

Devoir maison n°8 : Chemins sur un quadrillage

Jules Charlier, Thomas Diot, Pierre Gallois, Jim Garnier
TE1

Partie A - Retrouver des formules bien connues

1) Un chemin entre O et $M(p, q)$ équivaut à une somme ordonnée de p vecteurs \vec{i} et de q vecteurs \vec{j} . Une telle somme est composée de $p + q$ termes, et est déterminée uniquement par la position des p vecteurs \vec{i} parmi les $p + q$ termes, en complétant tous les autres termes par des \vec{j} . Ainsi, comme l'ordre des \vec{i} n'importe pas, il y a $\binom{p+q}{p}$ telles sommes.

On en déduit que le nombre de chemins entre O et $M(p, q)$ est de $\binom{p+q}{p} = \binom{p+q}{q}$ (par symétrie).

2) Un chemin de longueur n partant d'un point consiste en une somme ordonnée de n vecteurs parmi $\{\vec{i}, \vec{j}\}$, assimilable à une n -liste de cet ensemble à deux éléments. On en déduit qu'il y a 2^n chemins de longueur n partant de tout point (et en particulier de l'origine).

3)