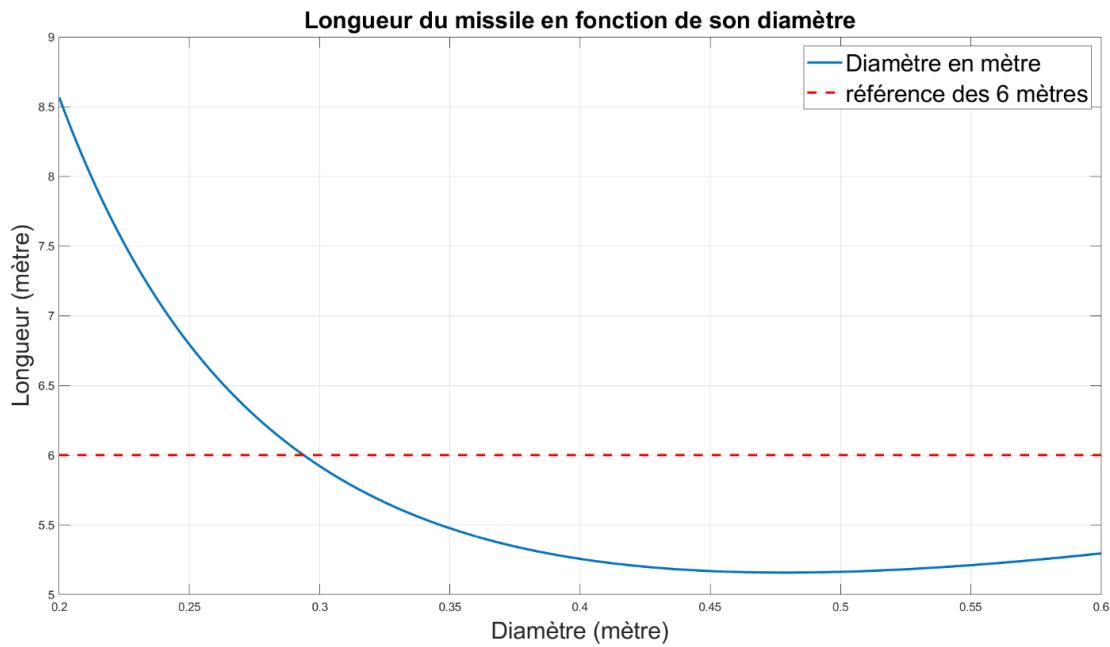
$$m_m = m_{og} + m_{eq} + m_{cm} + m_{rc} + m_{pc} + m_{wt} + m_{tuy} + m_{ea} + m_m \left(\frac{e^\alpha - 1}{e^\alpha} \right) \left(\frac{1}{1 - i_a} \right)$$

$$m_m = \frac{m_{og} + m_{eq} + m_{cm} + m_{rc} + m_{pc} + m_{wt} + m_{tuy} + m_{ea}}{1 - \left(\frac{e^\alpha - 1}{e^\alpha} \right) \left(\frac{1}{1 - i_a} \right)}$$

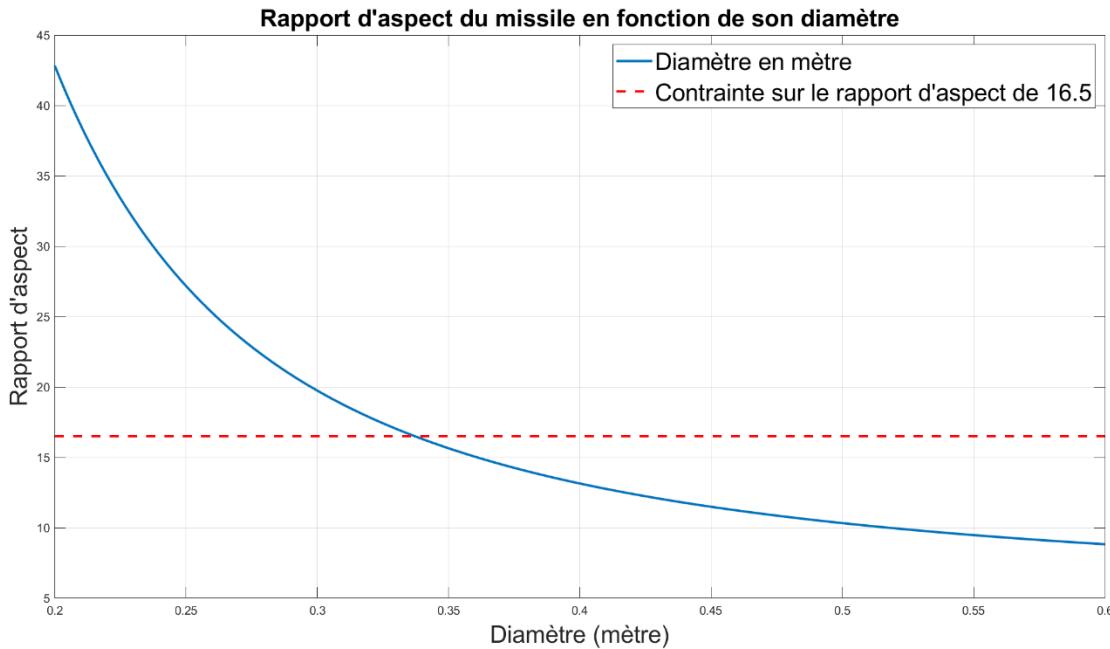
$$m_m = \frac{\Sigma m}{1 - \left(\frac{e^\alpha - 1}{e^\alpha} \right) \left(\frac{1}{1 - i_a} \right)}$$

Ces calculs conduisent à l'algorithme suivant : étant donné un diamètre et une valeur initiale de K, il faut calculer à chaque instant un K' (le Mach, le coefficient de traînée et la masse totale varient à chaque instant). Puis, le nouveau K, K', est comparé à K, le programme s'arrête lorsque l'écart entre K et K' est négligeable (convergence de K). Dès lors, le diamètre choisi permettant d'obtenir la condition d'arrêt précédente, est le diamètre optimal permettant de satisfaire la deuxième loi de Newton, aussi bien en phase d'accélération qu'en phase de croisière.



Annexe 7 Résultats de la boucle de calcul*Figure 47 Longueur du missile en fonction de son diamètre*

Pour respecter la première condition de notre cahier des charges (longueur inférieure à 6m), on observe d'après ce graphe que $d_{min} > 0.2939 \text{ m}$.

*Figure 48 Rapport d'aspect du missile en fonction de son diamètre*

Pour respecter la deuxième condition de notre cahier des charges (rapport d'aspect autour de 16.5 en phase initiale), on observe d'après ce graphe que $d_{min} > 0.3372 \text{ m}$.

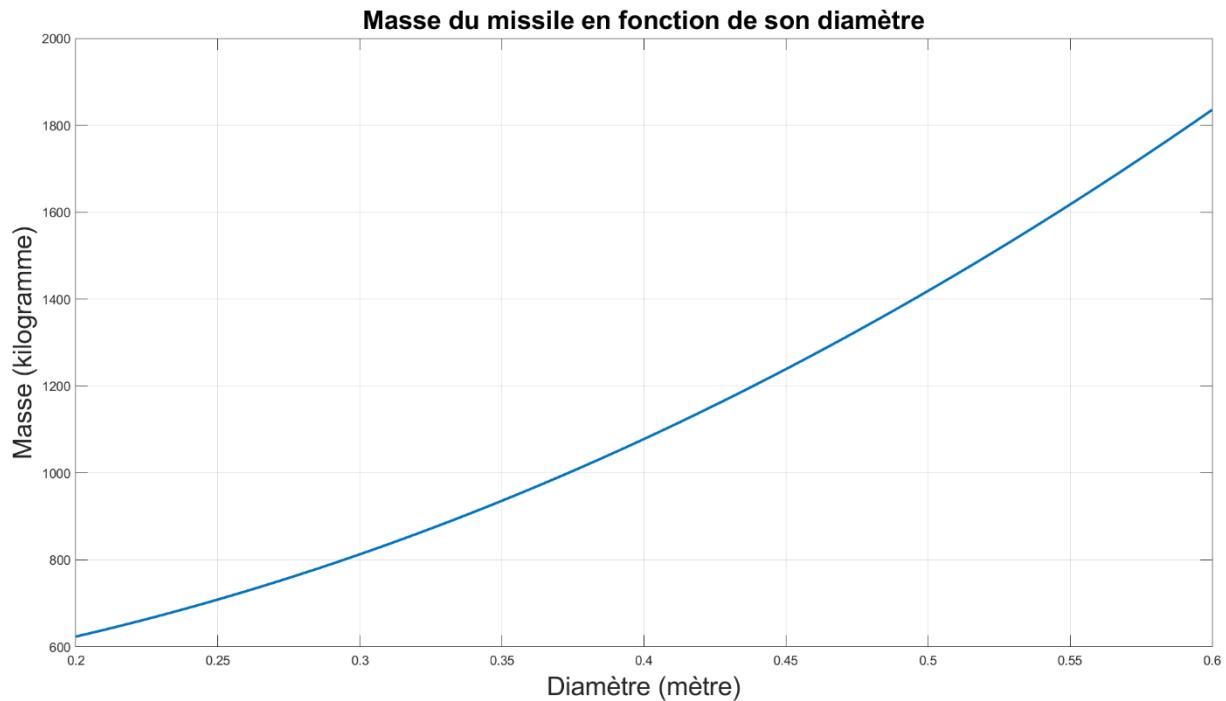


Figure 49 Masse du missile en fonction de son diamètre

La masse du missile augmente proportionnellement à son diamètre, il est pertinent de choisir le diamètre minimal qui satisfait toutes les contraintes du cahier des charges et ainsi avoir une masse minimale.

