
1.2 Philosophie des probabilités

1.2.1 La théorie fréquentiste

Au collège, on définit la probabilité d'un événement par la fréquence asymptotique à laquelle cet événement se produit si l'on répète la même expérience aléatoire un grand nombre de fois de façon indépendante. Dans le cadre de cette approche fréquentiste, la probabilité fait figure de *fréquence théorique*, que l'on oppose à la *fréquence empirique* constatée sur des données réelles issues d'expériences aléatoires effectivement réalisées. On verra dans notre cours sur la loi des grands nombres, en deuxième année, que le formalisme mathématique défini dans le présent chapitre produit des résultats cohérents avec l'interprétation fréquentiste, dans la mesure où la fréquence empirique d'occurrence événement reproductible converge bel et bien (en un sens que nous préciserons) vers sa fréquence théorique lorsque le nombre de répétitions indépendantes d'une même expérience augmente.

Toutefois, dans le cas d'événements non reproductibles, l'approche fréquentiste semble insuffisante : quel sens, en effet, donner à l'affirmation selon laquelle « la probabilité qu'il pleuve demain est égale à 70% », ou à l'affirmation selon laquelle « compte tenu des données observées, la probabilité qu'une météorite soit à l'origine de l'extinction des dinosaures est égale à 55% » ? Nous examinons dans les paragraphes suivants plusieurs approches permettant de penser la notion de probabilité indépendamment de l'existence (ou de la possibilité) d'une série statistique.

Il suffit de lancer une pièce équilibrée un grand nombre de fois et de remarquer que le nombre de « pile » tend vers $\frac{1}{2}$ pour comprendre l'approche décrite dans ce paragraphe !

1.2.2 La théorie subjectiviste

Une autre approche, inspirée par les travaux du pasteur presbytérien Thomas Bayes (1702 – 1761) et qualifiée de *subjectiviste*, définit la probabilité d'un événement comme la mesure du degré d'adhésion d'un individu qui mesure l'incertitude associée à l'occurrence de cet événement. Dans cette approche effectivement subjective, la probabilité n'est plus une propriété intrinsèque de l'événement mais plutôt le résultat d'une évaluation menée par un observateur extérieur : elle mesure un degré de « croyance » plutôt qu'une « chance d'apparition ». C'est en ce sens que l'on peut parler de la probabilité qu'une conjecture physique soit vraie compte tenu d'observations empiriques ou pour qu'une planète soit habitable compte tenu de la composition de son atmosphère.

On parle aussi de probabilité *épistémique* (ou *inductive*) d'un événement conditionnellement à des observables.

Notons toutefois que pour qu'une telle définition ait un sens univoque et ne varie pas selon l'observateur considéré, il est nécessaire de supposer que l'on dispose d'un unique modèle *a priori* qui permettrait de déduire (logiquement) la crédibilité d'un événement compte tenu des faits observés : la probabilité d'obtenir « pile » en lançant une pièce dépend par exemple de l'hypothèse selon laquelle la pièce est équilibrée ou non, et celle d'observer une molécule d'eau dans un dispositif expérimental particulier dépend des prédictions de la théorie que l'on cherche à tester. Dans le cas du jugement d'un individu suspecté d'un meurtre, l'existence d'un modèle commun permettant le calcul des probabilités n'est pas très plausible – c'est d'ailleurs la raison pour laquelle les jurys d'assises sont constitués de plusieurs membres plutôt que d'un unique mathématicien très clairvoyant, et qu'il n'est guère sérieux de parler de la *probabilité* de culpabilité d'un suspect. Dans le cas de conjectures physiques, géologiques ou biologiques, il est en revanche bien admis qu'une démarche bayésienne (voir la section 4.4 du cours) fondée sur un modèle clairement identifié peut produire à des résultats scientifiquement robustes. Il n'est d'ailleurs pas exagéré de dire que la construction de modèles *a priori* et l'évaluation bayésienne des probabilités de différents scénarios théoriques constituent de nos jours l'essentiel du travail de nombreux chercheurs en sciences appliquées.

