

Devoir maison n°10 : Droites Tropicales

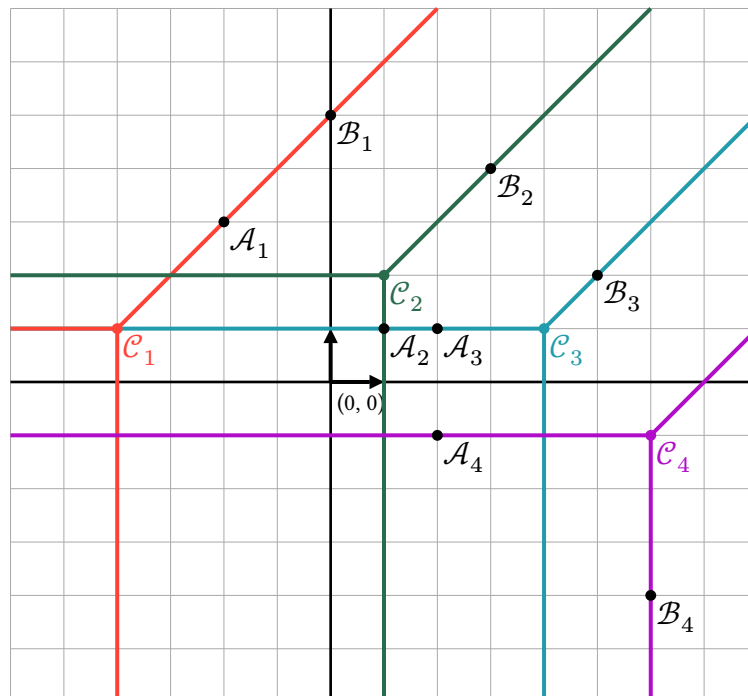
Jules Charlier, Thomas Diot, Pierre Gallois, Jim Garnier

1E1

Partie A - Les droites tropicales

- (\mathcal{A}') par deux points du plan passe une droite tropicale
- (\mathcal{B}') par deux points quelconques indépendants du plan passe une et une seule droite tropicale
- (\mathcal{B}') deux droites tropicales dont les points centraux sont indépendants se coupent toujours en un unique point.

1) a)



b)

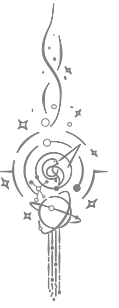
Partie B - Addition et Multiplication tropicales

On définit sur \mathbb{R} l'addition tropicale et la multiplication tropicale tel que pour tous $a, b \in \mathbb{R}$,

$$a \oplus b = \max(a, b) \quad \text{et} \quad a \otimes b = a + b$$

1) On a donc : $3 \oplus 7 = 7$ $-5 \oplus 2 = 2$ $3 \otimes 7 = 10$ $-5 \otimes 2 = -3$

2) \oplus est associatif et commutatif car \max est associatif et commutatif.