Annexe 8 Détermination de l'équation de la parabole de l'ogive

Pour déterminer l'équation de la parabole, il suffit de résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} y(0) = c = 0 \\ \frac{dy}{dx}(L_{og}) = 2aL_{og} + b = 0 \\ y(L_{og}) = aL_{og}^2 + bL_{og} + c = \frac{D_m}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = \frac{D_m}{L_{og}} \\ a = \frac{-D_m}{2L_{og}^2} \end{cases}$$

De plus, comme $L = 3D_m$, nous obtenons après simplification :

$$y(x) = -\frac{1}{18D_m}x^2 + \frac{1}{3}x, x \in [0, L_{og}]$$

Annexe 9 Calcul du centre de gravité de l'ogive

Nous considérons une bande élémentaire d'épaisseur dx à la distance x de l'axe Oy. La surface de cet élément est :

$$ds = 2ydx$$

Et son moment par rapport à Oy est :

$$xds = 2xydx$$

D'autre part, la surface de segment de parabole est :

$$\int_0^x 2ydx$$

Nous avons donc, grâce au théorème des moments :

$$x_g \int_0^{3D_m} 2ydx = \int_0^{3D_m} 2xydx$$

Or, l'équation de la parabole est :

$$y^2 = 2px$$

$$y = \sqrt{2p} x^{\frac{1}{2}}$$

$$x_g \int_0^{3D_m} 2\sqrt{2p} x^{\frac{1}{2}} dx = \int_0^{3D_m} 2\sqrt{2p} x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$x_g \int_0^{3D_m} x^{\frac{1}{2}} dx = \int_0^{3D_m} x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$x_g = \frac{3}{5} (3D_m)^{\frac{5}{2} - \frac{3}{2}}$$

$$x_g = \frac{3}{5} \times 3D_m = \frac{9}{5} \times D_m$$

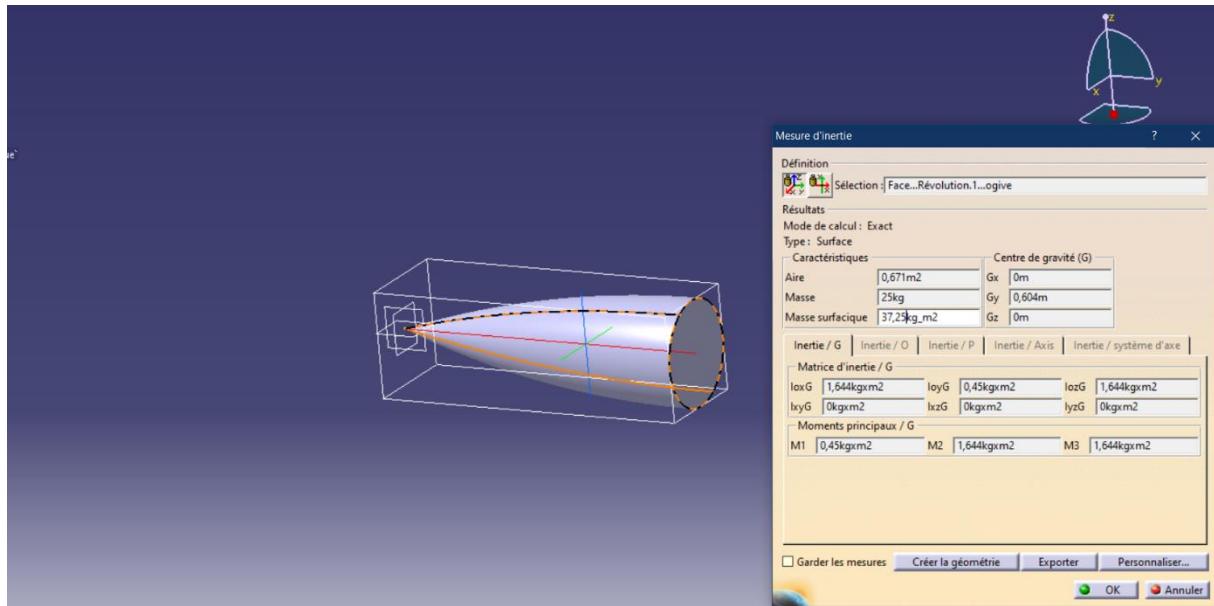


Figure 50 Réalisation de l'ogive sur CATIA

Annexe 10 Calcul des entrées d'air du missile

Nous savons que le missile est équipé d'un statoréacteur dopé au bore, dont nous connaissons la densité. Il faut se rappeler aussi, que nous souhaitons conserver 10% de carburant en cas d'éventuelles manœuvres. Nous connaissons, enfin, le temps de fonctionnement du statoréacteur puisqu'il correspond au temps de vol en croisière que nous avons déjà calculé.

Mathématiquement, nous avons donc :

$$\begin{aligned}\dot{m}_{carb} &= 0.9 \frac{\dot{m}_{carb}}{t_c} \\ \Rightarrow \dot{m}_{carb} &= 0.9 \frac{\rho_{carb} V_{carb}}{t_c} \\ \Rightarrow \dot{m}_{carb} &= 0.9 \frac{d_{carb} \rho_{eau} V_{carb}}{t_c} \\ \Rightarrow \dot{m}_{carb} &= 0.9 \frac{d_{carb} \rho_{eau} L_{réservoir} S_{missile}}{t_c} \\ \Rightarrow \dot{m}_{carb} &= 0.9 \frac{d_{carb} \rho_{eau} L_{réservoir} \pi \left(\frac{D_m}{2} \right)^2}{t_c}\end{aligned}$$

$$A.N.: \dot{m}_{carb} = 1.1976 \text{ kg.s}^{-1}$$

De plus, nous savons que le « Fuel Air Ratio » est donné par : $f = \frac{\dot{m}_{carb}}{\dot{m}_{air}}$. Dans le cas où le dosage est idéal, le mélange est stœchiométrique et la combustion est complète, le motoriste nous donne, pour une combustion dopée au bore, $f_s = 0.076$. La richesse est le rapport du dosage réel sur le dosage idéal, ainsi, $r = \frac{f}{f_s}$. Pour un statoréacteur on nous donne $r \approx 0.4$.

Ceci nous permet de calculer le débit d'air injecté dans la chambre de combustion.

$$\dot{m}_{air} = \frac{\dot{m}_{carb}}{r \times f_s}$$

$$A.N.: \dot{m}_{air} = 39.3949 \text{ kg.s}^{-1}$$

Calculons maintenant la section au niveau de la lèvre de carène de l'entrée d'air.

Le formulaire aérodynamique (disponible dans l'annexe suivante) nous donne :

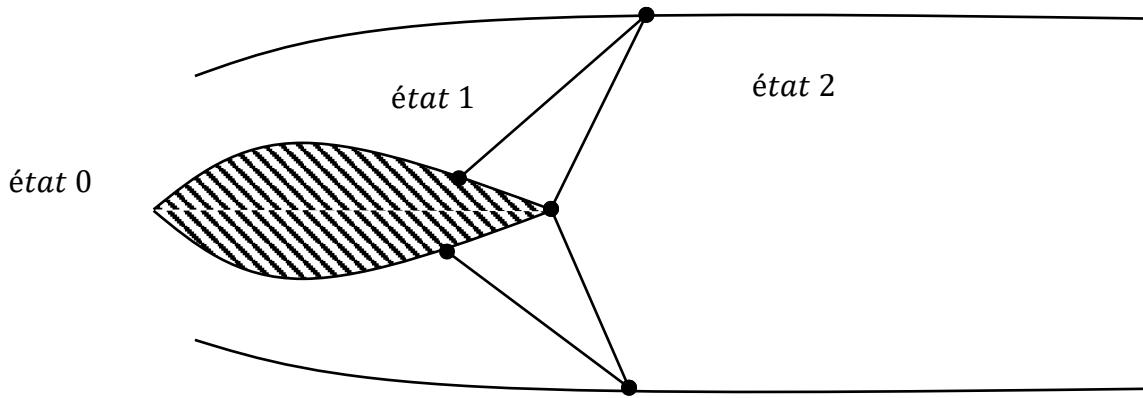
$$\dot{m} = \frac{\delta(\gamma)p_i A_c}{\sqrt{T_i c_p}}$$

Appliquée au débit d'air nous obtenons :

$$\dot{m}_{air} = \frac{\delta(\gamma)p_{i,0}A_{c,0}}{\sqrt{T_{i,0}c_{p,air}}}$$

Avec : $\delta(1.4) = 1.281$, $c_{p,air} = 1004 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

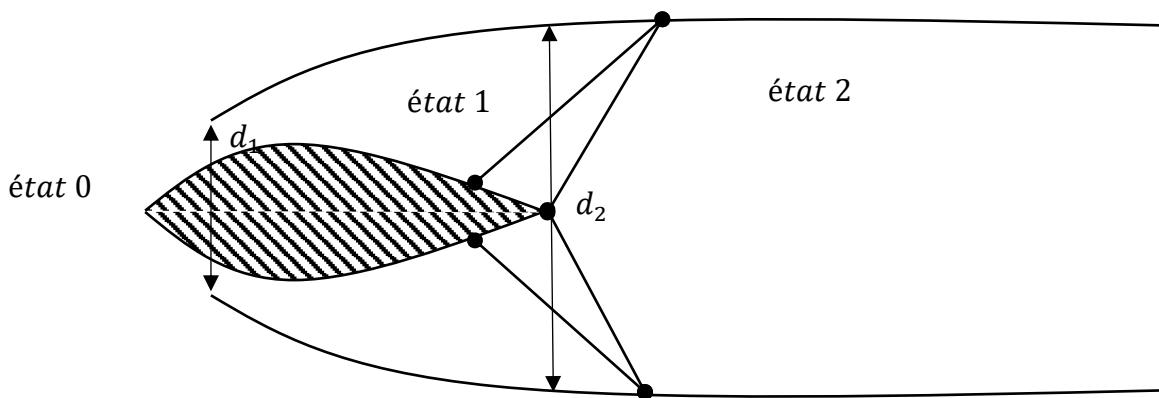
L'état 0 est défini au niveau du tube de courant, l'écoulement est considéré isentropique.



