

Soutenance de rapport bibliographique - Informatique quantique

Pierre Engelstein

Polytech Angers

8 février 2021

Etat d'un système quantique

Definition

Notation d'un état quantique :

$$|\psi\rangle = \sum_i c_i |k_i\rangle, \quad (1)$$

Avec $|k_i\rangle$ vecteurs d'état purs.

Système quantique élémentaire : le qubit : $|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$

Example

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle. \quad (2)$$

avec

$$|0\rangle \mapsto \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, |1\rangle \mapsto \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

La mesure projective

Definition

Quand un système quantique est dans un état superposé $|\psi\rangle = \sum_i c_i |k_i\rangle$, on va avoir comme probabilité c_i^2 de mesurer l'état $|k_i\rangle$.

Remarque

La mesure est **projective** : on perd l'état probabiliste.

Dynamique des systèmes quantiques

- 1 Conserve la norme unité
- 2 Evolution linéaire : limite dans les problèmes résolubles

Vers l'informatique quantique

- Utiliser de multiples qubits - intrication quantique

$$\begin{aligned} |\psi_1\rangle &= \frac{1}{2} |00\rangle + \frac{1}{2} |01\rangle + \frac{1}{2} |10\rangle + \frac{1}{2} |11\rangle \\ &= \frac{1}{2} (|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|0\rangle + |1\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle &= \frac{1}{4} |00\rangle + 0 |01\rangle + 0 |10\rangle + \frac{1}{4} |11\rangle \\ &= ?? \end{aligned}$$

- Portes quantiques
 - Portes élémentaires : Hadamard, Pauli, Toffoli
 - Construction de circuit

Présentation du problème

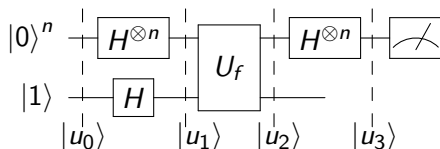
Problème

Déterminer en le moins d'itérations possibles si une fonction f booléenne est constante ou équilibrée

Dans le cas classique : $2^{n-1} + 1$ itérations

Dans le cas quantique : 1 seule itération

Algorithmes



- ① Initialisation : $|u_0\rangle$
- ② $|u_1\rangle$: Mise à l'équilibre : porte de Hadamard
- ③ $|u_2\rangle$: Application de la fonction U_f
- ④ $|u_3\rangle$: Préparation pour la mesure

Implémentation en python (Qiskit)

```
1 import numpy as np
2 from qiskit import *
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 nb_qubits = 3
5 circuit = QuantumCircuit(nb_qubits, nb_qubits)
6 for i in range(nb_qubits):
7     circuit.h(i)
8 circuit.barrier()
9 circuit.z(0)
10 circuit.z(2)
11 circuit.barrier()
12 for i in range(nb_qubits):
13     circuit.h(i)
14 circuit.barrier()
15 for i in range(nb_qubits):
16     circuit.measure(i, i)
```


Présentation du problème

Itération unique

