

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

Rapport : Devoir2

Pierre Gérard
Mathieu Bouchard

IFT3395-6390 Fondements de l'apprentissage machine
Pascal Vincent, Alexandre de Brébisson et César Laurent

Table des matières

1	Partie théorique : Calcul du gradient pour l'optimisation des paramètres d'un réseau de neurones	2
1.1	Exercice a)	2
1.2	Exercice b)	2
1.3	Exercice c)	2
1.4	Exercice d)	2

1 Partie théorique : Calcul du gradient pour l'optimisation des paramètres d'un réseau de neurones

1.1 Exercice a)

b est de dimension d_h

Le vecteur d'activation est : $h_a = W^{(1)}x + b$

Avec $h_{a_i} = W_{i1}^{(1)}x_1 + W_{i2}^{(1)}x_2 + \dots + W_{id}^{(1)}x_d + b_i$

Et $h_{s_i} = h_{a_i} * I_{\{h_{a_i} > 0\}} = \max(h_{a_i}, 0)$

1.2 Exercice b)

$W^{(2)}$ est de dimension $m \times d_h$

$b^{(2)}$ est de dimension m

Le vecteur d'activation est : $o^a = W^{(2)}h_s + b^{(2)}$

Avec $o_k^a = W_{k1}^{(2)}h_{s1} + W_{k2}^{(2)}h_{s2} + \dots + W_{kn}^{(2)}h_{sn} + b_k^{(2)}$

1.3 Exercice c)

$$o^s = \text{softmax}(o^a) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n e^{o_i^a}} (e^{o_1^a}, e^{o_2^a}, \dots, e^{o_n^a})$$

$$\text{Donc } o_k^s = \frac{e^{o_k^a}}{\sum_{i=1}^n e^{o_i^a}}$$

$e^x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ donc la somme au numérateur de la fonction ci-dessus sera positive et la somme au dénominateur aussi. Une fraction de deux nombres positifs sera toujours positif donc o_k^s est toujours positif.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n o_i^s &= \sum_{i=1}^n \frac{e^{o_i^a}}{\sum_{j=1}^n e^{o_j^a}} \\ &= \frac{1}{\sum_{j=1}^n e^{o_j^a}} \sum_{i=1}^n e^{o_i^a} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n e^{o_i^a}}{\sum_{j=1}^n e^{o_j^a}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

C'est important car cela signifie que les sorties sont les probabilités pour l'entrée d'être une classe et ces classes sont mutuellement exclusives.

verifier
l'explication

1.4 Exercice d)

$$\begin{aligned} L(x, y) &= -\log o_y^s(x) \\ &= -\log \frac{e^{o_y^a(x)}}{\sum_{i=1}^n e^{o_i^a(x)}} \\ &= -\log(e^{o_y^a(x)}) + \log(\sum_{i=1}^n e^{o_i^a(x)}) \\ &= -o_y^a(x) + \log(\sum_{i=1}^n e^{o_i^a(x)}) \end{aligned}$$