La longueur $l_{d_1 \leftrightarrow d_2}$ est donnée par :

$$l_{d_1 \leftrightarrow d_2} = \frac{d_2 - d_1}{\tan(7^\circ)} = 0.2574 \text{ m}$$

Intéressons-nous au design de la souris :



Pour calculer cette longueur nous supposerons que le choc conique épouse la lèvre (entrée d'air supposée adaptée) ainsi, nous poserons : $M_{ad} = M_0 + 0.2$.

Nous obtenons l'angle de choc, σ , à partir de la table de choc conique pour $M = 2.2$ et un angle de déviation de 25° .

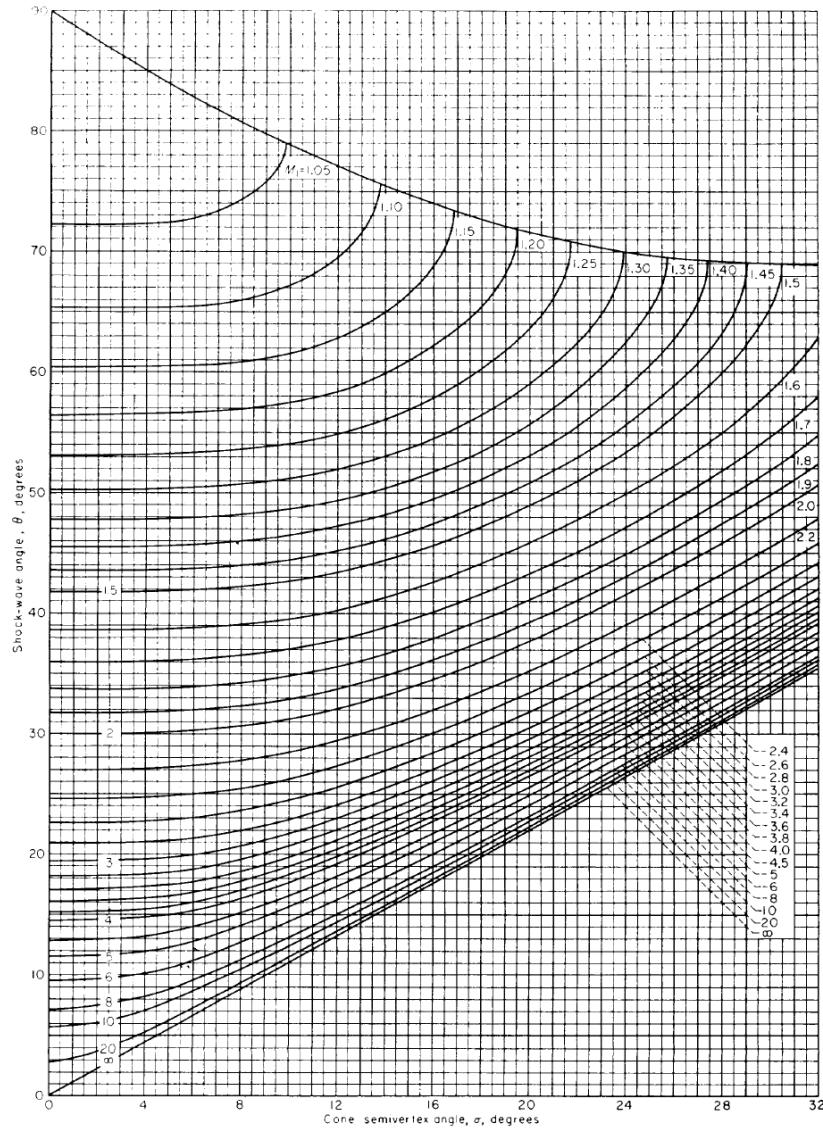


CHART 5.— Variation of shock-wave angle with cone semivertex angle for various upstream Mach numbers. Perfect gas, $\gamma = 1.405$.

Nous obtenons $\sigma = 40^\circ$, donc $x = \frac{d_1}{\tan(40^\circ)} = 0.1405 \text{ m}$.

Annexe 11 Nous avons pour un Mach égal à 2 :

$$\frac{p_0}{p_{i,0}} = 0.1278 \quad \frac{T_0}{T_{i,0}} = 0.5556 \quad \frac{A_0}{A_{c,0}} = 1.6875$$

En se plaçant à l'altitude $h = 0 \text{ m}$, nous avons :

$$T_0 = 288.15 \text{ K} \quad p_0 = 101325 \text{ Pa}$$

Ainsi, $T_{i,0} = 518.6285 \text{ K}$ et $p_{i,0} = 7.9284 \times 10^6 \text{ Pa}$

$$A_{c,0} = \frac{\dot{m}_{air} \sqrt{T_{i,0} c_{p,air}}}{\delta(\gamma) p_{i,0}}$$

$$A.N.: A_{c,0} = 0.0280 \text{ m}^2$$

D'où, $A_0 = 0.0472 \text{ m}^2 \Rightarrow d_0 = 0.2452 \text{ m}$

De plus, en utilisant le coefficient de débit défini lors de l'étude du fonctionnement externe d'une entrée d'air, nous pouvons accéder à la valeur de la section au niveau de la lèvre de carène.

En effet,

$$A_1 = \frac{A_0}{\varepsilon}, \text{ les résultats d'essais nous donnent } \varepsilon = 0.925$$

$$A.N.: A_1 = 0.0437 \text{ m}^2$$

Comme le système de prise d'air est composé de quatre entrées d'air circulaire nous avons :

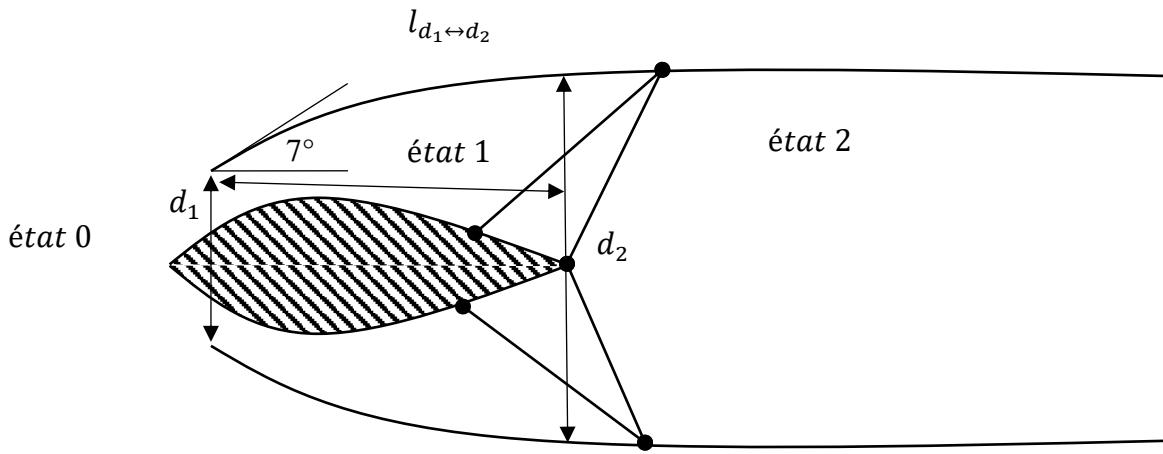
$$A_1' = \frac{A_1}{4}$$

Ce qui nous permet de calculer le diamètre de l'entrée d'air au niveau de la lèvre :

$$d_1 = 2 \sqrt{\frac{A_1'}{\pi}} = \sqrt{\frac{A_1}{\pi}}$$

$$A.N.: d_1 = 0.1179 \text{ m}$$

Nous cherchons à présent à déterminer le diamètre d_2 correspondant au diamètre du corps de l'entrée d'air (voir le schéma ci-dessous).



Nous considérons la prise d'air parfaite (pas d'échange de chaleur, pas de travail, pas de pertes), c'est-à-dire qu'entre l'état 0 et l'état 2 l'écoulement est isenthalpique, $\Delta h_{i,0 \rightarrow 2} = 0$. Comme l'écoulement est composé d'air, supposé être un gaz parfait et comme le débit est considéré constant dans l'entrée d'air, il vient $\Delta h_{i,0 \rightarrow 2} = c_p_{air}(T_{i,2} - T_{i,0}) = 0 \Rightarrow T_{i,2} = T_{i,0}$.

Comme le débit se conserve nous avons :

$$\dot{m} = \frac{\delta(\gamma)p_i A_c}{\sqrt{T_i c_p}} = \text{constante}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_0 = \dot{m}_2$$

$$\Rightarrow \frac{p_{i,0} A_{c,0}}{\sqrt{T_{i,0} c_{p,air}}} = \frac{p_{i,2} A_{c,2}}{\sqrt{T_{i,2} c_{p,air}}}$$

$$\Rightarrow p_{i,0} A_{c,0} = p_{i,2} A_{c,2}$$

$$\text{or, } A_{c,0} = \frac{A_0}{\Sigma(M_0)} \text{ et } A_{c,2} = \frac{A_2}{\Sigma(M_2)}$$

$$\Rightarrow p_{i,0} \frac{A_0}{\Sigma(M_0)} = p_{i,2} \frac{A_2}{\Sigma(M_2)}$$

$$\Rightarrow \Sigma(M_2) = \frac{p_{i,2}}{p_{i,0}} \times \frac{A_2}{A_0} \times \Sigma(M_0)$$

$$\Rightarrow \Sigma(M_2) = \eta_{0,2} \times \frac{A_2}{A_0} \times \Sigma(M_0)$$

Comme nous considérons que l'entrée d'air est très proche de l'adaptation nous pouvons faire l'hypothèse suivante $A_1 \approx A_0$.

