

Devoir maison n°8 : D'Hiver

Jules Charlier, Thomas Diot, Pierre Gallois, Jim Garnier
1E1

Exercice 1 - La couleur des nombres

Pour alléger la syntaxe, nous établissons les notations suivantes : **nombre rouge**, **nombre bleu**.

Rappelons les règles sous une forme développée avec $x \in \mathbb{R}$:

$$\textcolor{red}{1} \tag{a}$$

$$\begin{cases} \textcolor{red}{x} \Rightarrow \frac{\textcolor{red}{1}}{x} \\ \textcolor{blue}{x} \Rightarrow \frac{\textcolor{blue}{1}}{x} \end{cases} \tag{b}$$

$$\begin{cases} \textcolor{red}{x} \Rightarrow \textcolor{blue}{x} + \textcolor{blue}{1} \\ \textcolor{blue}{x} \Rightarrow \textcolor{red}{x} + \textcolor{red}{1} \end{cases} \tag{c}$$

1)

D'après (a), 1 est rouge et d'après (c), la couleur s'inverse à chaque ajout de 1. Par récurrence évidente, tous les nombres pairs sont donc bleus et tous les nombres impaires rouges.

Avec $x \in \mathbb{R}$ et $k \in \mathbb{N}$ nous avons donc :

$$\begin{cases} x = 2k \Rightarrow \textcolor{blue}{x} \\ x = 2k + 1 \Rightarrow \textcolor{red}{x} \end{cases} \tag{d}$$

Comme 2016 est pair, **2016** est bleu.

2)