

Macroéconomie 2

Les fluctuations économiques: La théorie des cycles réels

Franck Malherbet
(CREST-ENSAE)

Année Universitaire 2021-2022

- Les fluctuations constituent un **coût en termes de bien-être** pour la société.
- Les phases successives d'**expansion** et de **récession** se traduisent, par exemple, par :
 - des variations du taux de chômage,
 - et/ou des variations de l'inflation.
- Les études attestent d'une véritable **aversion pour l'incertitude** engendrée par les fluctuations économiques, e.g. :
 - **Crainte de perdre son emploi** pour un travailleur,
 - **Coûts d'ajustement** de la combinaison capital-travail pour les firmes lorsque la production varie,
 - **Effets redistributifs** de l'inflation.

- L'approche traditionnelle des fluctuations (IS-LM, AS-AD) insiste sur le rôle moteur des chocs de demande comme sources des fluctuations.
- Au début des 50's, large consensus sur l'intégration des idées de Keynes dans le corpus macroéconomique :

"La synthèse néoclassique devait rester la théorie dominante pendant vingt ans. Les progrès furent étonnants, et la période du début des années 40 au début des années 70 peut être appelée l'âge d'or de la macroéconomie."

(Paul. A. Samuelson)

- En présence de **rigidités nominales**, il est possible d'arbitrer entre inflation et chômage à court terme (CT) comme à long terme (LT).
- Les politiques de demande permettent le "réglage fin" de l'activité économique.

- L'exploitation de l'**arbitrage inflation-chômage** modifie considérablement le *modus operandi* de la politique macroéconomique.

Elle est désormais conçue comme un **jeu non-cooperatif** entre une autorité centrale et les agents de l'économie.

- L'autorité centrale s'efforce d'imposer son arbitrage inflation-chômage aux agents en les trompant par le biais de **surprises d'inflation**.
- Ces biais doivent amener les agents à effectuer des calculs économiques sous-optimaux.
- Pour les économistes néoclassiques (monétaristes, nouvelle école classique), les agents ne peuvent pas se tromper de façon **systématique**.
- Cette critique repose sur la (*plus ou moins grande*) **rationalité** des comportements d'anticipation.

- L'échec relatif des politiques de relance keynésienne dans les années 70, et l'incapacité à prendre en compte les anticipations des agents (Sargent et Wallace, 1975, Lucas, 1976) conduit à **remettre en cause le cadre d'analyse keynésien**.
- Kydland et Prescott (1982)¹, Long et Plosser (1983)² proposent une **théorie alternative** pour expliquer les fluctuations économiques.
- Le **courant des cycles réels** (*Real Business Cycles*) propose un revirement théorique et méthodologique complet.
 - ❶ Les fluctuations économiques peuvent s'expliquer comme le résultat de **l'adaptation optimale d'agents rationnels à des chocs technologiques exogènes**, et non plus comme la conséquence de déséquilibres périodiques.
 - ❷ Le courant des cycles réels **dénie tout rôle à la monnaie** dans l'explication des fluctuations économiques alors que les aléas monétaires étaient au **coeur des débats théoriques**.

1. Kydland et Prescott (1982), Time to build and aggregate fluctuations, Econometrica. Ces deux auteurs furent lauréats du prix Nobel en 2004.

2. Long et Plosser (1983), Real Business Cycles, Journal of Political Economy.

- D'un point de vue méthodologique, Kydland et Prescott s'inscrivent dans la filiation de Lucas (1977)³ :

*"constructing a model in the most literal sense : a **fully articulated artificial economy** which behaves through time so as to imitate closely the time series behavior of actual economics [...]"*

*"[...] one would like a theory which accounts for the observed movements in quantities (employment, consumption, investment) as an **optimizing response** to observed movements in prices."*

3. Lucas (1977), Understanding Business Cycles, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy.

- La théorie des cycles réels constitue la **pierre angulaire** de l'approche moderne des fluctuations économiques.
- Elle a été développée par :
 - Kydland et Prescott (1982)
 - Long et Plosser (1983)
- Présentation dans les manuels usuels :
 - Blanchard et Fischer (1989), chap. 7
 - Romer (2012), chap. 5
- Ouvrages ou articles spécialisés :
 - Hairault (1995)
 - **King et Rebelo (2000)** ⁴
 - Heer et Maussner (2005)
 - McCandless (2008)

4. King et Rebelo (2000), Resuscitating Real Business Cycles, *Handbook of Macroeconomics*.

- La première étape de la mesure du cycle économique est la **décomposition** de chaque série temporelle en composantes :
 - tendancielle (ou séculaire),
 - cyclique.
- **Idée** : L'évolution tendancielle des séries macro est déterminée par :
 - des facteurs qui influencent le rythme de croissance à long terme,
 - mais qui **ne jouent pas un rôle prédominant dans les fluctuations**.
- On décompose la série (en log) x_t comme :⁵

$$x_t = \underbrace{\tau_t^x}_{\text{composante tendancielle}} + \underbrace{\nu_t^x}_{\text{composante cyclique}}$$

5. Si $x_t = \ln(X_t)$, la série en niveau est donnée par $X_t = e^{x_t}$.

- Sachant que $\ln(1 + x) \simeq x$ lorsque x n'est pas trop grand, on peut réécrire la relation précédente comme :

$$\begin{aligned}\nu_t^x &= x_t - \tau_t^x = \ln X_t - \ln T_t^x \\ &= \ln \left(1 + \frac{X_t - T_t^x}{T_t^x} \right) \\ &\simeq \frac{X_t - T_t^x}{T_t^x}\end{aligned}$$

où $T_t^x = e^{\tau_t^x}$.

- La composante cyclique ν_t^x s'interprète alors comme **l'écart relatif de la série à la tendance**.
- La séparation de la série x_t entre sa tendance τ_t^x et son cycle ν_t^x comporte sa part d'arbitraire et de nombreuses décompositions statistiques sont possibles.

- En pratique, la décomposition cycle-tendance est le plus souvent faite avec le **filtre de Hodrick-Prescott (HP)**.⁶
- Le programme pour extraire la composante tendancielle de la série x vérifie :

$$\min_{\{\tau_t^x\}_{t=0}^T} \sum_{t=0}^T \underbrace{(x_t - \tau_t^x)^2}_{\text{taille du cycle}} + \lambda \sum_{t=1}^{T-1} \left[\underbrace{(\tau_{t+1}^x - \tau_t^x) - (\tau_t^x - \tau_{t-1}^x)}_{\text{pente de la tendance}} \right]^2, \quad \lambda \geq 0$$

où $\lambda \in \mathbb{R}^+$ est le **paramètre de lissage**, *i.e.* le paramètre qui pondère les deux critères.