Les résultats d'essais nous donnent $\eta_{0,2} = 0.75$.

$$\Rightarrow \Sigma(M_2) = 0.75 \times \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \times \Sigma(M_0)$$

Cependant, le dimensionnement de l'entrée d'air est soumis à deux contraintes :

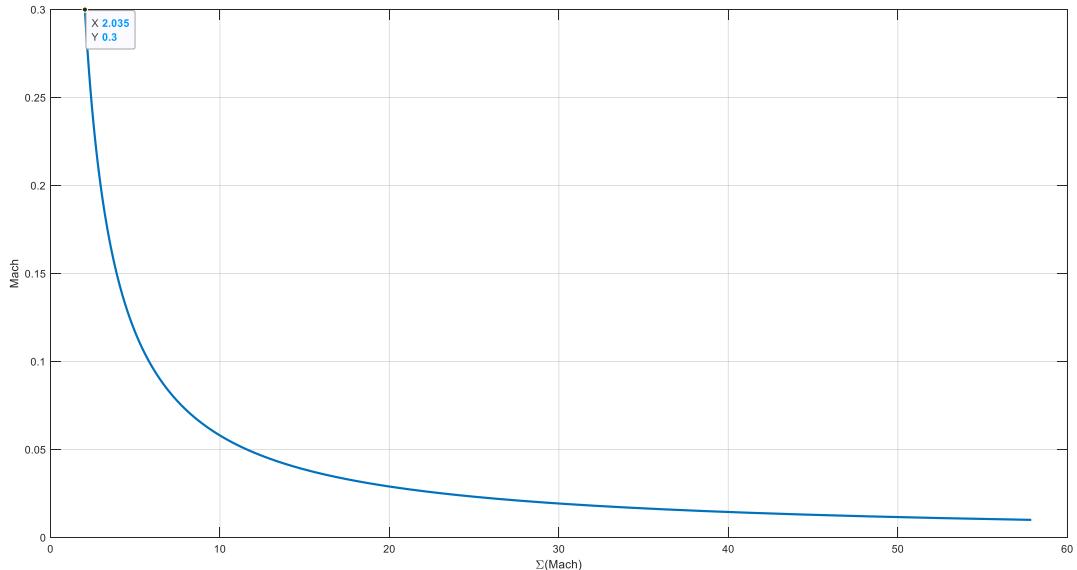
- Une contrainte géométrique $\frac{d_2}{d_1} \geq 1.2$
- Une contrainte aérodynamique $M_2 \leq 0.3$ nécessaire au bon fonctionnement de la chambre de combustion

$$\Sigma(M_0) = \frac{A_0}{A_{c,0}} = \frac{1}{M_0} \left(\left(\frac{2}{\gamma + 1} \right) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \right) \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}$$

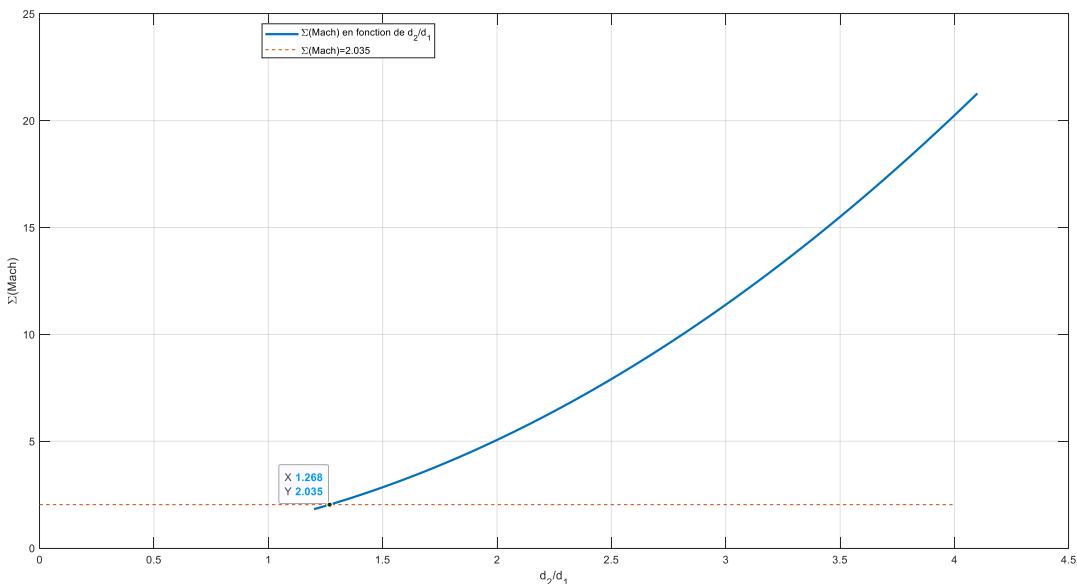
$$A.N.: \Sigma(M_0) = 1.6875$$

Nous avons une double contrainte à respecter dans la même équation. Fixons le rapport $\frac{d_2}{d_1} \geq 1.2$ et calculons les valeurs de $\Sigma(M_2)$ correspondantes.

Nous avons calculé et tracé en parallèle les valeurs de $\Sigma(M)$ pour un Mach allant de 0.01 à 0.3 sur la figure ci-après. À partir de cette figure nous savons que pour vérifier la condition : $M_2 \leq 0.3$ il faut que $\Sigma(M_2) \geq 2.035$.

Figure 51 M_2 en fonction $\Sigma(M_2)$

Si nous observons l'évolution de $\Sigma(M_2)$ en fonction du rapport de diamètre,

Figure 52 $\Sigma(M_2)$ en fonction de $\frac{d_2}{d_1}$

La première valeur qui satisfait la condition $M_2 \leq 0.3$, correspond à un rapport de diamètre de 1.2681 et cette valeur vérifie bien la condition $\frac{d_2}{d_1} \geq 1.2$.

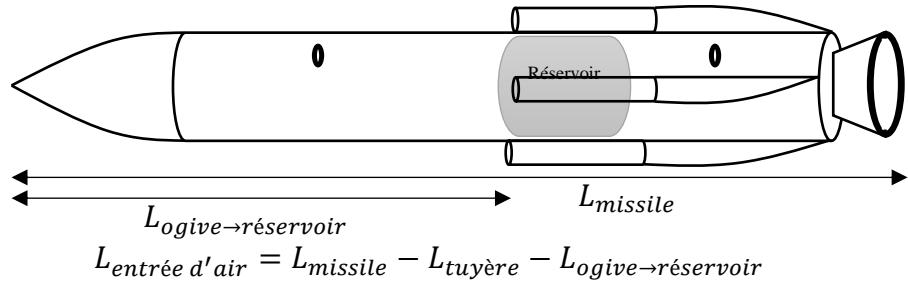
En interpolant, la valeur de $\Sigma(M_2)$ vérifiant les deux conditions, sur la courbe de la Figure 51, nous obtenons $M_2 = 0.29997$.

Nous pouvons dès lors, calculer d_2 .

$$d_2 = 1.2681 \times d_1$$

$$A.N.: d_2 = 0.1495 \text{ m}$$

L'entrée d'air court du début du réservoir jusqu'au culot du missile comme l'illustre le schéma ci-dessous.

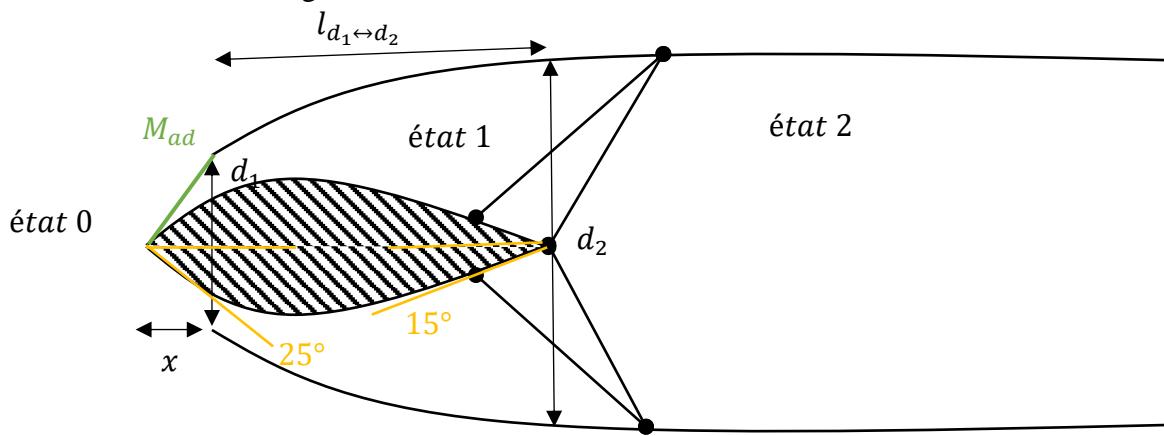


$$A.N.: L_{entrée d'air} = 5.6691 - 2.2248 - 0.5 \times 0.3241 = 3.2823 \text{ m}$$

La longueur $l_{d_1 \leftrightarrow d_2}$ est donnée par :

$$l_{d_1 \leftrightarrow d_2} = \frac{d_2 - d_1}{\tan(7^\circ)} = 0.2574 \text{ m}$$

Intéressons-nous au design de la souris :



Pour calculer cette longueur nous supposerons que le choc conique épouse la lèvre (entrée d'air supposée adaptée) ainsi, nous poserons : $M_{ad} = M_0 + 0.2$.

