

Devoir maison n°5 : Existence de la fonction exponentielle

Jules Charlier, Thomas Diot, Pierre Gallois, Jim Garnier
TE1

Partie A - Inégalité de Bernoulli

1) a) On calcule :

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{x}{n}\right) \left(1 - \frac{x}{(n+1)(n+x)}\right) &= \left(\frac{n+x}{n}\right) \left(\frac{(n+1)(n+x)-x}{(n+1)(n+x)}\right) \\ &= \frac{n(n+x)+n}{n(n+1)} \\ &= \frac{n+x+1}{n+1} = 1 + \frac{x}{n+1} \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} u_{n+1}(x) &= \left(1 + \frac{x}{n+1}\right)^{n+1} \\ &= \left(1 + \frac{x}{n}\right)^{n+1} \left(1 - \frac{x}{(n+1)(n+x)}\right)^{n+1} \end{aligned}$$

Partie B - Convergence de deux suites

Partie C - Existence