

Projet Magistère
Implémentation du bootstrap pour l'estimation des paramètres
d'un modèle linéaire en présence d'hétérosédasticité
Un titre bien trop long !

Pierre LEPAGNOL

19 mai, 2020

Contents

Théorie	2
Les \neq techniques de Bootstrap en économétrie	2
Bootstrap par paire	2
Bootstrap résiduel	2
Bootstrap sauvage	2
Comparaison des différent β	3
Application des méthodes	3
Test d'Homosédasticité	13
Les \neq fonctions utilisée	14
Bootstrap par paire	14
Bootstrap Résiduel	14
Wild Bootstrap	15
Mise en oeuvre	15
Bootstrap par paire	15
Bootstrap résiduels	16
Bootstrap sauvage	16
Comparaison des différentes méthodes	17

```
relocate=function(string,X){  
  col_idx <- grep(string, names(X))  
  res <- X[, c(col_idx, (1:ncol(X))[-col_idx])]  
  return(res)  
}
```

Théorie

Les \neq techniques de Bootstrap en économétrie

Nous partons du même problème pour toutes les méthodes :

$$\begin{cases} y_i = X_i\beta + \epsilon_i \\ E(\epsilon_i) = 0, \\ \mathbf{E}(\epsilon_i) = \sigma_i^2 \end{cases}$$

Nous sommes dans un cadre d'hétéroscédasticité. Notre objectif est donc de calculer le $\hat{\beta}$ sans biais.

Bootstrap par paire

Pour le Bootstrap par paire, nous allons calculer $B \hat{\beta}$:

1. Nous tirons, n couples (X, Y) , notés $(X_1^*, Y_1^*) \dots (X_n^*, Y_n^*)$.
2. Nous ajustons notre modèle linéaire sur les n couples.
3. Nous récupérons le vecteur $\hat{\beta}$.

Ensuite nous calculons le $\hat{\beta}_{moyen}$ et un intervalle de confiance sur le $\hat{\beta}_{moyen}$.

Bootstrap résiduel

Une autre approche du bootstrapping dans les problèmes de régression consiste à rééchantillonner les résidus. La méthode se déroule comme suit.

1. Nous ajustons une régression linéaire et nous récupérons les ϵ
2. Pour chaque paire (x_i, y_i) , dans laquelle x_i est une variable explicative, nous ajoutons un résidu rééchantillonné de manière aléatoire, ϵ_j à la valeur ajustée \hat{y}_i . De fait nous créons de nouvelles variables réponse $y_i^* = \hat{y}_i + \epsilon_j$ où j est choisi au hasard dans la liste $(1, \dots, n)$ pour chaque i .
3. Nous ré-ajustons un modèle linéaire sur les nouvelles variables de réponse.
4. Nous récupérons le vecteur $\hat{\beta}$.

Ensuite nous calculons le $\hat{\beta}_{moyen}$ et un intervalle de confiance sur le $\hat{\beta}_{moyen}$.

Bootstrap sauvage

Le principe du Bootstrap sauvage est similaire au Bootstrap résiduel.

1. Nous ajustons une régression linéaire et nous récupérons les $\hat{\epsilon}$
2. Pour chaque paire (x_i, y_i) , dans laquelle x_i est une variable explicative : nous ajoutons une réalisation d'une variable aléatoire ξ ayant pour propriété :
 - $E(\xi) = 0$
 - $Var(\xi) = 1$ au résidu ϵ_i correspondant à la valeur ajustée \hat{y}_i . De fait, nous créons de nouvelles variables réponse $y_i^* = \hat{y}_i + \hat{\epsilon}_j \xi_i$ où j est choisi au hasard dans la liste $(1, \dots, n)$ pour chaque i .
3. Nous ré-ajustons un modèle linéaire sur les nouvelles variables de réponse.
4. Nous récupérons le vecteur $\hat{\beta}$.

Ensuite nous calculons le $\hat{\beta}_{moyen}$ et un intervalle de confiance sur le $\hat{\beta}_{moyen}$.

Comparaison des différent β

Pour comparer les Méthodes nous utiliserons des

Application des méthodes

##Initialisation des paramètres

```
L=30
# Nombre d'échantillon Boot
B=2000
# Seuil de risque
alpha=0.05
```