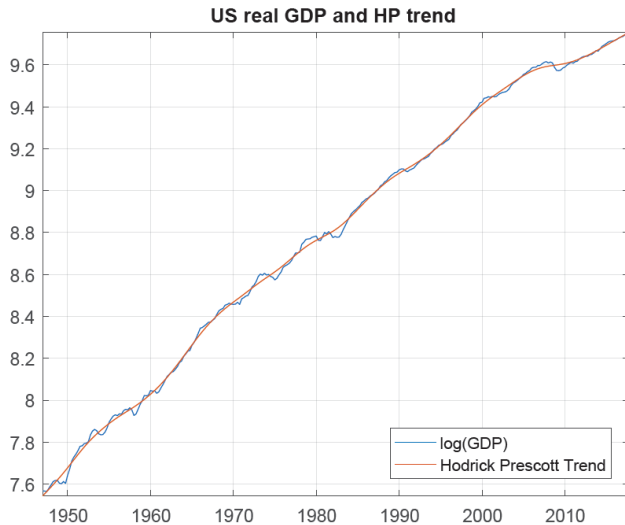
- Le **premier terme** indique que la tendance ne doit pas trop s'écarter de la série.
- Le **second terme** indique que la tendance ne doit pas changer de direction trop brutalement.

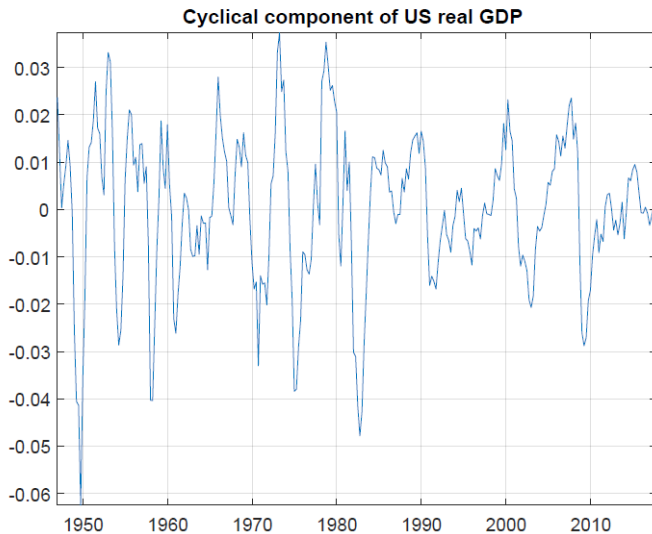
6. Hodrick et Prescott (1980,1997), Postwar U.S. Business Cycles : An Empirical Investigation, Journal of Money, Credit and Banking.

- Le paramètre de lissage λ est central :
 - Si $\lambda = 0$, $x_t - \tau_t^x = 0$, i.e. il n'y a pas de cycle.
 - Si $\lambda \rightarrow \infty$, $\tau_{t+1}^x - \tau_t^x = \tau_t^x - \tau_{t-1}^x$, i.e. la tendance est linéaire.
- En pratique, on impose les valeurs suivantes :⁷
 - $\lambda = 100$, séries annuelles,
 - $\lambda = 1600$, séries trimestrielles,
 - $\lambda = 14400$, séries mensuelles.
- La composante cyclique de la séquence $\{\nu_t^x\}_{t=0}^T$ est alors donnée par :

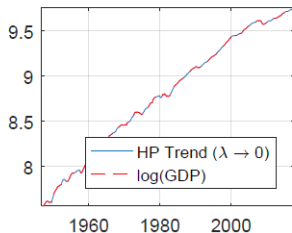
$$\nu_t^x = x_t - \tau_t^x$$

7. Pour plus de détails, voir par exemple : Uhlig et Ravn (2002), On Adjusting the Hodrick-Prescott Filter for the Frequency of Observations, *Review of Economics and Statistics*.

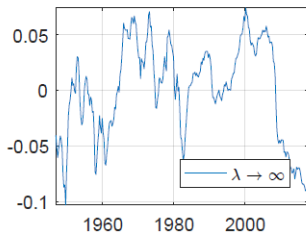
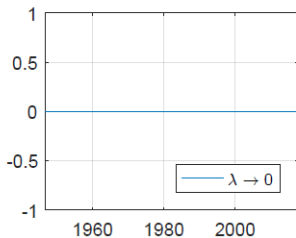
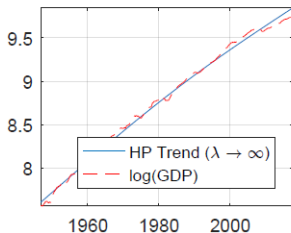




US real GDP and HP trend

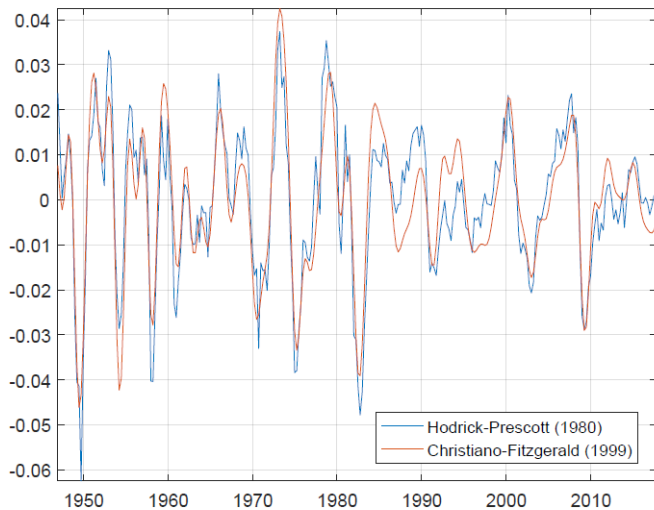


US real GDP and HP trend



- Le filtre de Hodrick-Prescott est le plus utilisé dans la littérature⁸.
- Si il n'est pas le seul, il permet d'avoir un **point de référence** à des fins de comparaison.
- Il sera systématiquement utilisé pour :
 - extraire la composante cyclique des séries empiriques,
 - extraire la composante cyclique des séries théoriques (simulées).

8. Voir par exemple Christiano et Fitzgerald (1998) pour une discussion sur les procédures alternatives de filtrage des données.



Qu'appelle-t-on cycle des affaires ?

