# Econométrie 2

## Chapitre 5 : modèles de durée.

## ENSAE 2021-2022

Michael Visser

CREST-ENSAE

# Plan

Introduction

Définitions, modélisation, données observables

Estimation

Application

# Motivation

- Nous nous intéressons ici à la modélisation de durées dans certains états.
- Exemples :
  - économie : temps passé au chômage, en emploi. Durée entre achats de biens durables (ex : voitures, électroménager...)
  - Sociologie/démographie : temps passé en couple, intervalles entre naissances...
  - Assurance : durée de vie, durée entre accidents/sinistres...
  - Fiabilité : durée de vie du matériel.
- Deux spécificités :
  - Durée=variable aléatoire positive, continue ou discrète (ex : durée d'études).
  - Problème de la censure (ex : distribution de la durée de vie d'une cohorte dont beaucoup de membres sont encore vivants).

# Plan

# Définitions

- Durée d'intérêt : $T$ v.a. $\geq 0$ de fonction de répartition $F$ : $\Pr(T \leq t) = F(t),\ t \geq 0$.
- Lorsque $T$ représente une durée continue on note $f$ sa densité : $f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$
- Fonction de survie $S(t) = \Pr(T > t) = 1 - F(t)$.
- Fonction de hasard : « probabilité instantanée de sortie en $t$ sachant qu'on était dans l'état en $t$ » :

$$h(t) = \lim_{\eta \to 0} \frac{\Pr(T \in ]t, t+\eta] | T > t)}{\eta} = \frac{f(t)}{S(t)}.$$

- On a alors $h(t) = -[\ln S(t)]'$, $S(t) = \exp\left(-\int_0^t h(u)du\right)$ et $f(t) = h(t)\exp\left(-\int_0^t h(u)du\right)$.

## Exemples classiques

- Lois exponentielles $S(t) = \exp(-\lambda t)$. Alors $h(t) = \lambda$.
- « Lois sans mémoire » adaptée quand il n'y a pas d'usure (désintégration radioactive, matériel électronique...).
- Lois de Weibull $S(t) = \exp(-\lambda t^{\mu})$. Alors $h(t) = \lambda \mu t^{\mu-1}$.
- Taux de hasard décroissant ($\mu < 1$), croissant ($\mu > 1$), ou constant ($\mu = 1$).
- Il existe des lois de hasard non-monotone, par exemple la loi log-logistique telle que :

$$S(t) = 1/[1 + \lambda t^{\mu}], \ h(t) = \lambda \mu t^{\mu-1}/[1 + \lambda t^{\mu}].$$

- La loi géométrique $\Pr(T = k) = (1-p)^{k-1} p$ est le pendant discret de la loi exponentielle.

# Effet de covariables sur $T$

- Exemples : effet de l'indemnisation chômage sur le temps passé au chômage, du fait de fumer sur la durée de vie...
- Ces variables peuvent être constantes dans le temps – on les note alors $X$ – ou évoluer dans le temps – on les note alors $(X_t)_{t \in \mathbb{R}^+}$.
- On s'intéresse souvent à l'effet de $X$ (ou de $X_t$) sur le taux de hasard.
- Modèle à hasard proportionnel (*Proportional Hazard model* en anglais) :

$$h(t|X) = \phi(X)h_0(t) \text{ ou } h(t|X_t) = \phi(X_t)h_0(t) \; (\phi(.) > 0).$$

$\Rightarrow$ Pour deux unités $i$ et $i'$, le rapport des taux de sortie est indépendant de $t$ : $h(t|X_{it})/h(t|X_{i't}) = \phi(X_{it})/\phi(X_{i't})$.

# Effet de covariables sur $T$

- Autre possibilité : modèles de vie accélérée (*Accelerated Failure Time model*).
- On construit ce modèle à partir d'une variable de durée $T_0$ (indépendant de $X$) avec fonction de survie $S_0(t) = Pr(T_0 > t)$.
- En définissant $T = T_0/\phi(X)$, la fonction de survie de $T$ conditionnellement à $X = x$ s'écrit

$$S(t|x) = Pr(T > t|X = x) = Pr(T_0 > \phi(x)t) = S_0(\phi(x)t).$$

  et la fonction de densité et le taux de hasard associés sont $f(t|x) = \phi(x)f_0(\phi(x)t)$ et $h(t|x) = \phi(x)h_0(\phi(x)t)$.
- De manière équivalente, le modèle peut s'écrire comme (preuve hors cours)

$$\ln T = -\ln \phi(X) + \varepsilon, \ X \perp\!\!\!\perp \varepsilon,$$

  où la loi de $\varepsilon$ dépend de la loi de $T_0$.