Nous allons construire un modèle de base en selectionnant automatiquement les variables en fonction de l'AIC du modèle avec la fonction `step`.

```
Init=step(lm(prix~.,data=donnee))
```

```
## Start:  AIC=2236.9
## prix ~ nb_photo + nb_pieces + nb_chambres + surface + distance_station_0 +
## distance_station_1 + distance_station_2 + `Cathedrale Notre-Dame de Paris` +
## `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` + `Musee du Louvre` +
## `Tour Eiffel` + `Centre Pompidou` + `Musee d'Orsay` + `Cite des sciences et de l'industrie` +
## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` + `Grand site du Jardin des plantes` +
## `Arc de triomphe` + `Grand Palais` + distance_universite_plus_pres
##
##
## Df Sum of Sq RSS
## - `Grand site du Jardin des plantes` 1 1.1900e+08 1.3279e+12
## - distance_station_0 1 1.0247e+09 1.3288e+12
## - nb_chambres 1 2.8335e+09 1.3306e+12
## - `Centre Pompidou` 1 5.9727e+09 1.3337e+12
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 1 6.2303e+09 1.3340e+12
## - `Arc de triomphe` 1 1.2193e+10 1.3400e+12
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 1 1.2458e+10 1.3402e+12
## - distance_universite_plus_pres 1 1.4380e+10 1.3422e+12
## - distance_station_2 1 1.5697e+10 1.3435e+12
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 1 2.6220e+10 1.3540e+12
## - distance_station_1 1 2.6672e+10 1.3544e+12
## - nb_photo 1 2.8238e+10 1.3560e+12
## <none> 1.3278e+12
## - `Tour Eiffel` 1 9.0211e+10 1.4180e+12
## - nb_pieces 1 1.0039e+11 1.4282e+12
## - `Musee du Louvre` 1 1.4190e+11 1.4697e+12
## - `Grand Palais` 1 1.4626e+11 1.4740e+12
## - `Musee d'Orsay` 1 1.8480e+11 1.5126e+12
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 1 2.3463e+11 1.5624e+12
## - surface 1 3.1885e+12 4.5163e+12
##
## AIC
## - `Grand site du Jardin des plantes` 2234.9
## - distance_station_0 2235.0
```

```

## - nb_chambres                2235.1
## - `Centre Pompidou`          2235.3
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 2235.3
## - `Arc de triomphe`          2235.8
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 2235.8
## - distance_universite_plus_pres 2235.9
## - distance_station_2         2236.0
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 2236.7
## - distance_station_1         2236.8
## - nb_photo                   2236.9
## <none>                       2236.9
## - `Tour Eiffel`             2241.1
## - nb_pieces                  2241.8
## - `Musee du Louvre`         2244.4
## - `Grand Palais`           2244.7
## - `Musee d'Orsay`           2247.1
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 2250.2
## - surface                    2350.0
##
## Step: AIC=2234.9
## prix ~ nb_photo + nb_pieces + nb_chambres + surface + distance_station_0 +
##         distance_station_1 + distance_station_2 + `Cathedrale Notre-Dame de Paris` +
##         `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` + `Musee du Louvre` +
##         `Tour Eiffel` + `Centre Pompidou` + `Musee d'Orsay` + `Cite des sciences et de l'industrie` +
##         `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` + `Arc de triomphe` +
##         `Grand Palais` + distance_universite_plus_pres
##
##
##              Df Sum of Sq      RSS
## - distance_station_0      1 1.0186e+09 1.3289e+12
## - nb_chambres              1 2.7299e+09 1.3306e+12
## - `Centre Pompidou`       1 8.2051e+09 1.3361e+12
## - `Arc de triomphe`       1 1.4283e+10 1.3422e+12
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 1 1.4944e+10 1.3428e+12
## - distance_station_2      1 1.6022e+10 1.3439e+12
## - distance_universite_plus_pres 1 1.6120e+10 1.3440e+12
## - distance_station_1      1 2.7440e+10 1.3553e+12
## - nb_photo                1 2.8332e+10 1.3562e+12
## <none>                                1.3279e+12
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 1 2.9879e+10 1.3578e+12
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris`       1 3.4160e+10 1.3621e+12
## - nb_pieces              1 1.0300e+11 1.4309e+12
## - `Tour Eiffel`          1 1.1578e+11 1.4437e+12
## - `Musee du Louvre`       1 1.4257e+11 1.4705e+12
## - `Grand Palais`          1 1.7274e+11 1.5006e+12
## - `Musee d'Orsay`         1 2.0134e+11 1.5292e+12
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 1 2.7499e+11 1.6029e+12
## - surface                 1 3.2458e+12 4.5737e+12
##
##              AIC
## - distance_station_0      2233.0
## - nb_chambres              2233.1
## - `Centre Pompidou`       2233.5
## - `Arc de triomphe`       2233.9
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 2234.0
## - distance_station_2      2234.0

```

```

## - distance_universite_plus_pres 2234.0
## - distance_station_1 2234.8
## - nb_photo 2234.9
## <none> 2234.9
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 2235.0
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 2235.3
## - nb_pieces 2239.9
## - `Tour Eiffel` 2240.8
## - `Musee du Louvre` 2242.5
## - `Grand Palais` 2244.4
## - `Musee d'Orsay` 2246.2
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 2250.6
## - surface 2349.2
##
## Step: AIC=2232.98
## prix ~ nb_photo + nb_pieces + nb_chambres + surface + distance_station_1 +
## distance_station_2 + `Cathedrale Notre-Dame de Paris` + `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre`
## `Musee du Louvre` + `Tour Eiffel` + `Centre Pompidou` + `Musee d'Orsay` +
## `Cite des sciences et de l'industrie` + `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` +
## `Arc de triomphe` + `Grand Palais` + distance_universite_plus_pres
##
##
## Df Sum of Sq RSS
## - nb_chambres 1 2.8641e+09 1.3318e+12
## - `Centre Pompidou` 1 9.0350e+09 1.3379e+12
## - `Arc de triomphe` 1 1.3582e+10 1.3425e+12
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 1 1.4456e+10 1.3434e+12
## - distance_universite_plus_pres 1 1.6261e+10 1.3452e+12
## - distance_station_2 1 1.6902e+10 1.3458e+12
## - nb_photo 1 2.8330e+10 1.3572e+12
## <none> 1.3289e+12
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 1 2.9435e+10 1.3583e+12
## - distance_station_1 1 3.1522e+10 1.3604e+12
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 1 3.4470e+10 1.3634e+12
## - nb_pieces 1 1.0398e+11 1.4329e+12
## - `Tour Eiffel` 1 1.2154e+11 1.4505e+12
## - `Musee du Louvre` 1 1.4636e+11 1.4753e+12
## - `Grand Palais` 1 1.7298e+11 1.5019e+12
## - `Musee d'Orsay` 1 2.0398e+11 1.5329e+12
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 1 2.8154e+11 1.6105e+12
## - surface 1 3.2667e+12 4.5957e+12
##
## AIC
## - nb_chambres 2231.2
## - `Centre Pompidou` 2231.6
## - `Arc de triomphe` 2231.9
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 2232.0
## - distance_universite_plus_pres 2232.1
## - distance_station_2 2232.2
## - nb_photo 2233.0
## <none> 2233.0
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 2233.0
## - distance_station_1 2233.2
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 2233.4
## - nb_pieces 2238.1
## - `Tour Eiffel` 2239.2