1.2.3 La théorie logique

Bien qu'elles soient les plus fréquemment rencontrées, les approches plutôt terre-à-terre de la notion de probabilité que nous venons de présenter ne sont pas les seules à avoir été considérées. On trouve par exemple dans les travaux probabilistes de Keynes une définition de la probabilité en termes de degrés d'implication partielle. À la suite du philosophe William Ernest Johnson (1858 – 1931), Keynes traite la probabilité comme un *degré de relation logique* entre des propositions, un « lien logique entre un ensemble de propositions que nous appelons nos données et que nous supposons connues de tous, et un autre ensemble que nous appelons nos conclusions, et auquel nous attachons plus ou moins de poids selon les raisons offertes par le premier » : les données ne fournissent que des indications parcellaires et incertaines de la conclusion

On entend ici le terme *épistémique* au sens de « relatif à la connaissance ». L'adjectif *inductif* signifie quant à lui « relatif à l'induction », c'est-à-dire au raisonnement qui part de l'observation d'effets pour retrouver leur cause.

Il est bien question ici de John Maynard Keynes (1883 – 1946), auteur d'une thèse de doctorat intitulée *Traité de probabilité* (publié en 1921). Keynes fit plus tard usage de cette théorie probabiliste dans son analyse de la décision d'investissement.

à laquelle elles sont reliées, ce qui permet de comprendre « que des propositions puissent être dépourvues de preuve sans pour autant être dépourvues de fondement ». La probabilité, bien loin d'être toujours calculable, est qualifiée par Keynes de « degré de croyance rationnelle », ce qui rappelle dans les termes l'interprétation subjectiviste mais qualifie davantage une propriété inhérente à une relation d'implication affaiblie qu'une estimation informée de la plausibilité d'un événement.

1.2.4 Déterminisme, hasard intrinsèque et hasard quantique

À ce stade de notre présentation, on pourrait choisir de se satisfaire d'une approche purement épistémique (voir page 2) de la notion de hasard : seule notre méconnaissance de l'état du monde dans lequel une expérience a lieu (dans le cas du lancer d'une pièce, il s'agit de la donnée infiniment précise de la force du lancer, de sa direction, de son angle, du champ gravitationnel, des caractéristiques de la pièce, de la composition de l'air, etc.) nous pousserait à choisir, par commodité, de la qualifier d'aléatoire. La théorie des probabilités n'aurait alors pour fonction que de nous permettre de conserver une capacité prédictive malgré les limitations de nos connaissances.

La physique classique et mécaniste est tout à fait compatible avec cette approche : elle repose sur l'idée selon laquelle l'état présent de l'univers est l'effet de son état antérieur, et la cause de l'état qui suivra – c'est la raison d'être des formules physiques qui décrivent l'évolution des états du monde de façon déterministe. L'acception fréquentiste du terme « probabilité », loin d'entrer en contradiction avec cette conception du hasard, l'enrichit : lorsque l'estimation de la probabilité d'un événement reproductible est réalisée correctement au regard des informations disponibles, cette probabilité doit aussi être la limite de la fréquence empirique de cet événement au fil d'expériences réalisées autant que possible dans les mêmes conditions et de façon indépendante.

Or l'idée d'un déterminisme absolu rendant creuse la notion de hasard est bien loin d'être acceptée par l'ensemble des philosophes. Aristote, au IV^{ème} siècle avant J.-C. (*De l'Interprétation*, chapitre 9), effectue une distinction entre des propositions nécessaires, c'est-à-dire inévitablement vraies comme le sont des propositions logiques, et des propositions portant sur des « futurs contingents » qui ont la puissance de se réaliser ou non, mais n'ont pas, pour l'heure, de statut de vérité

Cette idée de déterminisme absolu se trouve dans le principe de raison suffisante de Leibniz : « Jamais rien n'arrive, sans qu'il y ait une cause ou du moins une raison déterminante, c'est-à-dire quelque chose qui puisse servir à rendre raison a priori, pourquoi cela est existant plutôt que non existant, et pourquoi cela est ainsi plutôt que de toute autre façon. » (*Théodicée*, 1710). On la retrouve chez Laplace, dans une expérience de pensée à laquelle les commentateurs ont donné le nom de *démon de Laplace* : « Une intelligence qui, à un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée [...], embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome ; rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux. » (*Essai philosophique sur les probabilités*, 1814).

