

Devoir maison n°14 : Puissance d'un point par rapport à un cercle

Jules Charlier, Thomas Diot, Pierre Gallois, Jim Garnier
1E1

Problème 1 -

Partie A - Définition

1) a) Comme $[AA']$ forme un diamètre de Γ , les vecteurs \overrightarrow{AB} et $\overrightarrow{A'B}$ sont orthogonaux. Comme \overrightarrow{MA} et \overrightarrow{BA} sont colinéaires, $\overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{A'B}$ et :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} &= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{A'B} \\ &= \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA'}\end{aligned}$$

b) Comme $[AA']$ est un diamètre de Γ , en appliquant la formule de la médiane,

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA'} = OM^2 - R^2$$

2) a) TODO

b) Notons H l'un des points T ou S : la preuve est la même pour les deux. Par définition des tangentes, le triangle MHO est rectangle en H , et par Pythagore :

$$\begin{aligned}MH^2 + OH^2 &= OM^2 \\ \Leftrightarrow P_T(M) &= OM^2 - OH^2 = MH^2\end{aligned}$$

Ce qui prouve l'égalité.

3)

4) a)

b)

Partie B - Critère de cocyclicité

1)

2)

3)



Partie C - Quelques applications

1)

2) a)

b)

3)