# Hétérogénéité individuelle

- Point important : distinction entre hétérogénéité inobservée et dépendance temporelle (cf. cours de panels).
- Idée : même lorsqu'on contrôle des $X$, il reste de l'hétérogénéité entre individus.
- Si on la néglige, un estimateur de $h_0(t)$ peut laisser accroire qu'il existe de la dépendance temporelle.
- Solution : introduire une variable individuelle $\nu$ et supposer :

$$h(t|X,\nu) = \nu\phi(X)h_0(t), \; X \perp\!\!\!\perp \nu.$$

- Il s'agit du modèle MPH (*Mixed Proportional Hazard model*).

# Problème de la censure

- Problème standard : on n'observe pas forcément les durées complètes $T$, mais parfois des épisodes « censurés ».
- Exemple : on veut étudier, à partir d'une enquête à la date $t_1$, les durées de chômage pour les gens entrant au chômage après $t_0$ $(< t_1)$.
- On observe avec l'enquête :
  - le dernier épisode de chômage pour ceux ayant retrouvé un emploi en $t_1$ $\Rightarrow$ on mesure $T$ dans ce cas.
  - la date $E \in [t_0, t_1[$ d'entrée au chômage pour les chômeurs en $t_1$ $\Rightarrow$ on sait alors seulement que $T \geq t_1 - E$.

# Problème de la censure

- Formellement, on observe non pas $T$ mais $(Y, D)$ avec $Y = \min(T, C)$ et $D = \mathbb{1}\{T < C\}$.
- $C$ est la variable de censure et $D$ est l'indicatrice de non-censure.
- Dans l'exemple précédent, $C = t_1 - E$ et $D = \mathbb{1}\{E + T < t_1\}$.
- On supposera par la suite $C \perp\!\!\!\perp T|X$. Il est difficile de s'abstraire de cette hypothèse.
- $C \perp\!\!\!\perp T|X$ revient à supposer que la durée en chômage est indépendante de la date d'entrée, conditionellement à $X$.
- N.B. : il existe d'autres problèmes que la censure à droite, en particulier la troncature (à gauche et à droite), non évoquée ici. Il existe aussi d'autres méthodes d'échantillonnage (voir le TD).

# Modèles paramétriques

- On considère ici des modèles où $\phi(.)$, $h_0(.)$ et éventuellement $F_\nu$ (loi de l'hétérogénéité inobservée), sont spécifiés paramétriquement.
- Choix le plus courant pour l'effet des covariables :

$$\phi(X) = \exp(X'\beta_0). \tag{1}$$

- Choix pour $h_0(t)$ : hasard de base constant (modèle exponentiel), de Weibull, de log-logistique, fonction constante par morceaux...
- Choix courants pour $\nu$ : loi gamma, loi à support fini...
- A partir de ces hypothèses on peut reconstruire la densité de $T$ sachant $X$.
- Exemple : modèle MPH, $\phi(x) = \exp(x'\beta_0)$, $h_0(t) = \lambda\mu t^{\mu-1}$ et $\nu \sim \Gamma(\gamma, \gamma)$, de densité $f_\nu(v) = \gamma^\gamma v^{\gamma-1}\exp(-\gamma v)/\Gamma(\gamma)$ ($\nu$ suit donc une loi gamma de moyenne 1 et de variance $1/\gamma$). Remarque : on ne peut pas identifier à la fois $\lambda$ et la constante dans $x'\beta_0$, dans la pratique un des deux paramètres est fixé.

# Modèles paramétriques

- Alors :

$$f_{T|X,\nu}(t|x,v) = v\exp(x'\beta_0)h_0(t)\exp\left(-v\exp(x'\beta_0)\int_0^t h_0(u)du\right)$$
$$= v\exp(x'\beta_0)\lambda\mu t^{\mu-1}\exp\left(-v\exp(x'\beta_0)\lambda t^{\mu}\right)$$

- Par conséquent,

$$f_{T|X}(t|x) = \int_0^{+\infty} f_{T|X,\nu}(t|x,v)dF_\nu(v)$$
$$= \frac{\lambda\mu\exp(x'\beta_0)t^{\mu-1}}{(1+\exp(x'\beta_0)\lambda t^{\mu}/\gamma)^{\gamma+1}}.$$

- Dans la suite, on note par ex. $f_{T|X;\theta_0}$ la densité de $T|X$, fonction de $\theta_0$, paramètre inconnu à estimer.
- Note : on ne modélise pas la loi de la censure $C$. On suppose simplement qu'elle ne dépend pas de $\theta_0$.
- On considère ici des modèles à temps continu mais la même logique s'applique aux modèles à temps discret.