Nous obtenons l'angle de choc, σ , à partir de la table de choc conique pour $M = 2.2$ et un angle de déviation de 25° .

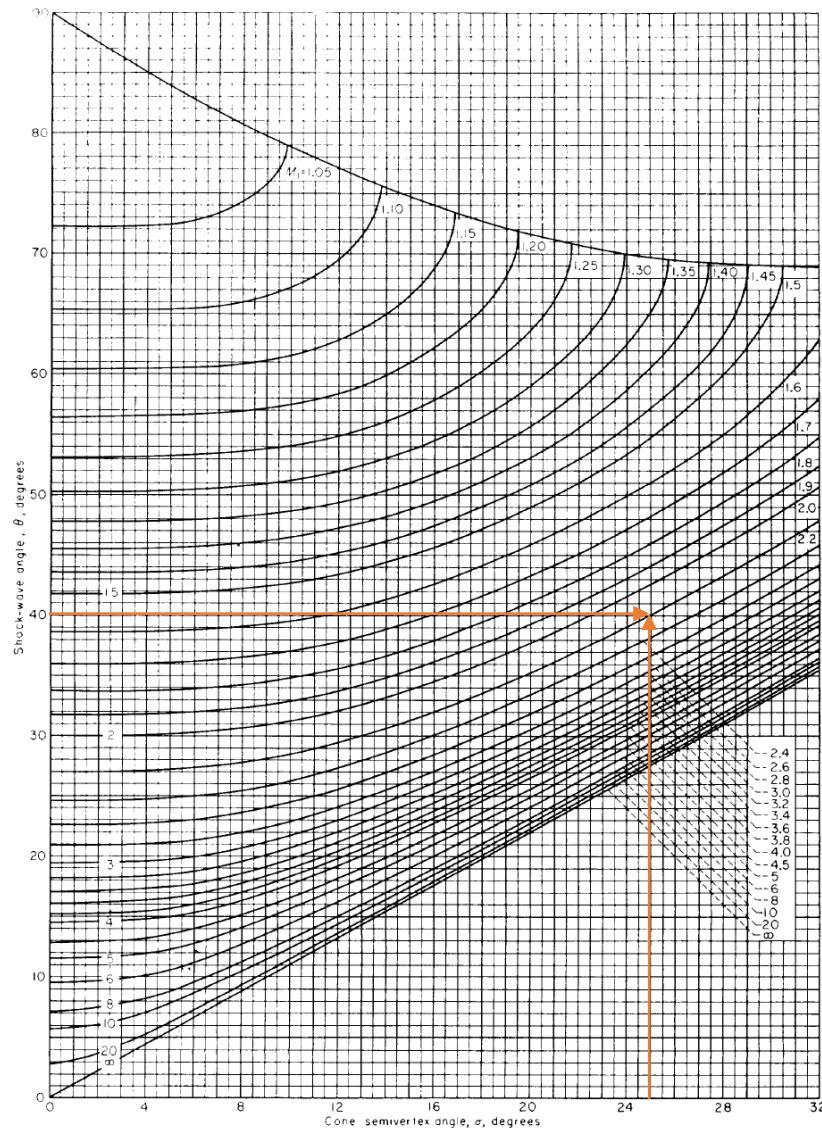


CHART 5.— Variation of shock-wave angle with cone semivertex angle for various upstream Mach numbers. Perfect gas, $\gamma = 1.405$. 6

Nous obtenons $\sigma = 40^\circ$, donc $x = \frac{d_1}{\tan(40^\circ)} = 0.1405 \text{ m}$.

⁶ main_Equations-Tables-Charts-CompressibleFlow-Report-1135

Annexe 11 Formulaire aérodynamique

Grandeur d'arrêt/statiques : $P_i = P_s (1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$, $T_i = T_s (1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2)$ et $T_i = T_s + \frac{V^2}{2C_p}$

$$\text{Fonction } \Sigma(M) = \frac{A}{A_c} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

$$\text{Fonction débit : } \dot{m} = \delta(\gamma) \cdot \frac{P_i A}{\Sigma(M) \sqrt{C_p T_i}} \text{ avec } \delta(\gamma=1.4)=1.281$$

$\gamma = 1,400$		$\delta(\gamma) = 1,281$			
M	ps/pi	p/pi	ts/ti	A/Ac	
0,100	0,9930	0,9950	0,9980	5,822	
0,150	0,9844	0,9888	0,9955	3,910	
0,200	0,9725	0,9803	0,9921	2,964	
0,250	0,9575	0,9694	0,9877	2,403	
0,300	0,9395	0,9564	0,9823	2,035	
0,350	0,9188	0,9413	0,9761	1,778	
0,400	0,8956	0,9243	0,9690	1,590	
0,450	0,8703	0,9055	0,9611	1,449	
0,500	0,8430	0,8852	0,9524	1,340	
0,550	0,8142	0,8634	0,9430	1,255	
0,600	0,7840	0,8405	0,9328	1,188	
0,650	0,7528	0,8164	0,9221	1,136	
0,700	0,7209	0,7916	0,9107	1,094	
0,750	0,6886	0,7660	0,8989	1,062	
0,800	0,6560	0,7400	0,8865	1,038	
0,850	0,6235	0,7136	0,8737	1,021	
0,900	0,5913	0,6870	0,8606	1,009	
0,950	0,5595	0,6604	0,8471	1,002	
1,000	0,5283	0,6339	0,8333	1,0000	
1,050	0,4979	0,6077	0,8193	1,0020	
1,100	0,4684	0,5817	0,8052	1,0079	
1,150	0,4398	0,5562	0,7908	1,0175	
1,200	0,4124	0,5311	0,7764	1,0304	
1,250	0,3861	0,5067	0,7619	1,0468	
1,300	0,3609	0,4829	0,7474	1,0663	
1,350	0,3370	0,4598	0,7329	1,0890	
1,400	0,3142	0,4374	0,7184	1,1149	
1,450	0,2927	0,4158	0,7040	1,1440	
1,500	0,2724	0,3950	0,6897	1,1762	
1,600	0,2353	0,3557	0,6614	1,2802	
1,700	0,2026	0,3197	0,6337	1,3376	
1,800	0,1740	0,2868	0,6068	1,4390	
1,900	0,1492	0,2570	0,5807	1,5553	
2,000	0,1278	0,2300	0,5556	1,6875	
2,100	0,1094	0,2058	0,5313	1,8369	
2,200	0,0935	0,1841	0,5081	2,0050	
2,300	0,0800	0,1646	0,4859	2,1931	
2,400	0,0684	0,1472	0,4647	2,4031	
2,500	0,0585	0,1317	0,4444	2,6367	
2,600	0,0501	0,1179	0,4252	2,8960	
2,700	0,0430	0,1056	0,4068	3,1830	
2,800	0,0368	0,0946	0,3894	3,5001	
2,900	0,0317	0,0849	0,3729	3,8498	
3,000	0,0272	0,0762	0,3571	4,2346	
3,100	0,0234	0,0685	0,3422	4,6573	
3,200	0,0202	0,0617	0,3281	5,1210	
3,300	0,0175	0,0555	0,3147	5,6286	
3,400	0,0151	0,0501	0,3019	6,1837	
3,500	0,0131	0,0452	0,2899	6,7896	
3,600	0,0114	0,0409	0,2784	7,4501	
3,700	0,0099	0,0370	0,2675	8,1691	
3,800	0,0086	0,0335	0,2572	8,9506	
3,900	0,0075	0,0304	0,2474	9,7990	
4,000	0,0066	0,0277	0,2381	10,7188	

$\frac{P_i}{P_i}$	$\frac{\rho_i}{\rho_i}$	$\frac{t_i}{t_i}$	$\frac{A}{A_c}$	$\dot{m} = \delta(\gamma) \frac{P_i A_c}{\sqrt{C_p T_i}}$	$\delta(\gamma) = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$
$\frac{P_i}{P_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$	$\frac{\rho_i}{\rho_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma-1}}$	$\frac{t_i}{t_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1}$	$\frac{A}{A_c} = \frac{1}{M} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$	$\dot{m} = \delta(\gamma) \frac{P_i A_c}{\sqrt{C_p T_i}}$	$\delta(\gamma) = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$
$\frac{P_i}{P_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$	$\frac{\rho_i}{\rho_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma-1}}$	$\frac{t_i}{t_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1}$	$\frac{A}{A_c} = \frac{1}{M} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$	$\dot{m} = \delta(\gamma) \frac{P_i A_c}{\sqrt{C_p T_i}}$	$\delta(\gamma) = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$
$\frac{P_i}{P_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$	$\frac{\rho_i}{\rho_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma-1}}$	$\frac{t_i}{t_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1}$	$\frac{A}{A_c} = \frac{1}{M} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$	$\dot{m} = \delta(\gamma) \frac{P_i A_c}{\sqrt{C_p T_i}}$	$\delta(\gamma) = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$
$\frac{P_i}{P_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$	$\frac{\rho_i}{\rho_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma-1}}$	$\frac{t_i}{t_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1}$	$\frac{A}{A_c} = \frac{1}{M} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$	$\dot{m} = \delta(\gamma) \frac{P_i A_c}{\sqrt{C_p T_i}}$	$\delta(\gamma) = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$
$\frac{P_i}{P_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$	$\frac{\rho_i}{\rho_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma-1}}$	$\frac{t_i}{t_i} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1}$	$\frac{A}{A_c} = \frac{1}{M} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$	$\dot{m} = \delta(\gamma) \frac{P_i A_c}{\sqrt{C_p T_i}}$	$\delta(\gamma) = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$

Annexe I2 Calcul de la couche limite

Localement, nous pouvons assimiler la surface du missile à une plaque plane. L'état de l'art nous donne la condition suivante $\frac{h}{D_m} = \frac{1}{15} \Rightarrow h = 0.0216 \text{ m}$.