```

```

## - `Musee du Louvre`                2240.8
## - `Grand Palais`                    2242.5
## - `Musee d'Orsay`                   2244.4
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 2249.0
## - surface                           2347.6
##
## Step: AIC=2231.18
## prix ~ nb_photo + nb_pieces + surface + distance_station_1 +
## distance_station_2 + `Cathedrale Notre-Dame de Paris` + `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre`
## `Musee du Louvre` + `Tour Eiffel` + `Centre Pompidou` + `Musee d'Orsay` +
## `Cite des sciences et de l'industrie` + `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` +
## `Arc de triomphe` + `Grand Palais` + distance_universite_plus_pres
##
##                                     Df Sum of Sq      RSS
## - `Centre Pompidou`                1 7.4816e+09 1.3393e+12
## - `Arc de triomphe`                1 1.1573e+10 1.3434e+12
## - distance_universite_plus_pres    1 1.5563e+10 1.3473e+12
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 1 1.6549e+10 1.3483e+12
## - distance_station_2              1 1.7744e+10 1.3495e+12
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 1 2.7259e+10 1.3590e+12
## <none>                             1.3318e+12
## - nb_photo                        1 2.8844e+10 1.3606e+12
## - distance_station_1              1 3.2180e+10 1.3640e+12
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 1 3.5440e+10 1.3672e+12
## - `Tour Eiffel`                  1 1.2650e+11 1.4583e+12
## - `Musee du Louvre`              1 1.4498e+11 1.4768e+12
## - nb_pieces                      1 1.6737e+11 1.4992e+12
## - `Grand Palais`                 1 1.7181e+11 1.5036e+12
## - `Musee d'Orsay`                1 2.0555e+11 1.5373e+12
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 1 2.8695e+11 1.6187e+12
## - surface                        1 3.2757e+12 4.6075e+12
##                                     AIC
## - `Centre Pompidou`                2229.7
## - `Arc de triomphe`                2230.0
## - distance_universite_plus_pres    2230.3
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 2230.3
## - distance_station_2              2230.4
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 2231.1
## <none>                             2231.2
## - nb_photo                        2231.2
## - distance_station_1              2231.4
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 2231.7
## - `Tour Eiffel`                  2237.7
## - `Musee du Louvre`              2238.9
## - nb_pieces                      2240.3
## - `Grand Palais`                 2240.6
## - `Musee d'Orsay`                2242.7
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 2247.5
## - surface                        2345.8
##
## Step: AIC=2229.71
## prix ~ nb_photo + nb_pieces + surface + distance_station_1 +
## distance_station_2 + `Cathedrale Notre-Dame de Paris` + `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre`
## `Musee du Louvre` + `Tour Eiffel` + `Musee d'Orsay` + `Cite des sciences et de l'industrie` +

```

```

## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` + `Arc de triomphe` +
## `Grand Palais` + distance_universite_plus_pres
##
##
## Df Sum of Sq RSS
## - `Arc de triomphe` 1 7.1004e+09 1.3464e+12
## - distance_station_2 1 2.1874e+10 1.3611e+12
## - distance_universite_plus_pres 1 2.2601e+10 1.3619e+12
## <none> 1.3393e+12
## - distance_station_1 1 2.9894e+10 1.3692e+12
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 1 3.0162e+10 1.3694e+12
## - nb_photo 1 3.0599e+10 1.3699e+12
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 1 3.2610e+10 1.3719e+12
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 1 1.0966e+11 1.4489e+12
## - `Tour Eiffel` 1 1.7595e+11 1.5152e+12
## - nb_pieces 1 1.7631e+11 1.5156e+12
## - `Grand Palais` 1 1.8346e+11 1.5227e+12
## - `Musee du Louvre` 1 2.3148e+11 1.5707e+12
## - `Musee d'Orsay` 1 2.5361e+11 1.5929e+12
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 1 2.8372e+11 1.6230e+12
## - surface 1 3.3029e+12 4.6422e+12
##
## AIC
## - `Arc de triomphe` 2228.2
## - distance_station_2 2229.2
## - distance_universite_plus_pres 2229.3
## <none> 2229.7
## - distance_station_1 2229.8
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 2229.8
## - nb_photo 2229.8
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 2230.0
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 2235.1
## - `Tour Eiffel` 2239.3
## - nb_pieces 2239.3
## - `Grand Palais` 2239.8
## - `Musee du Louvre` 2242.7
## - `Musee d'Orsay` 2244.0
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 2245.8
## - surface 2344.6
##
## Step: AIC=2228.2
## prix ~ nb_photo + nb_pieces + surface + distance_station_1 +
## distance_station_2 + `Cathedrale Notre-Dame de Paris` + `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre`
## `Musee du Louvre` + `Tour Eiffel` + `Musee d'Orsay` + `Cite des sciences et de l'industrie` +
## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` + `Grand Palais` +
## distance_universite_plus_pres
##
##
## Df Sum of Sq RSS
## - distance_universite_plus_pres 1 1.6889e+10 1.3632e+12
## - distance_station_2 1 2.1810e+10 1.3682e+12
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 1 2.4217e+10 1.3706e+12
## <none> 1.3464e+12
## - nb_photo 1 2.9935e+10 1.3763e+12
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 1 3.0037e+10 1.3764e+12
## - distance_station_1 1 3.0664e+10 1.3770e+12
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 1 1.0293e+11 1.4493e+12