# Plan

# Pourquoi pas les MCO ?

- Le modèle de vie accélérée correspond à

$$\ln(T) = -\ln\phi(X) + \varepsilon,\ \varepsilon \perp\!\!\!\perp X.$$

- Si $\phi(X) = \exp(X'\beta_0)$, on est donc ramené à un modèle linéaire.
- On pourrait donc penser estimer $\beta_0$ par MCO.
- Problème : on n'observe pas $T$ mais seulement $(Y, D)$ avec $Y = \min(T, C)$.
- Comme dans le modèle de sélection généralisée, les MCO de $\ln(Y)$ sur $X$ ou de $\ln(Y)$ sur $X$ sur les données non-censurées ne convergent pas en général.

# Maximum de vraisemblance

- Il y a deux types de contributions à la fonction de vraisemblance (selon que $D = 1$ ou $D = 0$) :

$$\begin{aligned} L_1(y, 1|x; \theta) &= f_{T|X;\theta}(y|x) \Pr(C > y|X, T = y) \\ &= f_{T|X;\theta}(y|x) \Pr(C > y|X = x), \\ L_1(y, 0|x; \theta) &= f_{C|X}(y|x) \Pr(T > y|X = x, C = y; \theta) \\ &= f_{C|X}(y|x) \Pr(T > y|X = x; \theta). \end{aligned}$$

- Les termes $\Pr(C > y|X = x)$ et $f_{C|X}(y|x)$ ne dépendant pas de $\theta$, ils peuvent être négligés dans la maximisation.

$\Rightarrow$ la log-vraisemblace d'un échantillon de taille $n$ vaut, à une constante près :

$$\mathcal{L}_n(\theta) = \sum_{i=1}^{n} D_i \ln f_{T|X;\theta}(Y_i|X_i) + (1 - D_i) \ln S_{T|X;\theta}(Y_i|X_i).$$

- L'estimateur $\widehat{\theta}$ a les propriétés standards d'un EMV.

# Plan

# Modélisation de la récidive

- On considère $T =$ durée en mois de récidive pour les individus ayant été en prisons aux USA (Chung, Schmidt et Witte, 1991).
- Questions : effet de certaines variables sur la récidive, dépendance d'état négative ou positive ?
- Echantillon de personnes sortis de prison entre le 01/07/1977 et le 30/06/1978. Données rétrospectives obtenus en 04/1984.

$\Rightarrow$ données censurées si $T \geq 12\times$(04/1984 - date de sortie).

- *durat*= durée , *cens*=indic. de censure.
- Covariables : *workprg* : indic. de participation à un programme de travail en prison, *priors* : nb de condamnations précédentes, *tserved* : nb de mois passés en prison, *felon*= 1 si crime commis, 0 sinon, etc... (les noms des autres variables sont explicites).

# Code stata

- Commande Stata `streg`.

```
gen failed=1-cens
* Définition des variables d'intérêt et de l'indicatrice de non censure (Y,D)
stset durat, failure(failed)

* Modèle à hasard proportionnel
streg workprg priors tserved felon alcohol drugs black married educ age, ///
d(weibull)
streg, nohr
* Modèle de vie accélérée
streg workprg priors tserved felon alcohol drugs black married educ age, ///
d(weibull) time

* MCO de log(durée), sur toutes les données ou les données non censurées
reg ldurat workprg priors tserved felon alcohol drugs black married educ age
reg ldurat workprg priors tserved felon alcohol drugs black married educ age ///
if cens==0

* Modèle à hasard proportionnel avec hétérogenéité inobservée
streg workprg priors tserved felon alcohol drugs black married educ age, ///
d(weibull) frailty(gamma)
```