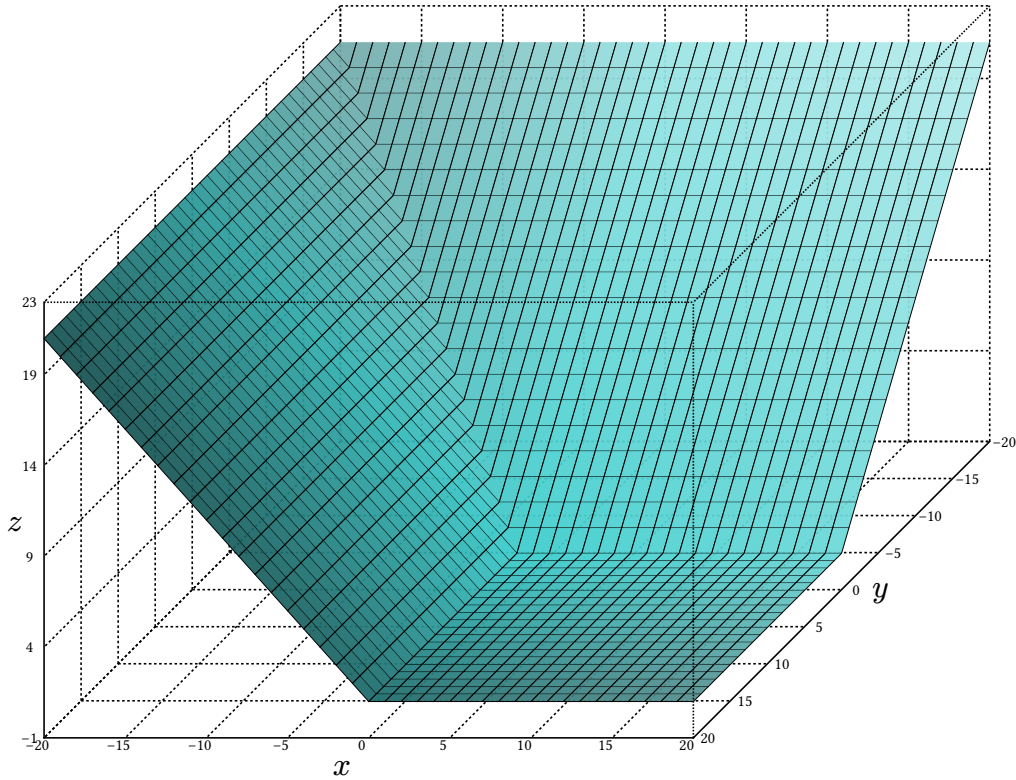


TODO : Il y a t il une preuve plus joli que par disjonction $a < b < c / b < a < c / b < c < a$?
(car b et c interchangeables car max)

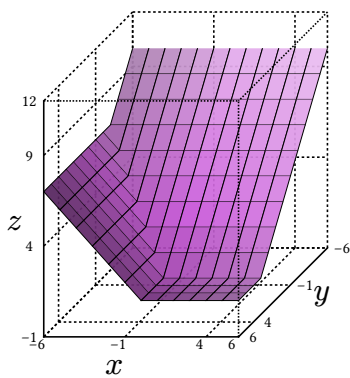
3)

Voici à quoi ressemble une fonction tropicale¹ de degré 1 : $a \otimes x \oplus b \otimes y \oplus c$:

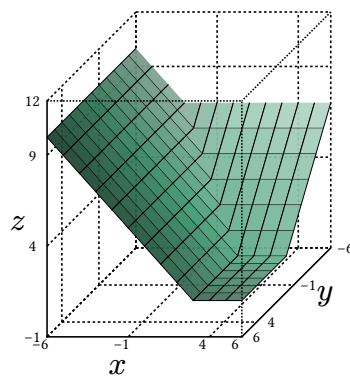
$$1 \otimes x \oplus 1 \otimes y \oplus 1$$



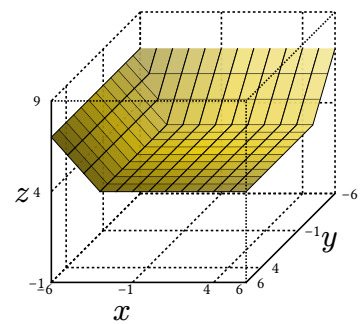
$$1 \otimes x \oplus 5 \otimes y \oplus 1$$



$$5 \otimes x \oplus 1 \otimes y \oplus 1$$

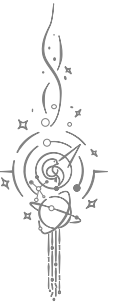


$$1 \otimes x \oplus 1 \otimes y \oplus 5$$



On remarque que modifier les valeurs a , b et c « décale » l'un des « bords ».

¹Pour des raisons esthétiques, nous utilisons dans les graphiques l'opposé des valeurs de x et y .



4) Voici à quoi ressemble la fonction tropicale du second degré² :

$$1 \oplus (-1) \otimes x \oplus 0 \otimes y \oplus (-5) \otimes x^2$$

D'un côté : De l'autre en prenant l'opposé pour l'axe x :

²On prend l'opposé pour l'axe y