```

```

## - `Tour Eiffel` 1 1.8895e+11 1.5353e+12
## - nb_pieces 1 1.9128e+11 1.5376e+12
## - `Musee du Louvre` 1 2.2885e+11 1.5752e+12
## - `Grand Palais` 1 2.2892e+11 1.5753e+12
## - `Musee d'Orsay` 1 2.6076e+11 1.6071e+12
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 1 2.8056e+11 1.6269e+12
## - surface 1 3.4070e+12 4.7534e+12
## AIC
## - distance_universite_plus_pres 2227.4
## - distance_station_2 2227.7
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 2227.9
## <none> 2228.2
## - nb_photo 2228.3
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 2228.3
## - distance_station_1 2228.3
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 2233.1
## - `Tour Eiffel` 2238.6
## - nb_pieces 2238.7
## - `Musee du Louvre` 2241.0
## - `Grand Palais` 2241.0
## - `Musee d'Orsay` 2242.8
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 2244.0
## - surface 2344.8
##
## Step: AIC=2227.37
## prix ~ nb_photo + nb_pieces + surface + distance_station_1 +
## distance_station_2 + `Cathedrale Notre-Dame de Paris` + `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre`
## `Musee du Louvre` + `Tour Eiffel` + `Musee d'Orsay` + `Cite des sciences et de l'industrie` +
## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` + `Grand Palais`
##
## Df Sum of Sq RSS
## - distance_station_2 1 1.4471e+10 1.3777e+12
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 1 1.5817e+10 1.3791e+12
## - nb_photo 1 2.2238e+10 1.3855e+12
## <none> 1.3632e+12
## - distance_station_1 1 4.7690e+10 1.4109e+12
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 1 7.2193e+10 1.4354e+12
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 1 8.6923e+10 1.4502e+12
## - nb_pieces 1 1.7449e+11 1.5377e+12
## - `Tour Eiffel` 1 1.7568e+11 1.5389e+12
## - `Musee du Louvre` 1 2.3239e+11 1.5956e+12
## - `Grand Palais` 1 2.5965e+11 1.6229e+12
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 1 2.6550e+11 1.6287e+12
## - `Musee d'Orsay` 1 2.6950e+11 1.6327e+12
## - surface 1 3.4417e+12 4.8050e+12
## AIC
## - distance_station_2 2226.4
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 2226.5
## - nb_photo 2226.9
## <none> 2227.4
## - distance_station_1 2228.6
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 2230.2
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 2231.2
## - nb_pieces 2236.7

```



```

## - `Tour Eiffel` 2236.8
## - `Musee du Louvre` 2240.2
## - `Grand Palais` 2241.8
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 2242.1
## - `Musee d'Orsay` 2242.3
## - surface 2343.8
##
## Step: AIC=2226.37
## prix ~ nb_photo + nb_pieces + surface + distance_station_1 +
## `Cathedrale Notre-Dame de Paris` + `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` +
## `Musee du Louvre` + `Tour Eiffel` + `Musee d'Orsay` + `Cite des sciences et de l'industrie` +
## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` + `Grand Palais`
##
##
## Df Sum of Sq RSS
## - nb_photo 1 2.1416e+10 1.3991e+12
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 1 2.2999e+10 1.4007e+12
## <none> 1.3777e+12
## - distance_station_1 1 8.4665e+10 1.4624e+12
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 1 8.8706e+10 1.4664e+12
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 1 9.6169e+10 1.4739e+12
## - nb_pieces 1 1.6247e+11 1.5402e+12
## - `Tour Eiffel` 1 2.1748e+11 1.5952e+12
## - `Musee du Louvre` 1 2.3870e+11 1.6164e+12
## - `Grand Palais` 1 2.8306e+11 1.6608e+12
## - `Musee d'Orsay` 1 2.8609e+11 1.6638e+12
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 1 2.9333e+11 1.6710e+12
## - surface 1 3.4289e+12 4.8066e+12
##
## AIC
## - nb_photo 2225.8
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 2225.9
## <none> 2226.4
## - distance_station_1 2230.0
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 2230.2
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 2230.7
## - nb_pieces 2234.8
## - `Tour Eiffel` 2238.1
## - `Musee du Louvre` 2239.4
## - `Grand Palais` 2241.9
## - `Musee d'Orsay` 2242.1
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 2242.5
## - surface 2341.8
##
## Step: AIC=2225.82
## prix ~ nb_pieces + surface + distance_station_1 + `Cathedrale Notre-Dame de Paris` +
## `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` + `Musee du Louvre` +
## `Tour Eiffel` + `Musee d'Orsay` + `Cite des sciences et de l'industrie` +
## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` + `Grand Palais`
##
##
## Df Sum of Sq RSS
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 1 2.6606e+10 1.4257e+12
## <none> 1.3991e+12
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 1 7.6712e+10 1.4758e+12
## - distance_station_1 1 8.4332e+10 1.4835e+12
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 1 1.0239e+11 1.5015e+12