# Résultats : modèle à hasard proportionnel

```
Fitting full model:

Iteration 0:   log likelihood =  -1715.7711
Iteration 1:   log likelihood =  -1669.1785
Iteration 2:   log likelihood =  -1634.3693
Iteration 3:   log likelihood =  -1633.0405
Iteration 4:   log likelihood =  -1633.0325
Iteration 5:   log likelihood =  -1633.0325

Weibull regression -- log relative-hazard form

No. of subjects =        1,445              Number of obs    =      1,445
No. of failures =          552
Time at risk    =        80013
                                            LR chi2(10)      =     165.48
Log likelihood  =   -1633.0325              Prob > chi2      =     0.0000
```

| _t | Haz. Ratio | Std. Err. | z | P>\|z\| | [95% Conf. | Interval] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| workprg | 1.095148 | .0992728 | 1.00 | 0.316 | .9168814 | 1.308074 |
| priors | 1.092848 | .014683 | 6.61 | 0.000 | 1.064445 | 1.122008 |
| tserved | 1.013655 | .0017037 | 8.07 | 0.000 | 1.010321 | 1.017 |
| felon | .7412054 | .0785485 | -2.83 | 0.005 | .6021898 | .9123128 |
| alcohol | 1.564179 | .165389 | 4.23 | 0.000 | 1.271406 | 1.92437 |
| drugs | 1.325064 | .1296765 | 2.88 | 0.004 | 1.093791 | 1.605237 |
| black | 1.574149 | .1390031 | 5.14 | 0.000 | 1.32398 | 1.871587 |
| married | .8593436 | .0938794 | -1.39 | 0.165 | .6937084 | 1.064527 |
| educ | .9769709 | .0189724 | -1.20 | 0.230 | .9404845 | 1.014873 |
| age | .9962823 | .000523 | -7.09 | 0.000 | .9952577 | .997308 |
| _cons | .0333035 | .0100249 | -11.30 | 0.000 | .0184613 | .0600781 |
| /ln_p | -.2158398 | .0389149 | -5.55 | 0.000 | -.2921115 | -.1395681 |
| p | .8058644 | .0313601 | | | .7466852 | .8697338 |
| 1/p | 1.240904 | .0482896 | | | 1.149777 | 1.339252 |

# Résultats : modèle à hasard proportionnel

(avec l'option `nohr`)

```
No. of subjects =        1,445            Number of obs    =      1,445
No. of failures =          552
Time at risk    =        80013
                                           LR chi2( 10)     =     165.48
Log likelihood  =    -1633.0325            Prob > chi2      =     0.0000
```

| _t | Coef. | Std. Err. | z | P>\|z\| | [95% Conf. | Interval] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| workprg | .0908893 | .0906478 | 1.00 | 0.316 | -.0867772 | .2685558 |
| priors | .0887867 | .0134355 | 6.61 | 0.000 | .0624535 | .1151198 |
| tserved | .0135625 | .0016808 | 8.07 | 0.000 | .0102682 | .0168567 |
| felon | -.2994775 | .105974 | -2.83 | 0.005 | -.5071826 | -.0917723 |
| alcohol | .4473611 | .1057353 | 4.23 | 0.000 | .2401236 | .6545985 |
| drugs | .2814605 | .0978644 | 2.88 | 0.004 | .0896499 | .4732711 |
| black | .4537147 | .0883037 | 5.14 | 0.000 | .2806426 | .6267867 |
| married | -.1515864 | .1092454 | -1.39 | 0.165 | -.3657035 | .0625307 |
| educ | -.0232984 | .0194196 | -1.20 | 0.230 | -.0613601 | .0147633 |
| age | -.0037246 | .000525 | -7.09 | 0.000 | -.0047536 | -.0026956 |
| _cons | -3.402094 | .3010177 | -11.30 | 0.000 | -3.992077 | -2.81211 |
| /ln_p | -.2158398 | .0389149 | -5.55 | 0.000 | -.2921115 | -.1395681 |
| p | .8058644 | .0313601 | | | .7466852 | .8697338 |
| 1/p | 1.240904 | .0482896 | | | 1.149777 | 1.339252 |

# Résultats : modèle de vie accélérée

```
Fitting full model:

Iteration 0:   log likelihood =  -1715.7711
Iteration 1:   log likelihood =  -1669.1785
Iteration 2:   log likelihood =  -1634.3693
Iteration 3:   log likelihood =  -1633.0405
Iteration 4:   log likelihood =  -1633.0325
Iteration 5:   log likelihood =  -1633.0325

Weibull regression -- accelerated failure-time form

No. of subjects =        1,445                Number of obs    =      1,445
No. of failures =          552
Time at risk    =        80013
                                              LR chi2(10)       =     165.48
Log likelihood  =   -1633.0325                Prob > chi2      =     0.0000
```