- Selon Burns et Mitchell (1946)⁹ :

“Business cycles are a type of fluctuation found in the aggregate economic activity of nations that organize their work mainly in business enterprises : a cycle consists of expansions occurring at about the same time in many economic activities, followed by similarly general recessions, contractions, and revivals which merge into the expansion phase of the next cycle ; in duration, business cycles vary from more than one year to ten or twelve years ; they are not divisible into shorter cycles of similar characteristics with amplitudes approximating their own.”

9. Burns et Mitchell sont, dans les années 30, à l'origine d'un vaste programme de recherche visant à documenter les cycles économiques.

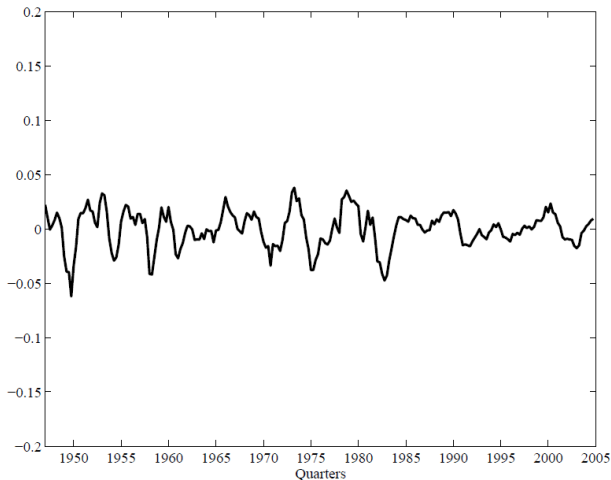
- Le réexamen dans les années 80, de la régularité empirique des cycles conduirent Hodrick et Prescott (1980) à *“retrouver les résultats de Burns et Mitchell tapis sous près d'un demi-siècle de poussière accumulée.”* (King et Rebelo, 1999).
- La définition moderne est celle de Lucas (1977)¹⁰ selon qui le cycle des affaires s'apparente à **des fluctuations récurrentes des agrégats macroéconomiques autour d'une tendance.**
- Pour étudier le cycle des affaires, on cherche à établir un ensemble de **régularités empiriques** \Rightarrow **Faits stylisés.**
- Le cycle est alors caractérisé par un ensemble de statistiques :
 - **volatilité** des séries (écart-type),
 - **co-mouvement** des séries (corrélations, auto-corrélation).

10. Robert Emerson Lucas Junior (né le 15 septembre 1937) est un économiste américain lauréat du prix Nobel en 1995, et professeur à l'université de Chicago.

- En pratique, on s'intéresse principalement aux séries (réelles) suivantes :
 - C , Consommation (biens non durables, services),
 - I , Investissement,
 - Y , Produit,
 - H , Heures travaillées,
 - $\frac{Y}{H}$, Productivité du travail.
- On s'attache ensuite à caractériser le cycle des affaires pour les Etats-Unis¹¹ à l'aide des composantes cycliques (filtrées HP) des séries ci-dessus.

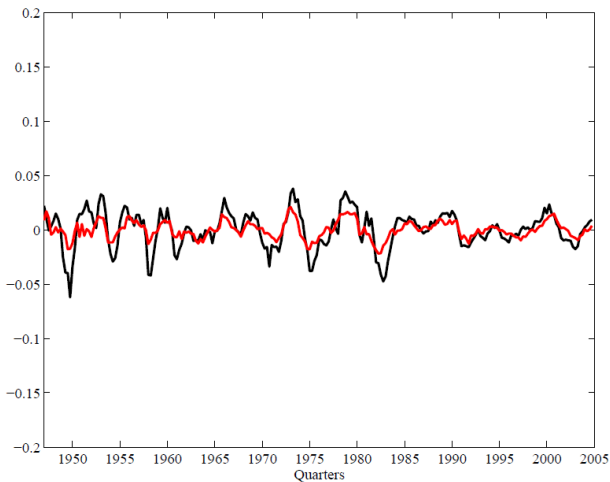
11. Voir par exemple King et Rebelo (2000) pour plus de détails.

Output



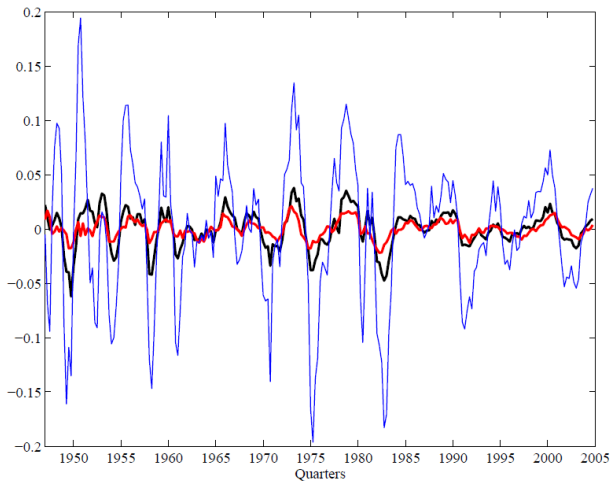
- Produit (PIB)

Output – Consumption



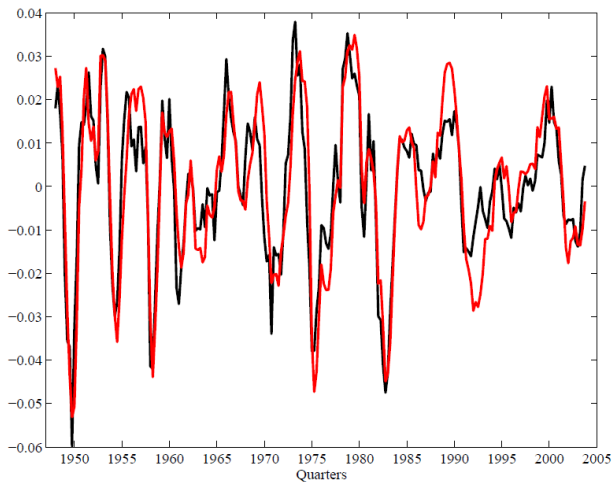
- Produit, **Consommation**

Output – Consumption – Investment



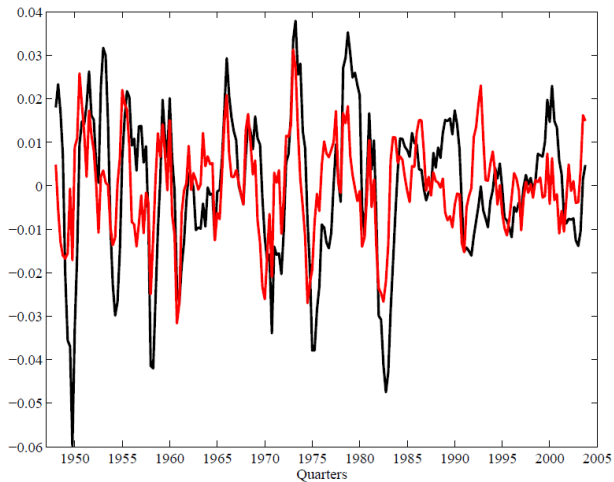
- Produit, **Consommation**, Investissement