```

```

## - nb_pieces          1 1.6772e+11 1.5669e+12
## - `Tour Eiffel`      1 2.0709e+11 1.6062e+12
## - `Musee du Louvre`  1 2.2937e+11 1.6285e+12
## - `Grand Palais`     1 2.7972e+11 1.6789e+12
## - `Musee d'Orsay`     1 2.8031e+11 1.6795e+12
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 1 2.8245e+11 1.6816e+12
## - surface            1 3.6087e+12 5.0079e+12
##
## AIC
## - `Basilique du Sacre-Coeur de Montmartre` 2225.6
## <none> 2225.8
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 2228.8
## - distance_station_1 2229.3
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 2230.5
## - nb_pieces 2234.5
## - `Tour Eiffel` 2236.8
## - `Musee du Louvre` 2238.1
## - `Grand Palais` 2240.9
## - `Musee d'Orsay` 2241.0
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 2241.1
## - surface 2343.7
##
## Step: AIC=2225.59
## prix ~ nb_pieces + surface + distance_station_1 + `Cathedrale Notre-Dame de Paris` +
## `Musee du Louvre` + `Tour Eiffel` + `Musee d'Orsay` + `Cite des sciences et de l'industrie` +
## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` + `Grand Palais`
##
##
## Df Sum of Sq RSS
## <none> 1.4257e+12
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 1 7.5869e+10 1.5016e+12
## - distance_station_1 1 1.0709e+11 1.5328e+12
## - nb_pieces 1 1.5228e+11 1.5780e+12
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 1 1.5757e+11 1.5833e+12
## - `Musee du Louvre` 1 2.8260e+11 1.7083e+12
## - `Tour Eiffel` 1 2.8374e+11 1.7095e+12
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 1 2.9080e+11 1.7165e+12
## - `Musee d'Orsay` 1 2.9569e+11 1.7214e+12
## - `Grand Palais` 1 3.2636e+11 1.7521e+12
## - surface 1 3.6753e+12 5.1011e+12
##
## AIC
## <none> 2225.6
## - `Cite des sciences et de l'industrie` 2228.5
## - distance_station_1 2230.4
## - nb_pieces 2233.1
## - `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 2233.4
## - `Musee du Louvre` 2240.6
## - `Tour Eiffel` 2240.7
## - `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 2241.0
## - `Musee d'Orsay` 2241.3
## - `Grand Palais` 2243.0
## - surface 2343.4

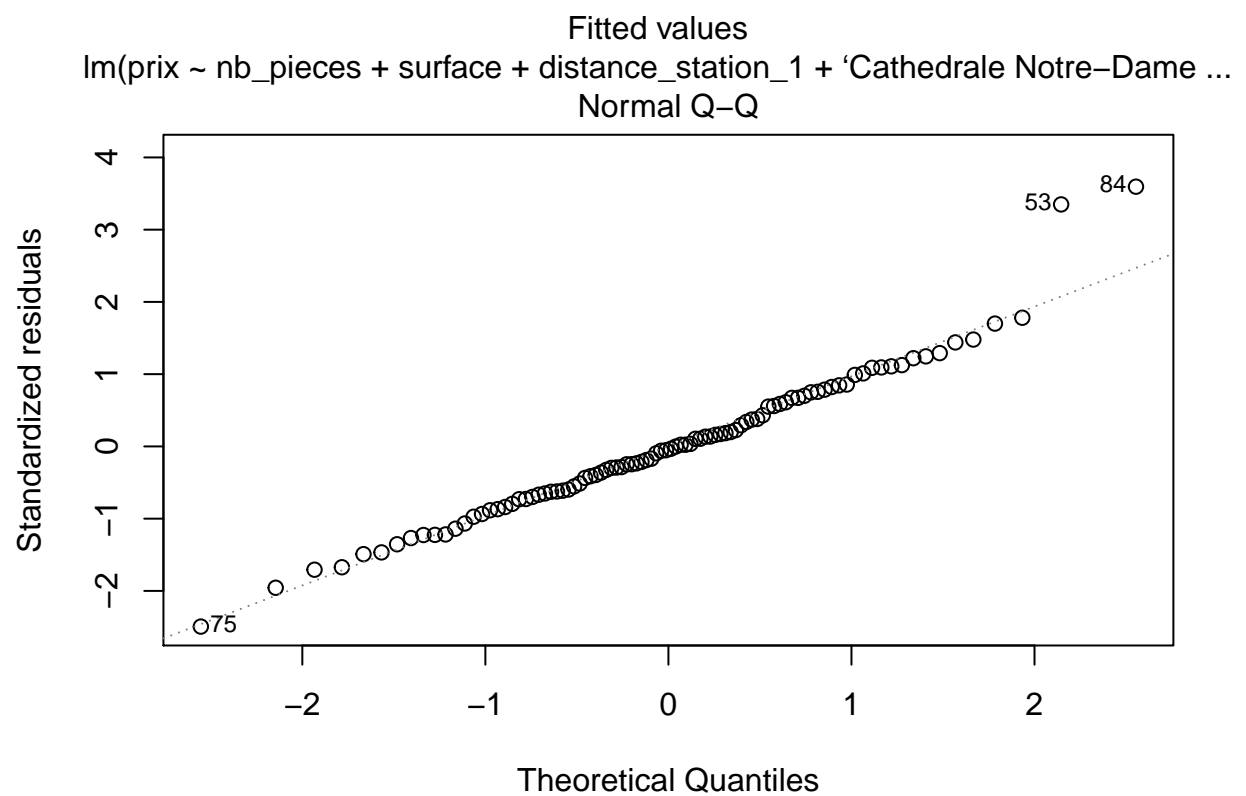
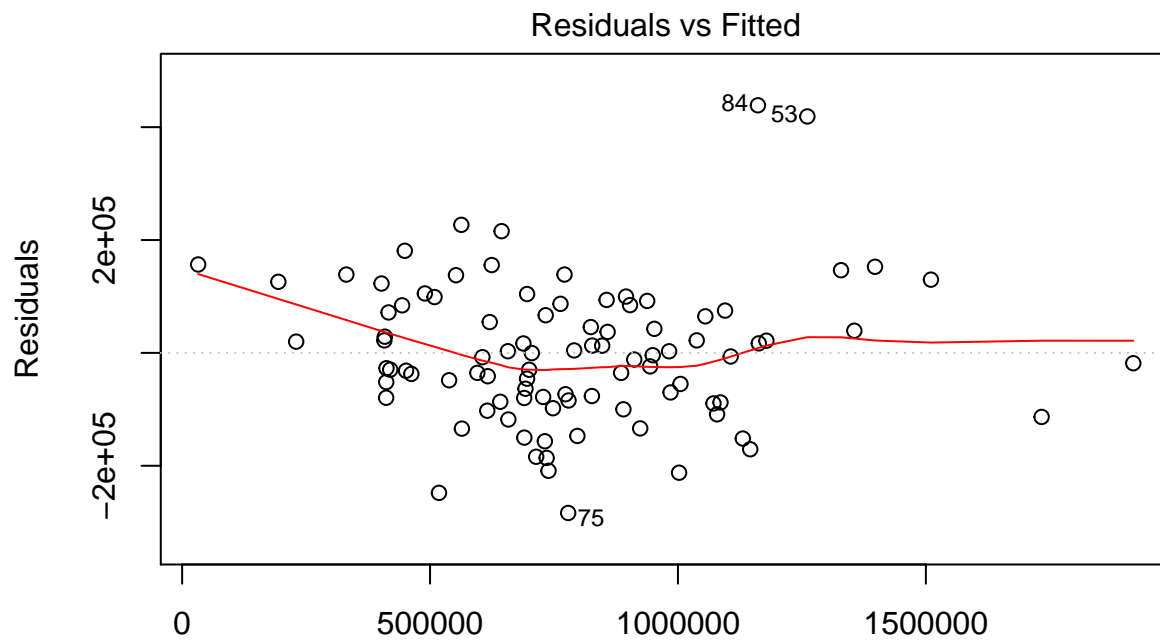
```

```
donnee=Init$model
```