| _t | Coef. | Std. Err. | z | P>\|z\| | [95% Conf. | Interval] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| workprg | -.1127848 | .1125346 | -1.00 | 0.316 | -.3333486 | .107779 |
| priors | -.1101757 | .0170675 | -6.46 | 0.000 | -.1436273 | -.0767241 |
| tserved | -.0168297 | .0021303 | -7.90 | 0.000 | -.021005 | -.0126544 |
| felon | .3716227 | .1319951 | 2.82 | 0.005 | .112917 | .6303284 |
| alcohol | -.555132 | .1322427 | -4.20 | 0.000 | -.8143229 | -.295941 |
| drugs | -.3492654 | .1218801 | -2.87 | 0.004 | -.5881461 | -.1103847 |
| black | -.5630162 | .110817 | -5.08 | 0.000 | -.7802135 | -.3458189 |
| married | .1881041 | .1357519 | 1.39 | 0.166 | -.0779647 | .4541729 |
| educ | .0289111 | .0241153 | 1.20 | 0.231 | -.0183541 | .0761763 |
| age | .0046219 | .0006648 | 6.95 | 0.000 | .0033189 | .0059249 |
| _cons | 4.22167 | .3413114 | 12.37 | 0.000 | 3.552712 | 4.890628 |
| /ln_p | -.2158398 | .0389149 | -5.55 | 0.000 | -.2921115 | -.1395681 |
| p | .8058644 | .0313601 | | | .7466852 | .8697338 |
| 1/p | 1.240904 | .0482896 | | | 1.149777 | 1.339252 |

# Résultats : régressions simples

```
. reg ldurat workprg priors tserved felon alcohol drugs black married educ age
```

| Source | SS | df | MS | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Model | 134.350088 | 10 | 13.4350088 | Number of obs | = | 1,445 |
| Residual | 1101.29155 | 1,434 | .767985737 | F(10, 1434) | = | 17.49 |
| | | | | Prob > F | = | 0.0000 |
| Total | 1235.64163 | 1,444 | .855707503 | R-squared | = | 0.1087 |
| | | | | Adj R-squared | = | 0.1025 |
| | | | | Root MSE | = | .87635 |

| ldurat | Coef. | Std. Err. | t | P>\|t\| | [95% Conf. | Interval] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| workprg | .008758 | .0489457 | 0.18 | 0.858 | -.0872548 | .1047709 |
| priors | -.0590636 | .0091717 | -6.44 | 0.000 | -.077055 | -.0410722 |
| tserved | -.0094002 | .0013006 | -7.23 | 0.000 | -.0119516 | -.0068488 |
| felon | .1785428 | .0584077 | 3.06 | 0.002 | .0639691 | .2931165 |
| alcohol | -.2628009 | .0598092 | -4.39 | 0.000 | -.3801238 | -.1454779 |
| drugs | -.0907441 | .0549372 | -1.65 | 0.099 | -.19851 | .0170217 |
| black | -.1791014 | .0474354 | -3.78 | 0.000 | -.2721516 | -.0860511 |
| married | .1344326 | .0554341 | 2.43 | 0.015 | .025692 | .2431732 |
| educ | .0053914 | .0099256 | 0.54 | 0.587 | -.0140789 | .0248618 |
| age | .0013258 | .0002249 | 5.90 | 0.000 | .0008847 | .0017669 |
| _cons | 3.569168 | .137962 | 25.87 | 0.000 | 3.298539 | 3.839797 |

# Résultats : régressions simples

```
. reg ldurat workprg priors tserved felon alcohol drugs black married educ age ///
> if cens==0
```

| Source | SS | df | MS |
|---|---|---|---|
| Model | 33.7647818 | 10 | 3.37647818 |
| Residual | 442.796158 | 541 | .818477187 |
| Total | 476.56094 | 551 | .864901888 |

| | | |
|---|---|---|
| Number of obs | = | 552 |
| F(10, 541) | = | 4.13 |
| Prob > F | = | 0.0000 |
| R-squared | = | 0.0709 |
| Adj R-squared | = | 0.0537 |
| Root MSE | = | .9047 |