Output – Hours worked



- Produit, Heures travaillées

Output – Productivity



- Produit, **Productivité**

On peut établir une première série de faits stylisés pour caractériser la **volatilité (relative)** des séries :

- ① La consommation est moins volatile que le produit
- ② L'investissement est plus volatile que le produit
- ③ L'investissement est plus volatile que la consommation
- ④ Les heures fluctuent dans les mêmes proportions que le produit
- ⑤ La productivité du travail est moins volatile que le produit

- En termes de **co-mouvement**, il apparaît également que la plupart des séries sont **procycliques**¹².
- L'ensemble des séries affichent également une forte **persistance**, *i.e.* le coefficient d'auto-corrélation étant de l'ordre de 0.8 – 0.9.
- L'ensemble des caractéristiques cycliques de l'économie est résumé dans le tableau ci-dessous :¹³

	σ_x	$\frac{\sigma_x}{\sigma_Y}$	Auto-corrélation	$\rho(x, Y)$
<i>Y</i>	1.81	1.00	0.84	1.00
<i>C</i>	1.35	0.74	0.80	0.88
<i>I</i>	5.30	2.93	0.87	0.80
<i>H</i>	1.79	0.99	0.88	0.88
<i>Y/H</i>	1.02	0.56	0.74	0.55
<i>w</i>	0.68	0.38	0.66	0.12
<i>r</i>	0.30	0.16	0.60	−0.35

12. On rappelle qu'une variable est procyclique (contracyclique) lorsque sa corrélation avec le PIB est positive (négative). Elle est acyclique lorsque cette corrélation est nulle.

13. Source : King et Rebelo (2000), économie américaine sur la période 1947-1996.

- Une bonne théorie des fluctuations doit être capable de rendre compte de ces faits.
- Lucas (1977) va définir la démarche pour l'analyse du cycle des affaires adoptée aussi bien par les néoclassiques du courant des cycles réels que par la nouvelle école keynésienne.
- Les modèles candidats à l'explication des fluctuations observées doivent :
 - être **simulables** afin de rendre systématique leur validation quantitative,
 - reposer sur des **fondements microéconomiques** pour évaluer correctement les effets des politiques économiques.¹⁴
- Les **modèles de cycles réels** (*Real Business Cycles*) s'inscrivent dans cette filiation.

14. Les modèles doivent donc être immunes à la critique de Lucas (1976).

- Le **modèle canonique de cycles réels** (*Real Business Cycles*) est basé sur le modèle de Ramsey-Cass-Koopmans étudié au chapitre 2.¹⁵
- Les hypothèses générales sont similaires :
 - économie concurrentielle.
 - économie fermée.
 - prix et salaires flexibles.
 - Il n'y a ni externalité, ni distortion dans les prix relatifs (*i.e.* équilibre décentralisé et optimum coïncident à chaque date).
- Deux principales modifications :
 - chocs agrégés de productivité (choc d'offre),
 - offre de travail endogène.

RBC (benchmark) = Ramsey + choc technologique + offre de travail endogène

15. Les développements suivants s'appuient sur King, Plosser et Rebelo (1988), et King et Rebelo (2000).

- Il y a **deux types d'agents (en grand nombre)** dans le modèle :
 - Les firmes.
 - Les ménages.
- Il n'y a pas de croissance démographique, et la taille de la population est normalisée à l'unité.
- Les agents forment des **anticipations rationnelles**, *i.e.* ils ne commettent pas d'erreur de prévision systématique. [► Annexe](#)

- En raison de l'**incertitude agrégée** les ménages ne connaissent plus avec certitude le taux d'intérêt futur, ni le salaire futur.
- Ils choisissent les séquences de **consommation** et **loisir** sur l'ensemble de leur cycle de vie en formant des **anticipations rationnelles**.
- L'utilité intertemporelle du ménage est donnée par :

$$\mathcal{U}_0 = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, 1 - H_t)$$

- L'opérateur \mathbb{E} indique la valeur anticipée (*des flux d'utilité future*) conditionnellement à l'information disponible à la date t , i.e. :

$$\mathbb{E}_t \equiv \mathbb{E}(.|\mathcal{I}_t)$$

où \mathcal{I}_t indique toute l'information disponible à la date t .

- A chaque période le ménage fait face à **deux contraintes** :
 - $\mathcal{L}_t + H_t \leq 1$.
 - $C_t + I_t \leq Y_t$.
- La seconde contrainte indique que le ménage peut soit :
 - consommer le bien,
 - accumuler le bien pour le louer aux entreprises.
- En situation d'incertitude, une équation analogue à la règle de Keynes-Ramsey relie la consommation courante aux **anticipations concernant le taux d'intérêt et la consommation**.
- Supposons que **l'utilité instantanée** soit de la forme :

$$u(C_t, 1 - H_t) = \ln C_t + \phi \ln(1 - H_t)$$

- L'utilité marginale de la consommation à la date t vérifie :

$$u_{C,t} = \beta^t \frac{1}{C_t}$$

- Si la consommation diminue de ΔC en t , la variation d'utilité due à ce changement est de :

$$\beta^t \frac{\Delta C}{C_t}$$

et l'augmentation de la consommation en $t + 1$ sera de $(1 + r_{t+1})\Delta C$.