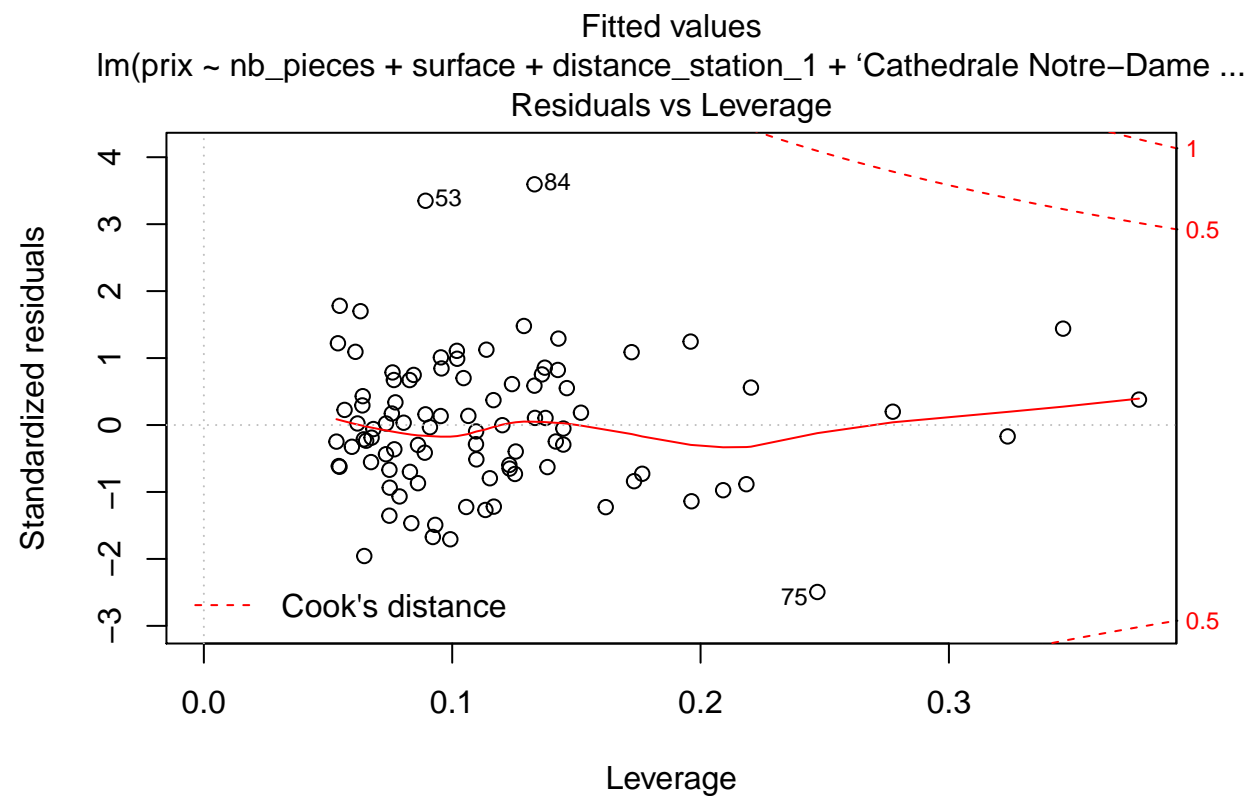
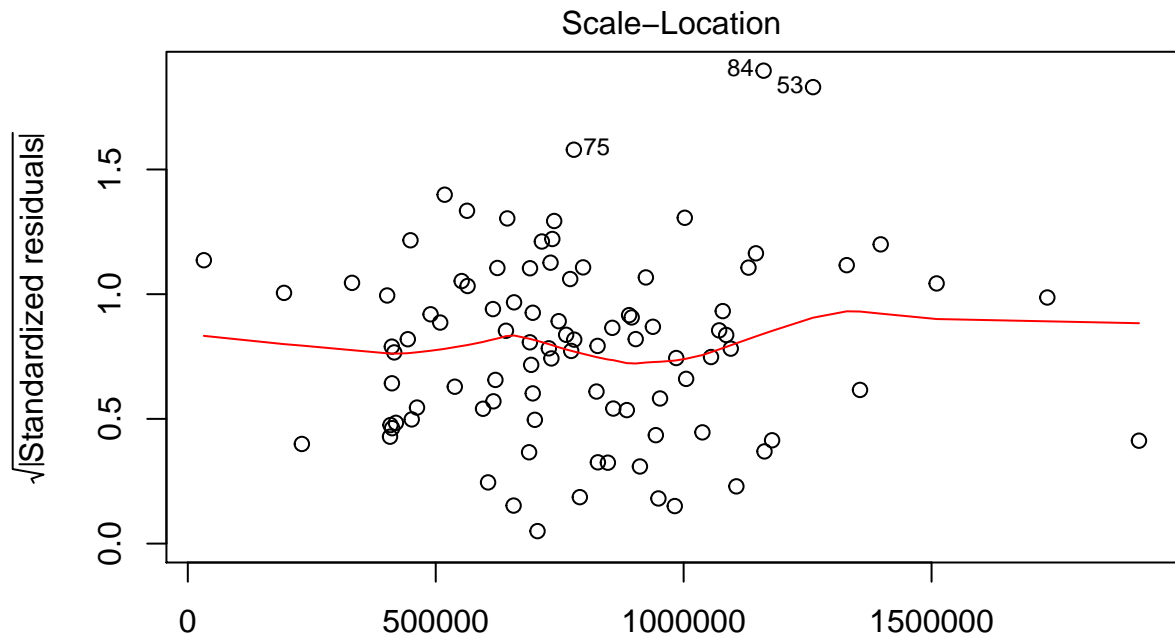
```
summary(Init)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = prix ~ nb_pieces + surface + distance_station_1 +
##     `Cathedrale Notre-Dame de Paris` + `Musee du Louvre` + `Tour Eiffel` +
##     `Musee d'Orsay` + `Cite des sciences et de l'industrie` +
##     `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` + `Grand Palais`,
##     data = donnee)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -283629  -79827   -5235    81950   438727
##
## Coefficients:
##                                     Estimate Std. Error t value
## (Intercept)                     595822.58  184240.82   3.234
## nb_pieces                       -74598.32   25054.54  -2.977
## surface                         13364.28     913.65  14.627
## distance_station_1              -244.82     98.05   -2.497
## `Cathedrale Notre-Dame de Paris` -219.47     72.46   -3.029
## `Musee du Louvre`               1206.90    297.55   4.056
## `Tour Eiffel`                  -217.70     53.56   -4.064
## `Musee d'Orsay`                -2348.87    566.14  -4.149
## `Cite des sciences et de l'industrie` -37.36     17.78   -2.102
## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 771.09    187.41   4.115
## `Grand Palais`                 752.13    172.55   4.359
##                                     Pr(>|t|)
## (Intercept)                   0.001753 **
## nb_pieces                     0.003809 **
## surface                       < 2e-16 ***
## distance_station_1            0.014507 *
## `Cathedrale Notre-Dame de Paris` 0.003273 **
## `Musee du Louvre`             0.000112 ***
## `Tour Eiffel`                 0.000109 ***
## `Musee d'Orsay`               8.04e-05 ***
## `Cite des sciences et de l'industrie` 0.038620 *
## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse` 9.10e-05 ***
## `Grand Palais`               3.72e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 131100 on 83 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.868, Adjusted R-squared:  0.8521
## F-statistic: 54.57 on 10 and 83 DF, p-value: < 2.2e-16
```

```
plot(Init)
```



