

Mathématiques : Devoir maison n° 5

Thomas Diot, Jim Garnier, Jules Charlier, Pierre Gallois
1E1

Partie A - Méthode de Cardan

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \quad (E_0)$$

1)

$$X = x + \frac{a}{3} \quad \Leftrightarrow \quad x = X - \frac{a}{3}$$

On remplace x dans (E_0) .

$$\begin{aligned} & (X - \frac{a}{3})^3 + a(X - \frac{a}{3})^2 + b(X - \frac{a}{3}) + c = 0 \\ \Leftrightarrow & X^3 - 3X^2(\frac{a}{3}) + 3X(\frac{a}{3})^2 - (\frac{a}{3})^3 + a(X^2 - 2X(\frac{a}{3}) + (\frac{a}{3})^2) + bX - \frac{ab}{3} + c = 0 \\ \Leftrightarrow & X^3 - aX^2 + aX^2 + bX + \frac{a^2}{3}X - 2(\frac{a^2}{3}X) - \frac{a^3}{3^3} + \frac{a^3}{3^2} - \frac{ab}{3} + c = 0 \\ \Leftrightarrow & X^3 + (b - \frac{a^2}{3})X + \frac{2a^3}{3^3} - \frac{ab}{3} + c = 0 \\ \Leftrightarrow & X^3 + pX + q = 0 \end{aligned}$$

avec $p, q \in \mathbb{R}$ tel que $\begin{cases} p = (b - \frac{a^2}{3}) \\ q = \frac{2a^3}{3^3} - \frac{ab}{3} + c \end{cases}$

2)