- Le gain espéré (en termes d'utilité marginale à la date $t + 1$) à la date t de cette opération est alors de :

$$\mathbb{E}_t \left[\beta^{t+1} \frac{1}{C_{t+1}} (1 + r_{t+1}) \right] \Delta C$$

- A l'optimum, le ménage est indifférent entre les deux options :

$$\beta^t \frac{\Delta C}{C_t} = \mathbb{E}_t \left[\beta^{t+1} \frac{1}{C_{t+1}} (1 + r_{t+1}) \right] \Delta C$$

- Cette condition se réécrit comme :

$$\frac{1}{C_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{C_{t+1}} (1 + r_{t+1}) \right]$$

- Cette **généralisation de la condition de Keynes-Ramsey** à un cadre stochastique est due à Brock et Mirman (1972)¹⁶.
- L'arbitrage entre consommation présente et future ne dépend pas seulement des anticipations de l'utilité marginale et du taux d'intérêt mais aussi de leur **interaction**.

$$\frac{1}{C_t} = \beta \left[\mathbb{E}_t \left(\frac{1}{C_{t+1}} \right) \mathbb{E}_t(1 + r_{t+1}) + cov \left(\frac{1}{C_{t+1}}, 1 + r_{t+1} \right) \right]$$

16. Brock et Mirman (1972), Optimal economic growth and uncertainty : the discounted case, Journal of Economic Theory.

- La technologie de production est donnée par :

$$Y_t = A_t F(K_t, X_t H_t)$$

avec :

- A_t , **productivité** totale des facteurs (TFP),
 - K_t , la quantité de capital,
 - H_t , la quantité de travail,
 - X_t , progrès technique déterministe incorporé au travail ¹⁷.
-
- La fonction F est à **rendements d'échelle constants** et satisfait toutes les hypothèses de la fonction de production néoclassique.
-
- Le stock de capital utilisé en t est celui décidé en $t - 1$. Le capital est donc une **variable prédéterminée**.

17. On dit alors que le progrès technique est neutre au sens de Harrod ou *labor augmenting*.

- On suppose que la variable X_t croît au taux déterministe $\gamma - 1$, de telle sorte que :

$$X_{t+1} = \gamma X_t, \quad \gamma \geq 1$$

- Le choc A_t est supposé suivre un processus autoregressif d'ordre 1 stationnaire :

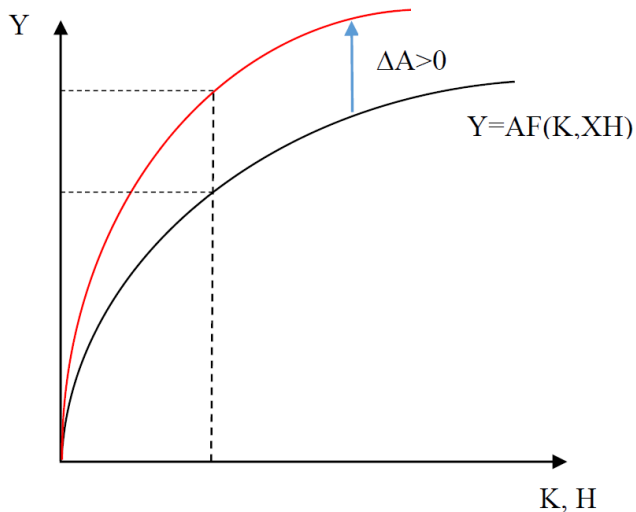
$$\log(A_t) = \eta \log(A_{t-1}) + \varepsilon_t$$

avec :

- $\eta < 1$, le **coefficient d'autocorrélation**, *i.e.* la persistance des chocs.
- ε_t , **l'innovation du processus** (bruit blanc).¹⁸

18. On suppose le plus souvent que $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

Effet d'un choc de productivité



- A chaque période, les firmes produisent l'unique bien de l'économie qui peut-être soit **consommé**, soit **accumulé**.
- Les firmes choisissent K_t et H_t de façon à maximiser leur profit :

$$\Pi_t = A_t F(K_t, X_t H_t) - R_t K_t - w_t H_t$$

- Les c1o vérifient de manière usuelle :

$$\begin{aligned} A_t F_K(K_t, X_t H_t) &= R_t \\ A_t F_L(K_t, X_t H_t) X_t &= w_t \end{aligned}$$

avec (comme dans le chapitre précédent) :

- R_t , le coût réel d'usage du capital,
- w_t , le salaire réel.

- La dynamique d'accumulation du capital est identique à celle du [modèle de Ramsey-Cass-Koopmans](#) (*cf. chapitre 2*).

- La loi d'accumulation du bien (sous forme de stock de capital) vérifie :

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta) K_t$$

où δ indique le taux de dépréciation du capital.

- Cette économie n'admet un **sentier de croissance équilibrée** (où C_t, K_t, \dots croissent à taux constant) que dans la mesure où l'on impose certaines restrictions sur la technologie et les préférences.¹⁹
- On suppose que la fonction de production est Cobb-Douglas :

$$Y_t = A_t K_t^\alpha (X_t H_t)^{1-\alpha}$$

- On suppose que la fonction d'utilité est CRRA :

$$u(C_t, 1 - H_t) = \begin{cases} \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \phi \frac{(1-H_t)^{1-\theta}}{1-\theta} & \sigma \neq 1, \theta \neq 1 \\ \ln C_t + \phi \ln(1 - H_t) & \sigma = 1, \theta = 1 \end{cases}$$

où u est une fonction croissante en C et $1 - H$.

19. Voir par exemple King, Plosser & Rebelo (1988) ou King et Rebelo (2000) pour une discussion détaillée.

- Sous les hypothèses précédentes, on peut "**stationnariser**" l'économie afin d'éliminer la croissance des variables à l'état stationnaire.
- On déflate toutes les grandeurs macro-économiques par la composante de croissance déterministe :

$$c_t = \frac{C_t}{X_t}, \quad y_t = \frac{Y_t}{X_t}, \quad k_t = \frac{K_t}{X_t}, \quad \dots$$

Remarque : \mathcal{L}_t, H_t, A_t ne croissent pas.

- Il est désormais possible de réécrire le modèle en termes de variables **intensives**, i.e. corrigées de la tendance déterministe.

- L'utilité intertemporelle du ménage se réécrit alors comme :

$$\mathcal{U}_0 = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t \begin{cases} \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{\phi(1-H_t)^{1-\theta}}{1-\theta} & \sigma \neq 1, \theta \neq 1 \\ \log c_t + \phi \log(1-H_t) & \sigma = 1, \theta = 1 \end{cases}$$

avec $\tilde{\beta} = \beta\gamma^{1-\sigma}$.