Dans le but de simplifier les calculs nous considérons que la couche limite se développant autour du missile est complètement turbulente, cette considération nous permet de donner un majorant de la hauteur de l'interstice.

De plus, nous savons⁷ que pour une couche limite turbulente (écoulement supersonique), l'épaisseur de celle-ci se développant selon x , est donnée par :

$$\delta_t = \frac{0.37x}{R_{e_x}}$$

Le nombre de Reynolds est donné par :

$$Re_x = \frac{\rho_{air} \sqrt{\frac{\gamma_{air} p_{air}}{\rho_{air}}} Mx}{\mu_{air}}$$

La viscosité dynamique μ de l'air dépend de la température et s'obtient avec la loi de Sutherland :

$$\mu(T) \approx 1.715 \times 10^{-5} \left(\frac{T}{273.15} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{273.15 + 110.4}{T + 110.4}$$

Le missile évoluant à Mach 2 et à une altitude proche du niveau de la mer ($T_0 = 288.15, \rho_0 = 1.225$ et $p_0 = 101325 \text{ Pa}$) nous avons :

$$\mu(T_0) \approx 1.7883 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$$

Nous devons calculer la longueur x sur laquelle se développe la couche limite :

$$x = l_{arc \ parabole} + \underbrace{l_{équipement \rightarrow réservoir}}_{1.2525 \text{ m}}$$

Pour calculer la longueur de l'arc de l'ogive nous utilisons son équation :

⁷ *Fundamentals of Aerodynamics* de John D. Anderson Jr.

$$y(x) = -\underbrace{\frac{1}{18D_m}}_a x^2 + \underbrace{\frac{1}{3}}_b x$$

La longueur de l'arc est donnée par l'intégrale suivante⁸ :

$$l_{arc\ parabole} = \int_0^{L_{ogive}} \sqrt{(1 + (2ax + b)^2)} dx$$

En utilisant MATLAB, nous obtenons :

$$A.N.: l_{arc\ parabole} = 0.99\ m$$

Ainsi,

$$x = 2.2425\ m$$

D'où,

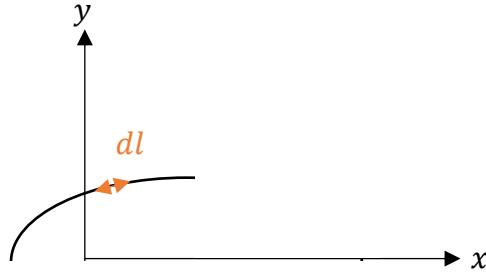
$$Re = 1.0455 \times 10^8$$

Nota bene : le Reynolds est supérieur au Reynolds de transition fixé autour de 5×10^5 pour une plaque plane la couche limite se développant, est donc bien turbulente.

⁸ La démonstration est donnée dans l'annexe suivante

Annexe I3 Calcul de la longueur d'un arc de parabole

Soit l'équation canonique d'une parabole $y(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}$



Soit dl un petit élément de longueur de l'arc de parabole, nous avons $dl^2 = dx^2 + dy^2$

$$\Rightarrow dl = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$\text{Or, } \frac{dy(x)}{dx} = 2ax + b \Rightarrow dy = (2ax + b)dx$$

$$\Rightarrow dl = \sqrt{dx^2 + (2ax + b)^2 dx^2}$$

$$\Rightarrow dl = dx\sqrt{1 + (2ax + b)^2}$$

La longueur de l'arc entre deux points est alors donnée par :

$$L = \int_{x_1}^{x_2} dl = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + (2ax + b)^2} dx$$

Annexe 14 Calcul de l'angle d'incidence α

Pour réaliser le calcul de l'angle d'incidence α , nous commençons par utiliser la relation fondamentale de la statique.

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = \vec{0} \\ \sum \overrightarrow{M_{F/G}} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{P} \Rightarrow F_1 + F_2 = n \times mg \times \cos(\alpha)$$

$$\sum \overrightarrow{M_{F/G}} = \vec{0} \Rightarrow F_2 \left(\frac{X_{f_{a\alpha_G}}}{D_m} - \frac{X_G}{D_m} \right) = F_1 \left(\frac{X_G}{D_m} - \frac{X_{f_{a\alpha_1}}}{D_m} \right)$$

Nous avons un statoréacteur donc nous prenons un facteur de charge en fin de mission $n = 10$, puisqu'un missile équipé d'un statoréacteur est plus léger en fin de mission qu'un missile équipé d'un turboréacteur.

D'où,

$$F_1 = \frac{n \times mg \times \cos(\alpha)}{\left(1 + \frac{\frac{X_G}{D_m} - \frac{X_{f_{a\alpha_1}}}{D_m}}{\frac{X_{f_{a\alpha_G}}}{D_m} - \frac{X_G}{D_m}} \right)} = n \times mg \times \cos(\alpha) \times \left(\frac{\frac{X_{f_{a\alpha_G}}}{D_m} - \frac{X_G}{D_m}}{\frac{X_{f_{a\alpha_G}}}{D_m} - \frac{X_{f_{a\alpha_1}}}{D_m}} \right)$$

$$\text{Et } F_1 = \frac{1}{2} p \gamma M^2 S_{ref} C_{N\alpha_1} \alpha$$

Ainsi,

$$\frac{\alpha}{\cos(\alpha)} = \frac{n \times m \times g}{\frac{1}{2} p \gamma M^2 S_{ref} C_{N\alpha_1}} \left(\frac{\frac{X_{f_{a\alpha_G}}}{D_m} - \frac{X_G}{D_m}}{\frac{X_{f_{a\alpha_G}}}{D_m} - \frac{X_{f_{a\alpha_1}}}{D_m}} \right)$$

$$\text{Avec, } \frac{X_{f_{a\alpha_1}}}{D_m} = \underbrace{\frac{C_{N\alpha_F} \frac{X_{f_{a\alpha_F}}}{D_m} + C_{N\alpha_{EA}} \frac{X_{f_{a\alpha_{EA}}}}{D_m}}{C_{N\alpha_F} + C_{N\alpha_{EA}}}}_{C_{N\alpha_1}}, \frac{X_{f_{a\alpha_G}}}{D_m} = \frac{L_m - \frac{\frac{1}{2}D}{m} - Ltuy}{\text{supersonique}} \frac{D_m}{D_m}, S_{ref} = \frac{\pi D_m^2}{4}$$

Avec les trois graphes ci-après nous avons :