Im(prix ~ nb_pieces + surface + distance_station_1 + 'Cathedrale Notre-Dame ...



lm(prix ~ nb_pieces + surface + distance_station_1 + 'Cathedrale Notre-Dame ...'
Sur les différents graphiques, il est compliqué de déceler de l'Hétérosédasticité.

Test d'Homosédasticité

Nous allons tester l'Homosédasticité de nos résidus avec les test Breusch-Pagan et Goldfeld-Quandt.

Test de Breusch-Pagan

```
##
## studentized Breusch-Pagan test
##
## data: Init
## BP = 7.6276, df = 10, p-value = 0.6652
```

Test de Goldfeld-Quandt

```
##
## Goldfeld-Quandt test
##
## data: Init
## GQ = 2.0726, df1 = 36, df2 = 36, p-value = 0.01585
## alternative hypothesis: variance increases from segment 1 to 2
```

Le test de Breusch-Pagan échoue à rejeter l'hypothèse d'homosédasticité, mais le test de Goldfeld-Quandt rejette cette dernière. Dans un souci de sécurité (et pour l'illustration de notre propos théorique) nous admettons le rejet de l'homosédasticité, nous sommes donc en présence d'hétérosédasticité.

Les \neq fonctions utilisées

Bootstrap par paire

```
# Bootstrap par paire fonction
BootPaires=function(k){
  # Création échantillon Bootstrap
  idxs = sample(nrow(donnee), replace =TRUE)
  mod = lm(prix~., data= donnee[idxs,])
  #Affectation des coeff dans la ligne i
  return(mod$coefficients)
}
```

Bootstrap Résiduel

```
BootResid=function(k){
  # Création échantillon Bootstrap
  esp_star = sample(modResid$residuals, replace =TRUE)
  # Calcul des nouvelles variables réponses
  y_star=(modResid$fitted.values)+esp_star
  donnee = donnee%>% mutate(prix=y_star)

  mod = lm(prix~., data=donnee)

  return(mod$coefficients)
}
```

Wild Bootstrap

```
WildBoot=function(k){
  distrib='normale'
  # Création échantillon Bootstrap
  a_i=(1-H)^(-1/2)
  v_i=rnorm(length(modWild$residuals),0,1)
  # Calcul des nouvelles variables réponses
  y_star=modWild$fitted.values+ modWild$residuals*a_i*v_i
  donnee = donnee%>% mutate(prix=y_star)
  mod = lm(prix~., data=donnee)
  #Affectation des coeff dans la ligne i
  return(mod$coefficients)
}
```

Mise en oeuvre

```
Estim_Beta=function(l,FuncBoot){
  Betas_curr=mclapply(1:B,FuncBoot,mc.cores = 4)
  #Calcul du Beta Moyen
  Betas_curr=map_df(Betas_curr,as.list)
  Betas_curr=colMeans(x=Betas_curr, na.rm = TRUE)
  return(Betas_curr)
}
```

Bootstrap par paire

Calcul du $\hat{\beta}_{moyen_{paire}}$

```
BetaMean_paire=colMeans(Betas_paire)
BetaMean_paire
```

```
##              (Intercept)
##              598684.54467
##              nb_pieces
##             -72556.41385
##              surface
##             13304.00014
##             distance_station_1
##             -238.01721
##      `Cathedrale Notre-Dame de Paris`
##             -214.50403
##      `Musee du Louvre`
##             1146.30517
##      `Tour Eiffel`
##             -215.13008
##      `Musee d'Orsay`
```

```
## -2224.84263
## `Cite des sciences et de l'industrie`
## -36.94107
## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse`
## 735.13021
## `Grand Palais`
## 716.50515
```

Bootstrap résiduels

Calcul du $\hat{\beta}_{moyen_{résiduel}}$

```
BetaMean_residuel=colMeans(Betas_residuel)
BetaMean_residuel
```

```
## (Intercept)
## 595110.98533
## nb_pieces
## -74606.84874
## surface
## 13366.74307
## distance_station_1
## -245.06180
## `Cathedrale Notre-Dame de Paris`
## -219.75556
## `Musee du Louvre`
## 1208.66739
## `Tour Eiffel`
## -218.00833
## `Musee d'Orsay`
## -2352.70219
## `Cite des sciences et de l'industrie`
## -37.33276
## `Chapelle Notre-Dame de la Medaille miraculeuse`
## 772.50991
## `Grand Palais`
## 753.44601
```

Bootstrap sauvage

```
modWild=lm(prix~.,data=donnee)
X=donnee %>% select(-prix) %>% mutate(intercept=1)
X=relocate("intercept",X)
H=hat(X)
Betas_Wild=mclapply(1:L,Estim_Beta,FuncBoot=WildBoot, mc.cores = 4)
Betas_Wild=map_df(Betas_Wild,as.list)
```

```
BetaMean_wild=colMeans(Betas_Wild)
```


Comparaison des différentes méthodes

Différents échantillons de nos $\hat{\beta}$ ($\hat{\beta}_{paire}$, $\hat{\beta}_{résiduel}$ et $\hat{\beta}_{wild}$) étant calculés, nous pouvons obtenir pour chaque méthode $\hat{\beta}$ moyen, et un intervalle de confiance sur ce paramètre.

```
save.image('../everything.RData')
```