► Annexe

- Dans cette expression $\tilde{\beta}$ est le facteur d'escompte qui tient compte de la tendance déterministe.²⁰

20. Il correspond au facteur d'escompte β utilisé dans King et Rebelo (2000). De manière similaire b correspond à β .

- Sous forme intensive, la fonction de production, la contrainte de faisabilité et la loi d'évolution du capital vérifient :

$$y_t = A_t k_t^\alpha H_t^{1-\alpha}$$

$$y_t = c_t + i_t$$

$$\gamma k_{t+1} = i_t + (1 - \delta) k_t$$

- En combinant les expressions précédentes, il vient :

$$k_{t+1} = \frac{1}{\gamma} [(1 - \delta) k_t + A_t k_t^\alpha H_t^{1-\alpha} - c_t]$$

- En l'absence de distortion, les deux théorèmes du bien-être sont vérifiés.
- Ainsi, optimum et équilibre décentralisé conduisent à la même allocations des ressources²¹.
- En retenant une spécification log-log, le programme du planificateur vérifie :

$$\begin{aligned}
 \max_{\{c_t, H_t, k_{t+1}\}} \mathcal{U}_0 &= \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t [\log c_t + \phi \log (1 - H_t)] \\
 \text{SC} \quad : & \\
 k_{t+1} &= \frac{1}{\gamma} [(1 - \delta) k_t + A_t k_t^\alpha H_t^{1-\alpha} - c_t]
 \end{aligned}$$

21. Pour plus de détails voir le chapitre 2.

- Le Lagrangien dynamique associé à ce programme vérifie :

$$\mathbb{L} = \mathbb{E}_t \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t \left[\begin{array}{c} \log c_t + \phi \log (1 - H_t) \\ + \lambda_t \left(\frac{1}{\gamma} [(1 - \delta) k_t + A_t k_t^\alpha H_t^{1-\alpha} - c_t] - k_{t+1} \right) \end{array} \right]$$

- Les c1o associées à ce programme vérifient :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_t} - \frac{\lambda_t}{\gamma} \right] &= 0 \\ \mathbb{E}_t \left[-\frac{\phi}{1 - H_t} + \frac{\lambda_t}{\gamma} \underbrace{(1 - \alpha) A_t k_t^\alpha H_t^{-\alpha}}_{PmH} \right] &= 0 \\ \mathbb{E}_t \left[-\tilde{\beta}^t \lambda_t \right] + \mathbb{E}_t \left[\tilde{\beta}^{t+1} \frac{\lambda_{t+1}}{\gamma} \left[(1 - \delta) + \underbrace{\alpha A_{t+1} k_{t+1}^{\alpha-1} H_{t+1}^{1-\alpha}}_{Pmk} \right] \right] &= 0 \end{aligned}$$

- Sachant que $Pmk_{t+1} = r_{t+1} + \delta$, et $PmH_{t+1} = w_{t+1}$, ces conditions peuvent se réécrire comme :

$$\frac{\lambda_t}{\gamma} = \frac{1}{c_t}$$

$$\frac{\lambda_t}{\gamma} = \frac{\phi}{w_t(1 - H_t)}$$

$$\lambda_t = \tilde{\beta} \mathbb{E}_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\gamma} (1 + r_{t+1}) \right]$$

- En simplifiant, on obtient deux conditions :

$$\frac{\gamma}{c_t} = \tilde{\beta} \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1}) \right] \quad (\text{inter-temporelle})$$

$$\frac{1}{c_t} = \frac{\phi}{w_t(1 - H_t)} \quad (\text{intra-temporelle})$$

- La condition intra-temporelle décrit l'arbitrage entre la consommation et le loisir à la date t , et se réécrit comme :

$$\underbrace{\frac{1}{c_t}}_{\text{utilité marginale de la consommation}} w_t = \underbrace{\frac{\phi}{(1 - H_t)}}_{\text{utilité marginale du loisir}}$$

- A l'optimum, le coût d'opportunité du loisir (en terme d'utilité) est égal à l'utilité que procure une unité de salaire en plus pour la consommation, *i.e.* le gain marginal est égal au coût marginal.
- De manière générale, on a donc :

$$\underbrace{\frac{u_{H,t}}{u_{C,t}}}_{\text{taux marginal de substitution}} = \underbrace{w_t}_{\text{salaire réel}}$$

L'équilibre général du modèle est donné à chaque période par la séquence $\{c, H, y, r, w, k, i, A\}$ et définit par le système d'équation suivant :

$$\text{R\`egle de Keynes-Ramsey : } \frac{\gamma}{c_t} = \tilde{\beta} \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1}) \right]$$

$$\text{Heures travaill\`ees : } H_t = 1 - \phi \frac{c_t}{w_t}$$

$$\text{Fonction de production : } y_t = A_t k_t^\alpha H_t^{1-\alpha}$$

$$\text{Taux d'int\`er\^et r\`eel : } r_t = \alpha \frac{y_t}{k_t} - \delta$$

$$\text{Salaire r\`eel : } w_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{H_t}$$

$$\text{Investissement : } i_t = \gamma k_{t+1} - (1 - \delta) k_t$$

$$\text{Equation comptable : } y_t = c_t + i_t$$

$$\text{Choc de productivit\`e : } \log(A_t) = \eta \log(A_{t-1}) + \varepsilon_t$$

En g\`en\`eral, il n'y a pas de solution analytique et la r\`esolution n\`ecessite une approche num\`erique (simulation).

Cas général

- Sous certaines hypothèses (peu réalistes), il est possible de résoudre analytiquement le modèle. [► Annexe](#)
- Comment résoudre le modèle dans le **cas général** ?
- Numériquement (Matlab, Julia, Fortran, Python, ...) ²²
 - Méthode 1 :
 - Résoudre l'état stationnaire déterministe,
 - Log-linéariser le modèle (c1o et contraintes) autour de l'état stationnaire déterministe,
 - Etalonner (calibrer) le modèle,
 - Résoudre le système.
 - Méthode 2 :
 - Résoudre l'état stationnaire déterministe (ou conditions initiales),
 - Etalonner (calibrer) le modèle,
 - **Dynare.** ²³

22. Le site <https://quantecon.org/> propose de nombreuses ressources pour la résolution des modèles dynamiques.

23. <http://www.dynare.org/>

Cas général (cont'd)

- La **calibration** du modèle consiste à **donner des valeurs aux paramètres** du modèle (en général sur une base trimestrielle).
- Les paramètres sont choisis de **deux manières**²⁴ :
 - ① Contrepartie empirique directe et/ou estimation.
 - ② Calibration pour reproduire (*matcher*) des statistiques de long terme (*i.e.* à l'état stationnaire).
- Les paramètres du modèle sont reportés ci-dessous :

