

# Devoir maison n°10 : Droites Tropicales

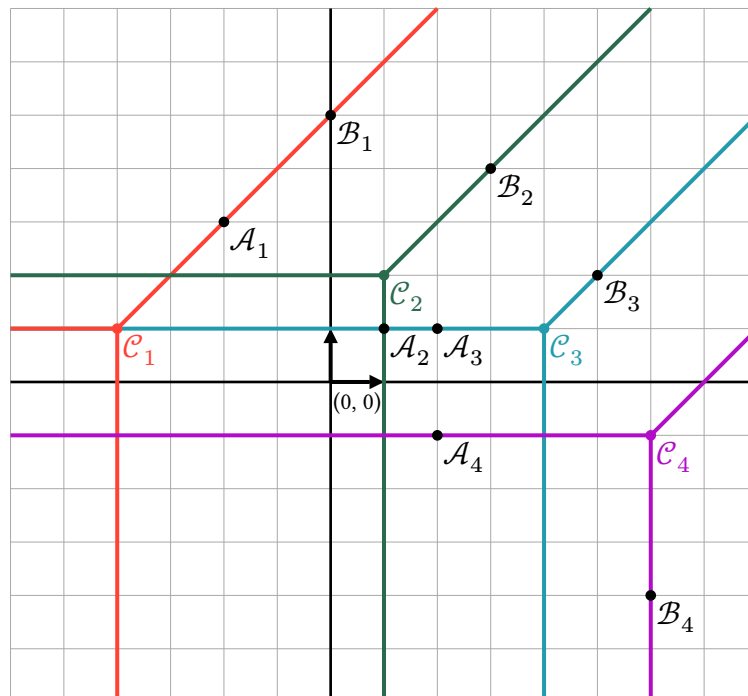
Jules Charlier, Thomas Diot, Pierre Gallois, Jim Garnier

1E1

## Partie A - Les droites tropicales

- ( $\mathcal{A}'$ ) par deux points du plan passe une droite tropicale
- ( $\mathcal{B}'$ ) par deux points quelconques indépendants du plan passe une et une seule droite tropicale
- ( $\mathcal{B}'$ ) deux droites tropicales dont les points centraux sont indépendants se coupent toujours en un unique point.

1) a)



b)

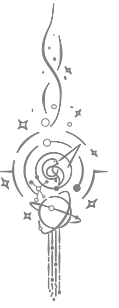
## Partie B - Addition et Multiplication tropicales

On définit sur  $\mathbb{R}$  l'addition tropicale et la multiplication tropicale tel que pour tous  $a, b \in \mathbb{R}$ ,

$$a \oplus b = \max(a, b) \quad \text{et} \quad a \otimes b = a + b$$

1) On a donc :  $3 \oplus 7 = 7$        $-5 \oplus 2 = 2$        $3 \otimes 7 = 10$        $-5 \otimes 2 = -3$

2)  $\oplus$  est associatif et commutatif car  $\max$  est associatif et commutatif.

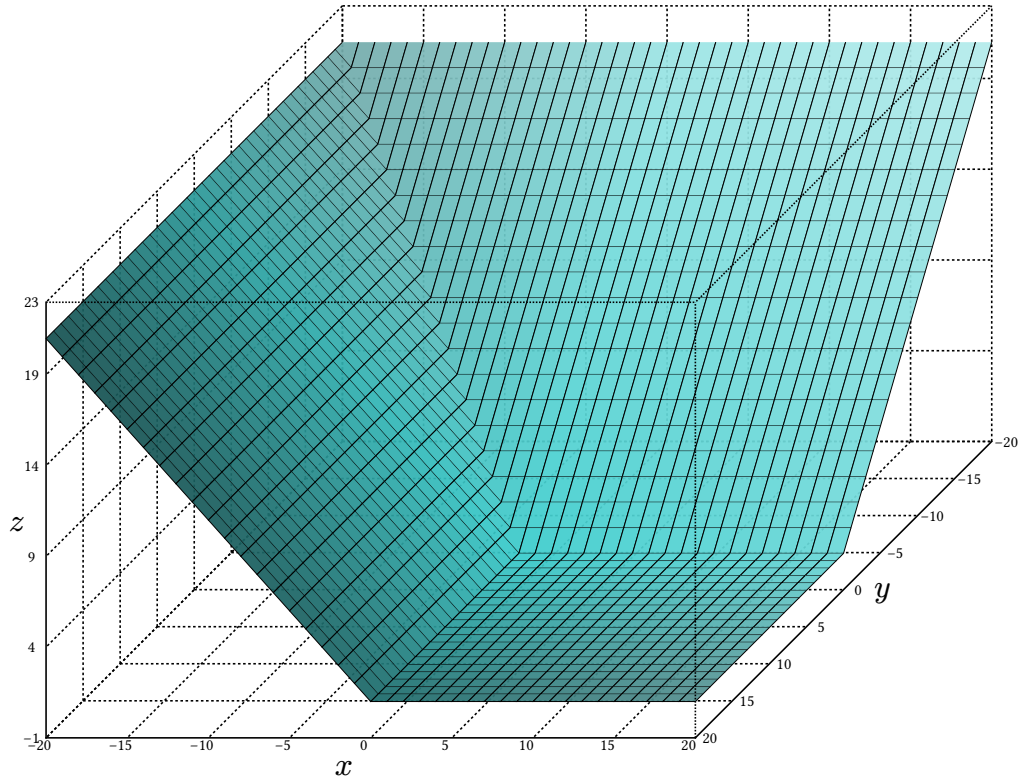


TODO : Il y a t il une preuve plus joli que par disjonction  $a < b < c / b < a < c / b < c < a$  ?  
(car b et c interchangeables car max)