en acte, sans que cela remette en cause le principe de non-contradiction. Ainsi, la proposition « Il y aura demain une bataille navale » porte sur un futur contingent, tandis que la proposition « Il y aura demain une bataille navale, ou bien il n'y en aura pas » est nécessaire. La propriété de contingence est intrinsèque : c'est une caractéristique de l'événement qui est bel et bien « en puissance de contraires ». On peut défendre l'idée selon laquelle la contingence caractérise de même la plupart des événements futurs dans lesquels est impliqué un être intelligent. Le sujet, qui touche à la notion de libre arbitre et à la métaphysique en général, dépasse bien sûr très largement le cadre de ce bref exposé – et les compétences de son auteur. Contentons-nous de noter qu'Épicure, vers 300 avant notre ère, se montrait déjà critique de la dérive consistant à nier au nom du « destin des physiciens » l'idée de responsabilité en affirmant que les choix individuels découlent du mouvement des atomes qui nous composent !

Le mathématicien et philosophe Antoine-Augustin Cournot, qui s'oppose lui aussi à l'idée du déterminisme mécaniste, en fait la raison même de la validité du calcul des probabilités. Dans son *Exposition de la théorie des chances et des probabilités* (1843), qui vise à doter la théorie de Laplace de fondements philosophiques et scientifiques rigoureux, il affirme que parce qu'elles ne sont pas mécaniquement déterminées, les actions des êtres intelligents ne donnent prise aux projections numériques que par le calcul des probabilités :

« Les actes des êtres vivants, intelligents et moraux ne s'expliquent nullement, dans l'état de nos connaissances, et nous pouvons hardiment prononcer qu'ils ne s'expliqueront jamais par la mécanique des géomètres. Ils ne tombent donc point, par le côté géométrique ou mécanique, dans le domaine des nombres ; mais ils s'y retrouvent placés, en tant que les notions de combinaison et de chance, de cause et de hasard, sont supérieures dans l'ordre des abstractions à la géométrie et à la mécanique, et s'appliquent aux faits de la nature vivante, à ceux du monde intellectuel et du monde moral, comme aux phénomènes produits par les mouvements de la matière inerte. »



Vous croiserez à nouveau la route de Cournot (1801 – 1877) dans votre cours de microéconomie, où il a laissé son nom à la situation de duopole qu'il a théorisée.

La science physique elle-même, cadre dans lequel l'approche mécaniste semblait devoir triompher, a subi le retour fracassant de l'idée d'un hasard intrinsèque. La mécanique quantique, théorisée dans la première moitié du XX^{ème} siècle, montre que la théorie mécaniste n'est plus valide lorsque l'on se place à l'échelle microscopique : les phénomènes qui concernent des atomes, des photons ou des particules élémentaires sont soumis au *hasard quantique* et ont un caractère intrinsèquement aléatoire qu'une mesure ne vient pas seulement observer, mais aussi perturber voire détruire. La physique quantique réhabilite ainsi la notion de hasard, qu'elle ne conçoit plus comme seulement épistémique mais comme *ontologique* : il ne résulte pas de l'insuffisance des informations dont nous disposons ou de l'imprécision des mesures réalisées, mais de l'impossibilité absolue de collecter ces informations. Sans rentrer dans des détails techniques et peu pertinents dans le cadre du programme de B/L, on peut toutefois évoquer le principe d'indétermination de Heisenberg (du nom du physicien Werner Heisenberg (1901 – 1976)), selon lequel la position et la vitesse d'une particule ne peuvent toutes deux être parfaitement définies : un électron presque parfaitement localisé a ainsi nécessairement une vitesse très mal définie, qui ne peut être décrite adéquatement que par une distribution de probabilité.

Le dérangent principe d'indétermination est abordé à la fin de la vidéo ci-contre, dont le visionnage intégral est susceptible d'être hautement profitable à votre culture générale.



Le hasard quantique est négligeable à l'échelle macroscopique du fait du faible ordre de grandeur de l'indétermination, mais il existe à toutes les échelles !

Par *ontologique*, on entend ici « indissociable de l'être lui-même », donc profondément intrinsèque.

Ce principe d'indétermination est souvent appelé, à tort, *principe d'incertitude* : il importe pourtant de comprendre que l'indétermination n'est pas due à une insuffisance de l'observation (ou de l'observateur) mais à une propriété de l'objet lui-même.