$$C_{N\alpha_F} = 3 \text{ et } \frac{X_f a_{\alpha_F}}{D_m} = 2.55$$

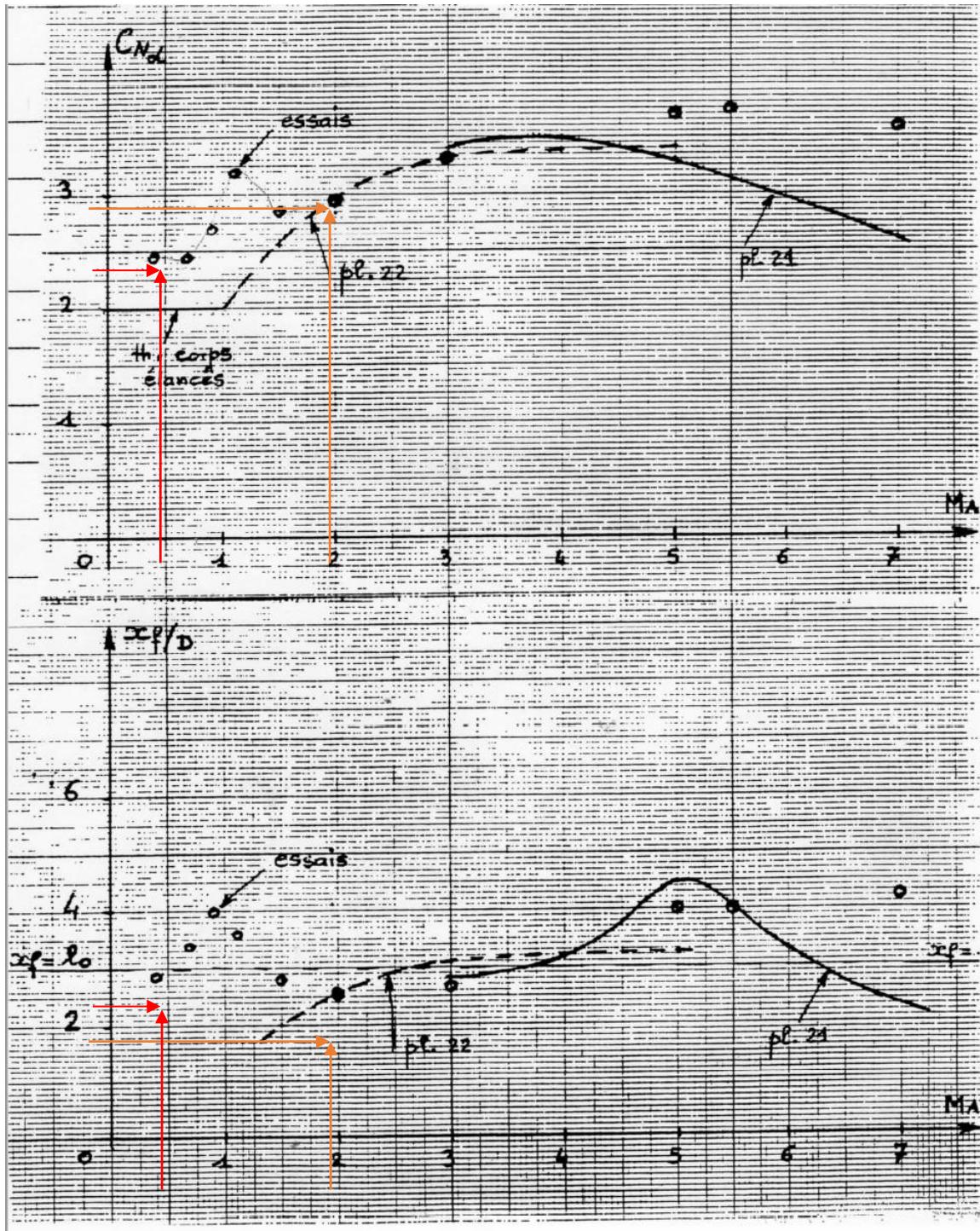
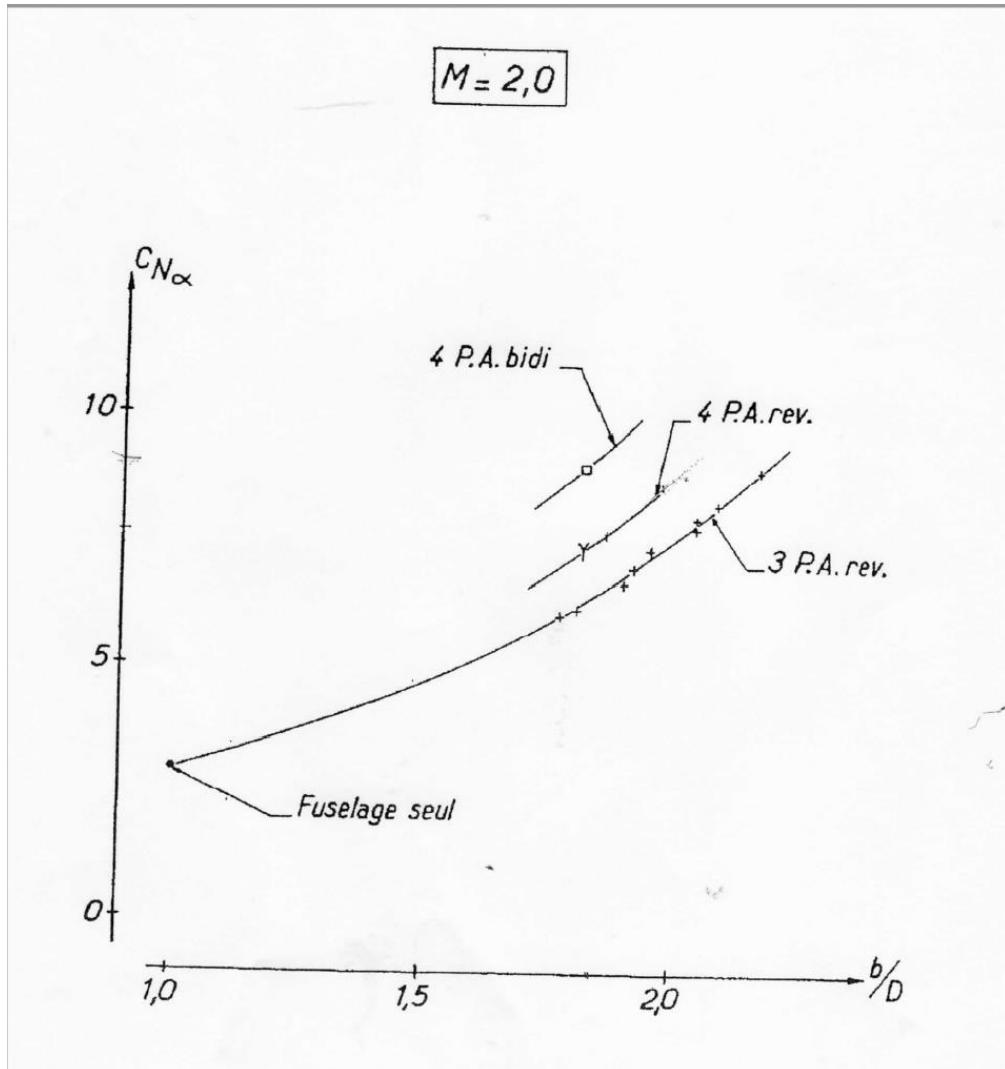


Figure 53 $C_{N\alpha}$ en fonction du Mach et $\frac{X_f}{D}$ en fonction du Mach



La longueur b , est telle que : $b = D_m + 2h_{piège \ couche \ limite} + 2d_2 + 4e$

$$\frac{b}{D_m} = 2.0682$$

De ce fait, $C_{N\alpha_1} \approx 9.15$

D'où, $C_{N\alpha_{EA}} \approx 6.15$

De plus, pour tout M , $\frac{x_{fa}\alpha_{EA}}{D_m} = \frac{x_{d_2}}{D_m} = \frac{l_{d_2 \leftrightarrow d_1} + L_{og} + L_{eq} + L_{cm}}{D_m} = 7.6588$

Ainsi,

$$\frac{X_{fa\alpha_1}}{D_m} = 5.9838 \text{ et } \frac{X_{fa\alpha_G}}{D_m} = 16.4919$$

Nous résolvons l'équation implicite qui nous donne $\alpha = 9.8462^\circ$

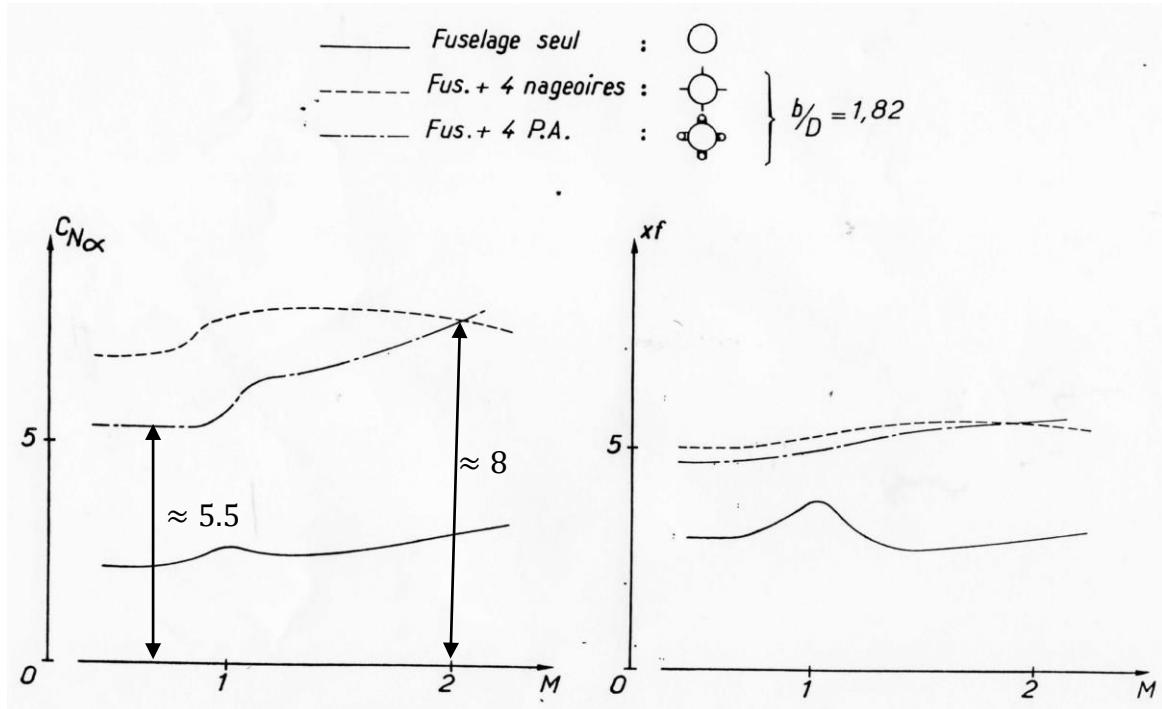


Figure 54 Evolution du $C_{N\alpha}$ en fonction du nombre de Mach

$$C_{N\alpha}|_{M=0.6} \approx 5.5 + C_{N\alpha}|_{M=2} - 8 \approx 6.65$$

Annexe 15 Détermination de δ_{max}

$$\text{Nous avons, } n \times m \times g \times \cos(\alpha) = \frac{1}{2} p \gamma M^2 S_{réf} (C_{N\alpha_1} \alpha + C_{N\alpha_G} \alpha + C_{N\delta} \delta)$$

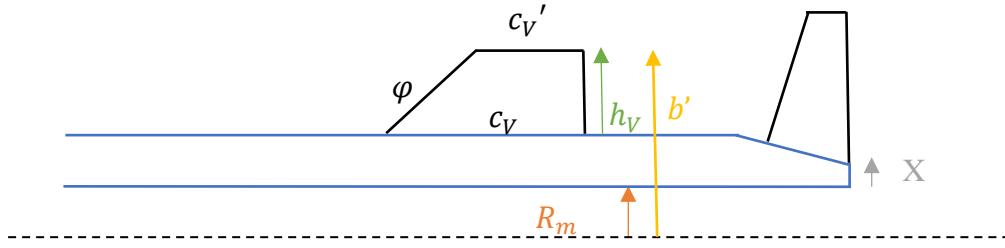
$$\Rightarrow \delta = \frac{n \times m \times g \times \cos(\alpha)}{\frac{1}{2} p \gamma M^2 S_{réf} C_{N\delta}} - \left(\frac{C_{N\alpha_1} + C_{N\alpha_G}}{C_{N\delta}} \right) \alpha$$

$$\Rightarrow \delta_{max} = \frac{n \times m_{fin \text{ croisière}} \times g \times \cos(\alpha_{max})}{\frac{1}{2} p \gamma M^2 S_{réf} C_{N\delta}} - \left(\frac{C_{N\alpha_1} + C_{N\alpha_G}}{C_{N\delta}} \right) \alpha_{max}$$

Annexe 16 Détermination des surfaces en plan

Dans cette partie nous allons dimensionner les gouvernes ainsi que les voilures de notre missile.