σ	θ	ϕ	$\tilde{\beta}$	γ	α	δ	ρ	σ_{ϵ}
1	1	3.48	0.984	1.004	0.33	0.025	0.979	0.0072

24. Voir par exemple Cooley et Prescott (1995) pour une discussion détaillée.

- On calibre l'économie à l'état stationnaire en prenant le trimestre comme période de référence :
 - 1 Part de la rémunération du capital dans le revenu, $\alpha = 0.33$.
 - 2 On choisit $\tilde{\beta}$ de façon à ce que le taux d'intérêt à l'état stationnaire soit de l'ordre de 6.5% par an, i.e. $\tilde{\beta} = \frac{1}{1 + \frac{0.065}{4}} \simeq 0.984$.
 - 3 Le taux de croissance du PT (neutre au sens de Harrod) est choisit de façon à reproduire un taux de croissance par tête de 1.6% par an, i.e. $\gamma = (1 + 0.016)^{\frac{1}{4}} \simeq 1.004$.
 - 4 Le taux de dépréciation du capital est de 10% par an, i.e. $\delta = 0.1/4 = 0.025$.
 - 5 Les paramètres du processus AR(1) sont estimés à partir des séries sur la TFP, ie. $\rho = 0.979, \epsilon = 0.0072$.
 - 6 La fonction d'utilité est de type log-log, ie. $\sigma = 1$, et $\theta = 1$.²⁵

25. Pour rappel, la valeur du paramètre qui gouverne l'élasticité de Frisch est sujet à débat (cf chapitre 2). Nous nous contentons ici de suivre la calibration standard proposée par King et Rebelo (2000).

- On choisit enfin la valeur de ϕ afin que les heures travaillées à l'état stationnaire représentent 20% du temps total disponible :

$$w = \frac{\phi c}{1 - H} \text{ et } (1 - \alpha) = \frac{wH}{y} \iff (1 - \alpha) = \frac{\phi H}{1 - H} \frac{c}{y}$$

- A l'état stationnaire avec une fonction Cobb-Douglas :

$$\frac{y}{k} = \frac{r + \delta}{\alpha}$$

$$\frac{i}{y} = (\gamma - 1 + \delta) \frac{k}{y} = (\gamma - 1 + \delta) \frac{\alpha}{r + \delta}$$

$$\frac{c}{y} = 1 - \frac{i}{y} = 1 - (\gamma - 1 + \delta) \frac{\alpha}{r + \delta}$$

- On en déduit finalement la valeur de ϕ :

$$\phi = \frac{(1 - \alpha)(1 - H)}{H} \frac{1}{\frac{c}{y}} \simeq 3.48$$

Dynare et structure des scripts *.mod

- On utilise la toolbox **Dynare** pour simuler le modèle conjointement avec **Matlab** (ou Octave).
- Toutes les informations relatives au modèle sont reportées dans un fichier de script ***.mod**.
- La structure générique d'un fichier ***.mod** est la suivante :
 - Environnement (variables endogènes, exogènes, pré-déterminées, paramètres)
 - Définition du modèle (forme générale, état-stationnaire)
 - Définition des chocs (technologique, dépenses publiques, ...)
 - Evaluation et simulation du modèle

Dynare (cont'd)

Préambule

```
var y c i k H r w A;  
predetermined_variables k;  
varexo epsilon;  
parameters alpha beta delta gamma phi rho sigmae;
```

Calibration

alpha	=	0.33;
beta	=	0.984;
delta	=	0.025;
gamma	=	1.004;
phi	=	3.48;
rho	=	0.979;
sigmae	=	0.0072;

Dynare (cont'd)

Modèle : model ; ... end ;

```

model ;
gamma          = beta*c/c(+1)*(1+r(+1));
H              = 1-phi*c/w;
y              = A*k^alpha*H^(1-alpha);
r              = alpha*y/k-delta;
w              = (1-alpha)*y/H;
i              = gamma*k(+1)-(1-delta)*k;
y              = c+i;
log(A)         = rho*log(A(-1))+epsilon;
end ;

```

Dynare (cont'd)

Modèle à l'état stationnaire : `steady_state model ; ... end ;`

`steady_state_model ;`

```

A                = 1;
r                = gamma/beta - 1;
k_H              = (alpha / (r + delta))^(1/(1 - alpha));
y_H              = k_H^alpha;
w                = (1 - alpha) * y_H;
c_H              = y_H - (gamma - 1 + delta) * k_H;
H                = 1 / (1 + phi * c_H / w);
k                = k_H * H;
c                = c_H * H;
y                = y_H * H;
i                = y - c;
end ;

```

Dynare (cont'd)

Innovation du choc technologique

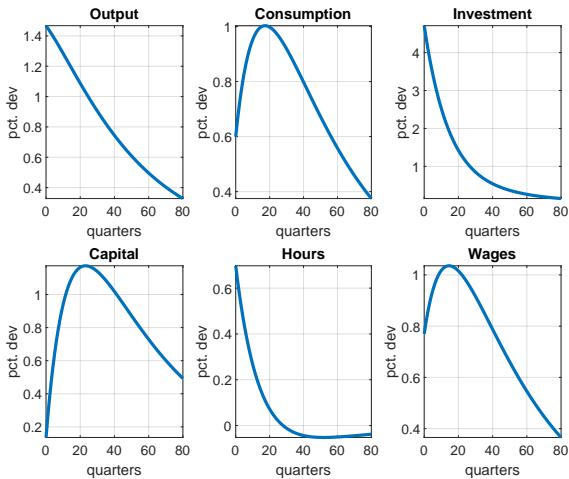
```
shocks;  
var epsilon;  
stderr sigmae;  
end;
```

Les commandes suivantes permettent d'évaluer/simuler le modèle :²⁶

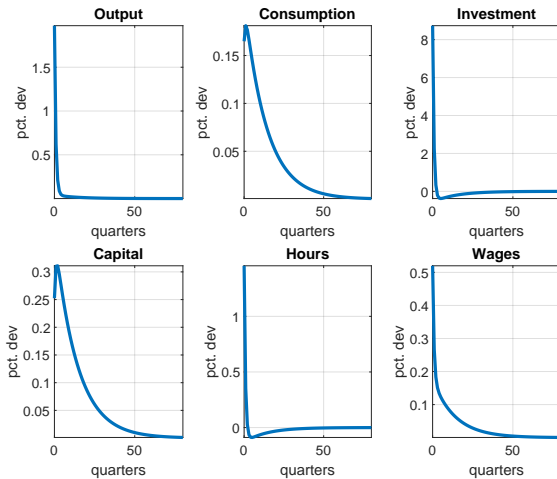
- `steady;`
- `check;`
- `stoch_simul;`

26. Pour plus de détails voir <https://www.dynare.org/manual/the-model-file.html>

Effet d'un choc de productivité ($\rho = 0.979$)



Effet d'un choc de productivité ($\rho = 0.3$)



Effet d'un choc de productivité sur la consommation

- Un choc positif sur A_t accroît :
 - la production (y_t)
 - la productivité marginale des facteurs (w_t et R_t)

- On peut décomposer l'effet du choc en :

- 1 un effet de richesse, *i.e* :

$$\Delta^+ A \rightarrow \begin{cases} \Delta^+ y \rightarrow \Delta^+ c \\ \Delta^+ w \rightarrow \Delta^+ c \end{cases}$$

- 2 un effet de substitution, *i.e* :

$$\Delta^+ A \rightarrow \{ \Delta^+ R \rightarrow \Delta^+ r \rightarrow \Delta^+ s \rightarrow \Delta^- c$$

- Le premier effet (effet de revenu) l'emporte ici sur le second (effet de substitution) et la consommation augmente.