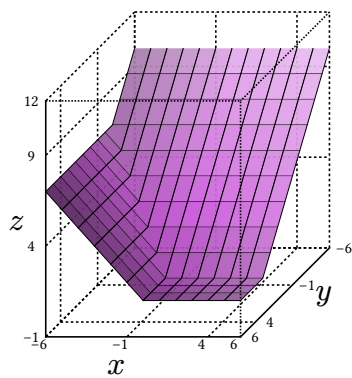
3)

Voici à quoi ressemble une fonction tropicale<sup>1</sup> de degré 1 :  $a \otimes x \oplus b \otimes y \oplus c$  :

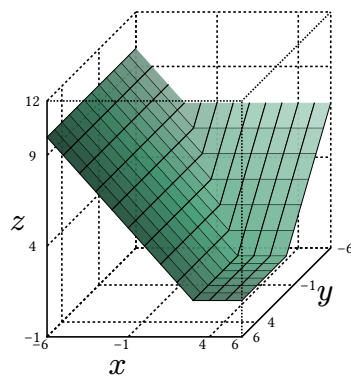
$$1 \otimes x \oplus 1 \otimes y \oplus 1$$



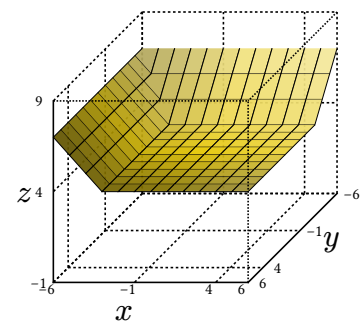
$$1 \otimes x \oplus 5 \otimes y \oplus 1$$



$$5 \otimes x \oplus 1 \otimes y \oplus 1$$

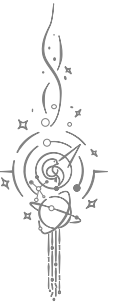


$$1 \otimes x \oplus 1 \otimes y \oplus 5$$



On remarque que modifier les valeurs  $a$ ,  $b$  et  $c$  « décale » l'un des « bords ».

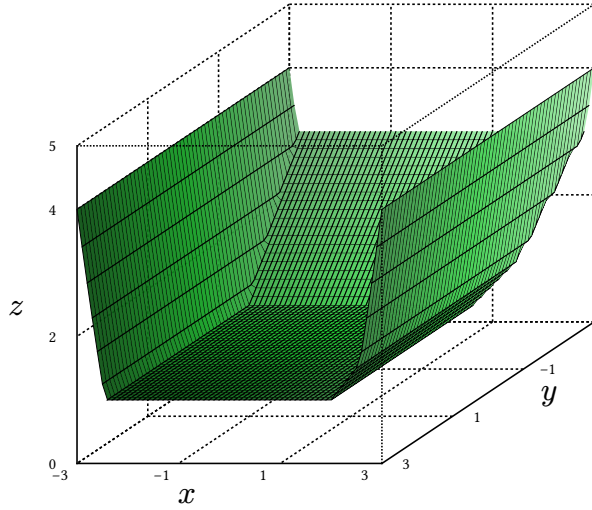
<sup>1</sup>Pour des raisons esthétiques, nous utilisons dans les graphiques l'opposé des valeurs de  $x$  et  $y$ .



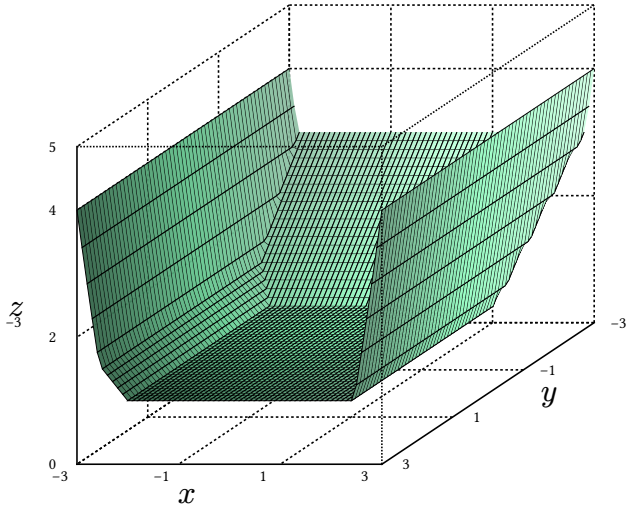
4) Voici à quoi ressemble la fonction tropicale du second degré<sup>2</sup> :

$$1 \oplus (-1) \otimes x \oplus 0 \otimes y \oplus (-5) \otimes x^2$$

D'un côté :



De l'autre en prenant l'opposé pour l'axe  $x$  :



<sup>2</sup>On prend l'opposé pour l'axe  $y$