Nous commencerons par les voilures.



L'équation suivante (théorie des corps élancés) va nous permettre de déterminer le coefficient de portance de la voilure en interaction avec le fuselage :

$$C_{N\alpha_{V/F}} = C_{N\alpha_{V\text{isolée}}} \times (K_V + K_F) \times \frac{S_V}{S_{ref}}$$

Avec,

$$K_V + K_F = \left(1 + \frac{R_m}{b'}\right)^2$$

$$b'_V = R_m + h + d_2 + 2 \times e + h_V$$

$$S_V = \left(\frac{c_V + c'_V}{2}\right) \times h_V \times 2$$

$$c'_V = c_V - h_V \tan(\varphi)$$

Nous prenons un angle de déviation $\varphi = 30^\circ$.

$$c_V = 2.5 \times D_m$$

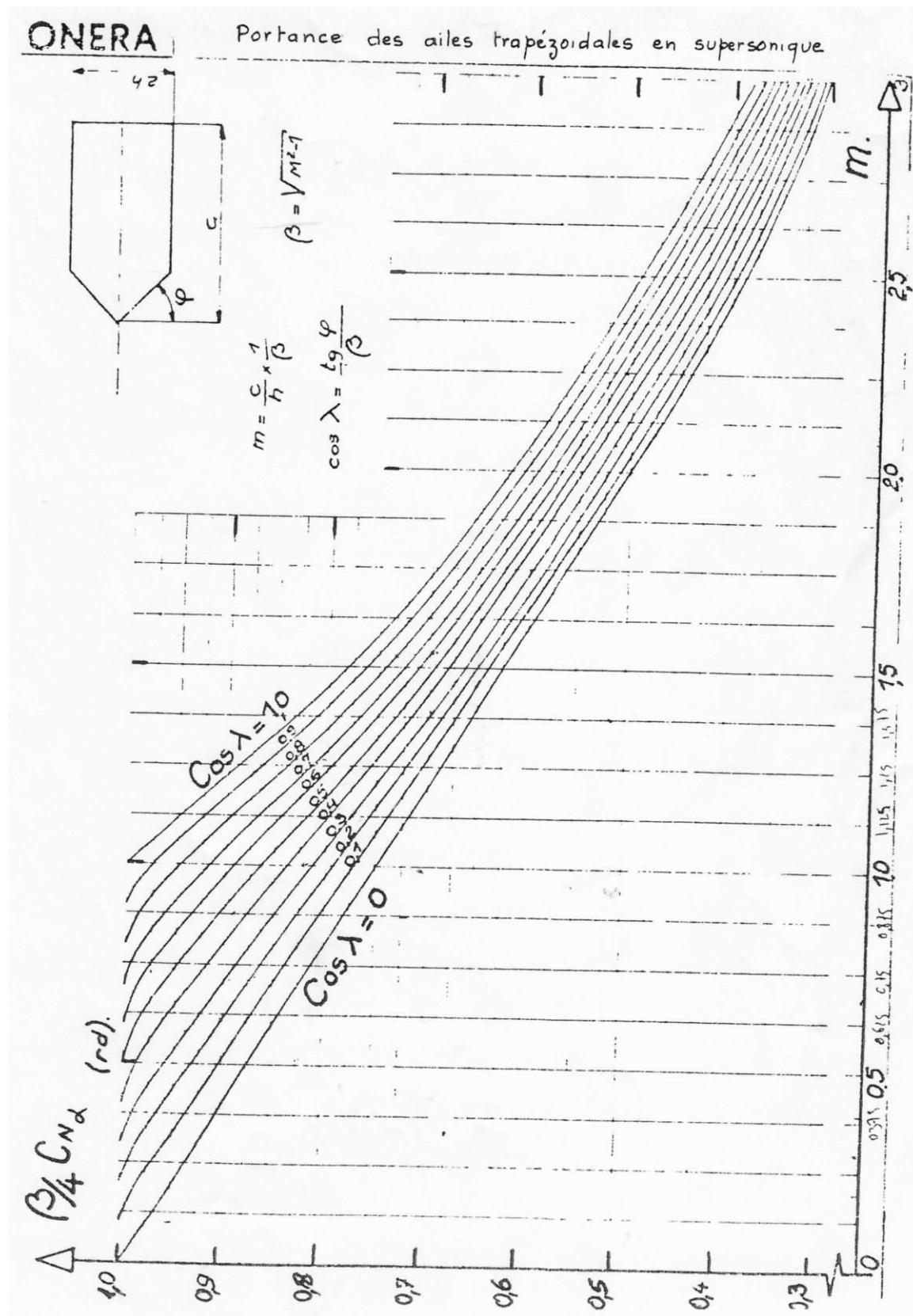


Figure 55 Portance des ailes trapézoïdales en supersonique

$$\beta = \sqrt{M^2 - 1} = \sqrt{3}$$

$$\cos(\lambda) = \frac{\tan(\varphi)}{\beta} = \frac{1}{3}$$

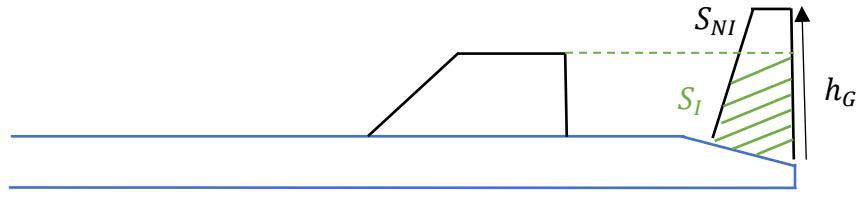
A partir du graphique précédent, pour une certaine valeur de m nous pouvons déterminer une valeur de h. Nous faisons le choix de prendre trois valeurs de m (0.5, 1.5 et 2.5). Pour chacune de ces valeurs nous déterminons le h correspondant et à l'aide de ce dernier nous calculons la valeur du $C_{N\alpha_{V/F}}$ associé.

m	h	$C_{N\alpha 1}$	$K_V + K_F$	S_V/S_{ref}	$C_{N\alpha_{V/F}}$
0,5	0,9356	2,1939	1,2713	12.2518	34,1722
1,5	0,3119	1,5011	1,5636	5.4452	12,7810
2,5	0,1871	0,9238	1,7168	3.4305	5,4406

Le $C_{N\alpha_{V/F}}$ que nous recherchons est compris entre les deux dernières valeurs. En effet nous avons précédemment déterminer la valeur de ce coefficient et nous avons trouvé 7.5344. Nous procédons donc à une interpolation pour déterminer le h correspondant.

Nous trouvons ainsi une hauteur de voilure de 0.2219 mètres.

Nous allons maintenant passer à la détermination de la hauteur associée à notre gouverne.



La partie hachurée du schéma correspond à la surface en interaction avec la voilure. En effet, au bord de fuite une zone de dépression et de surpression se rencontrent ce qui va engendrer la création de vortex. Par conséquent la zone de la gouverne « cachée » par la voilure voit un écoulement amont perturbé. C'est pourquoi la gouverne est divisée en deux surfaces distinctes S_{NI} et S_I .

Un nouveau coefficient va intervenir dans l'équation du coefficient de portance de la gouverne en interaction avec le fuselage, le coefficient d'interaction « aile-aile ». Il est défini par :

$$K_{VG} = \frac{0.5 \times S_I + S_{NI}}{S_I + S_{NI}}$$

$$S_I + S_{NI} = S_G$$

D'où,

$$C_{N\alpha G/F} = C_{N\alpha G_{isolée}} \times (K_V + K_F) \times \frac{S_G}{S_{ref}} \times K_{VG}$$

Avec,

$$K_V + K_F = \left(1 + \frac{R_m}{b'}\right)^2$$

$$b'_G = R_m + \frac{d_2}{2} + h_G$$

$$S_I = \frac{c_G + c'_I}{2} \times (h_V + \frac{d_2}{2}) \times 2$$

$$c_G = D_m$$

$$c'_I = c_G - \left(h_V + \frac{d_2}{2}\right) \times \tan(30^\circ)$$

$$S_G = \frac{c_G + c'_G}{2} \times h_G \times 2$$

$$c'_G = c_G - h_V \times \tan(30^\circ)$$

$$S_{NI} = S_G - S_I$$

Nous prenons les mêmes valeurs de m que pour la détermination de la hauteur associée à la voilure. Nous obtenons les résultats suivants :

m	h	$C_{N\alpha 1}$	$K_V + K_F$	S_G/S_{ref}	K_{VG}	$C_{N\alpha G/F}$
0,5	0,3742	2,1939	1.6007	1.9603	0.5626	3.7969
1,5	0,1247	1,5011	2.0973	0,8712	0.0158	-0.0249
2,5	0,0748	0,9238	2.3103	0,5489	-0.5623	-0.7048

Le $C_{N\alpha G/F}$ que nous recherchons est compris entre les deux premières valeurs. En effet nous avons précédemment déterminer la valeur de ce coefficient et nous avons trouvé 2.8742. Nous procémons donc à une interpolation pour déterminer le h correspondant.

Nous trouvons ainsi une hauteur de gouverne de 0.3124 mètres.