| ldurat | Coef. | Std. Err. | t | P>\|t\| | [95% Conf. | Interval] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| workprg | .0923415 | .0827407 | 1.12 | 0.265 | -.0701909 | .254874 |
| priors | -.0483627 | .0140418 | -3.44 | 0.001 | -.0759459 | -.0207795 |
| tserved | -.0067761 | .001938 | -3.50 | 0.001 | -.010583 | -.0029692 |
| felon | .1187173 | .103206 | 1.15 | 0.251 | -.0840163 | .3214509 |
| alcohol | -.2180496 | .0970583 | -2.25 | 0.025 | -.408707 | -.0273923 |
| drugs | .0177737 | .0891098 | 0.20 | 0.842 | -.1572699 | .1928172 |
| black | -.0008505 | .0822071 | -0.01 | 0.992 | -.1623348 | .1606338 |
| married | .2388998 | .0987305 | 2.42 | 0.016 | .0449577 | .432842 |
| educ | -.0194548 | .0189254 | -1.03 | 0.304 | -.0566312 | .0177215 |
| age | .0005345 | .0004228 | 1.26 | 0.207 | -.000296 | .0013651 |
| _cons | 3.001025 | .2438418 | 12.31 | 0.000 | 2.522032 | 3.480017 |

# Résultats : modèle avec hétérogénéité inobservée

```
Fitting full model:

Iteration 0:   log likelihood =  -1620.2703  (not concave)
Iteration 1:   log likelihood =  -1612.4226
Iteration 2:   log likelihood =    -1598.06
Iteration 3:   log likelihood =  -1585.5107
Iteration 4:   log likelihood =  -1584.9183
Iteration 5:   log likelihood =  -1584.9172
Iteration 6:   log likelihood =  -1584.9172

Weibull regression -- log relative-hazard form
                       Gamma frailty

No. of subjects =        1,445                  Number of obs    =      1,445
No. of failures =          552
Time at risk    =        80013
                                                LR chi2( 10)      =     143.82
Log likelihood  =   -1584.9172                  Prob > chi2      =     0.0000
```

| _t | Haz. Ratio | Std. Err. | z | P>\|z\| | [95% Conf. | Interval] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| workprg | 1.00741 | .2053883 | 0.04 | 0.971 | .6755623 | 1.502267 |
| priors | 1.275214 | .0537558 | 5.77 | 0.000 | 1.17409 | 1.385049 |
| tserved | 1.035554 | .0072673 | 4.98 | 0.000 | 1.021408 | 1.049896 |
| felon | .4534124 | .1208835 | -2.97 | 0.003 | .2688784 | .7645939 |
| alcohol | 3.233478 | .9070623 | 4.18 | 0.000 | 1.865903 | 5.60339 |
| drugs | 1.329452 | .2968761 | 1.28 | 0.202 | .8582091 | 2.059453 |
| black | 2.163173 | .4409171 | 3.79 | 0.000 | 1.450748 | 3.225453 |
| married | .4467732 | .1151877 | -3.13 | 0.002 | .2695437 | .7405342 |
| educ | .9732451 | .0436997 | -0.60 | 0.546 | .8912559 | 1.062777 |
| age | .9947974 | .0009922 | -5.23 | 0.000 | .9928546 | .996744 |
| _cons | .0045453 | .0032737 | -7.49 | 0.000 | .0011079 | .0186482 |
| /ln_p | .5352553 | .0951206 | 5.63 | 0.000 | .3488225 | .7216882 |
| /ln_the | 1.790243 | .1788498 | 10.01 | 0.000 | 1.439703 | 2.140782 |
| p | 1.707884 | .1624549 | | | 1.417398 | 2.057904 |
| 1/p | .5855198 | .055695 | | | .4859312 | .7055184 |
| theta | 5.990906 | 1.071472 | | | 4.219445 | 8.506084 |

```
LR test of theta=0:  chibar2(01) =  96.23             Prob >= chibar2 =   0.000
```

# Questions

- D'après le modèle à hasard proportionnel, quel est l'effet du temps sur la récidive ? L'effet de la consommation de drogue ?
- Quel est le lien entre le modèle à hasard proportionnel et le modèle de vie accélérée ici ?
- Les résultats des MCO sont-ils cohérents avec ceux du modèle de vie accélérée ?
- Les conclusions sont-elles modifiées lorsqu'on introduit de l'hétérogénéité inobservée ?

# L'essentiel

- Spécificités des durées : fonction de survie et de hasard, censure (aléatoire) à droite.
- Effet des covariables : modèles à hasard proportionnel et à hasard accéléré.
- Dépendance d'état versus hétérogénéité individuelle. Modélisation de l'hétérogénéité inobservée.
- Vraisemblance dans les modèles avec censure aléatoire.