

Devoir maison n°2 : Autour de la continuité

Jules Charlier, Thomas Diot, Pierre Gallois, Jim Garnier

TE1

Problème 1 - Problème unique.

Partie A - Bornitude et continuité.

1) Soient $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continue et $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bornée. Il existe ainsi $m, M \in \mathbb{R}$ tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $m \leq g(x) \leq M$.

D'une part, $f(x) \in \mathbb{R}$ donc puisque g est bornée, $m \leq g(f(x)) \leq M$ i.e. $g \circ f$ est bornée.

D'autre part, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) \in [m, M]$. f est continue donc d'après le TVI, l'image du segment $[m, M]$ par f est aussi un segment $[m', M']$ ($m', M' \in \mathbb{R}$).
Donc $f(g(x)) \in [m', M']$ i.e. $f \circ g$ est bornée.