Effet d'un choc de productivité sur l'investissement

- Un choc positif sur A_t accroît :
 - la productivité marginale du capital (R_t)
 - l'investissement (i_t)
- En augmentant la Pmk, le choc accroît la profitabilité de l'investissement :

$$\Delta^+ A \rightarrow \Delta^+ Pmk \rightarrow \Delta^+ i$$

- On a alors :

$$\Delta^+ A \rightarrow \{ \Delta^+ i \rightarrow \Delta^+ k \rightarrow \Delta^- Pmk \rightarrow \Delta^- r$$

- Comme le choc est transitoire et les rendements marginaux sont décroissants, le taux d'intérêt diminue ensuite et les variables **convergent ensuite vers leur valeur stationnaire** (*i.e.* les effets du choc s'estompent).

Effet d'un choc de productivité sur les heures travaillées

- Un choc positif sur A_t accroît :
 - le salaire réel (w_t)
 - le taux d'intérêt réel (r_t)
- On peut décomposer l'effet du choc en :

① Un effet effet de richesse, *i.e.* :

$$\Delta^+ A \rightarrow \Delta^+ w \rightarrow \Delta^- H$$

② Un effet de substitution intra-temporelle, *i.e.* :

$$\Delta^+ A \rightarrow \Delta^+ w \rightarrow \Delta^+ H$$

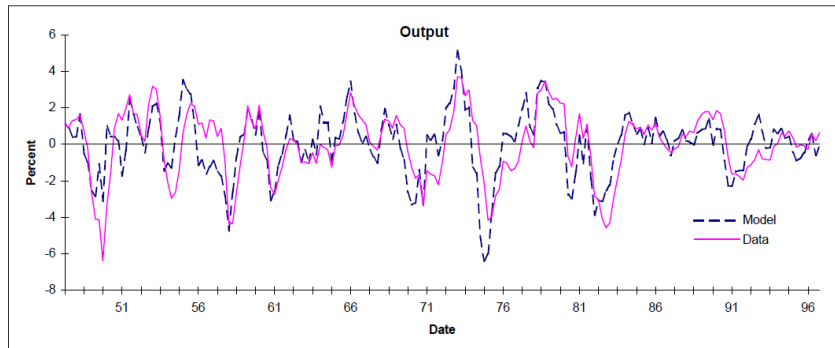
③ Un effet de substitution inter-temporelle, *i.e.* :

$$\Delta^+ A \rightarrow \Delta^+ r \rightarrow \Delta^+ H$$

- Ces mécanismes sont plus complexes dans un cadre dynamique dans la mesure où la persistance du choc affecte l'effet de richesse.

- On s'est pour l'instant uniquement intéressé aux effets d'un choc transitoire sur A_t , i.e. analyse des IRF (Impulse-Response-Function).
- On cherche désormais à **confronter le modèle aux caractéristiques cycliques observées** (*cf. infra*).
- On procède en trois temps :
 - ① Simulation du modèle pour une série aléatoire de choc et construction des principales séries macro-économiques,
 - ② Filtrage des séries obtenues (avec le filtre de Hodrick-Prescott),
 - ③ Calcul des principales composantes cycliques (ecart-type, écart-type relatif, corrélation, etc...).

Modèle vs. Data



Sources : King et Rebelo (2000).

- Résultats du modèle simulé pour les Etats-Unis :

	σ_x	$\frac{\sigma_x}{\sigma_Y}$	Auto-corrélation	$\rho(x, Y)$
Y	1.39 (1.81)	1.00 (1.00)	0.72 (0.84)	1.00 (1.00)
C	0.61 (1.35)	0.44 (0.74)	0.79 (0.80)	0.94 (0.88)
I	4.09 (5.30)	2.95 (2.93)	0.71 (0.87)	0.99 (0.80)
H	0.67 (1.79)	0.48 (0.99)	0.71 (0.88)	0.97 (0.88)
Y/H	0.75 (1.02)	0.54 (0.56)	0.76 (0.74)	0.98 (0.55)
w	0.75 (0.68)	0.54 (0.38)	0.76 (0.66)	0.98 (0.12)
r	0.05 (0.30)	0.04 (0.16)	0.71 (0.60)	0.95 (−0.35)

Légende : Modèle (Data), sources : King et Rebelo (2000).

Principaux **atouts** du modèle canonique de cycle réel :

- Le modèle est capable de reproduire la **hiérarchie des volatilités** (par rapport au produit), *i.e* :

$$\sigma_i > \sigma_y > \sigma_c$$

$$\sigma_y > \sigma_{\frac{y}{H}}$$

- Les variables c , i , H et y/H sont bien procycliques.
- Les variabilités relatives de la productivité et de l'investissement sont proches de celles observées dans les données.
- Les (seuls) **chocs technologiques** expliquent près de 80% de la variabilité du produit.²⁷

27. $1.39/1.81 \approx 0.76$.

Le modèle canonique des cycles réels n'est pas sans **faiblesses**.

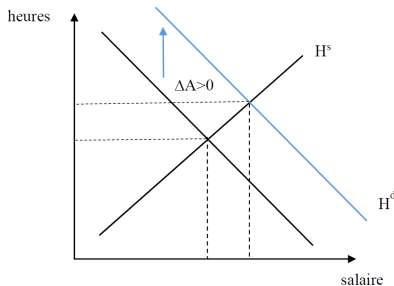
① Sous estimation de la volatilité des heures travaillées.

② Trop forte corrélation :

- entre la productivité du travail et le produit ($\rho(\frac{Y}{H}, Y)$),
- entre le salaire réel et le produit ($\rho(w, Y)$).
- entre le taux d'intérêt réel et le produit ($\rho(r, Y)$),

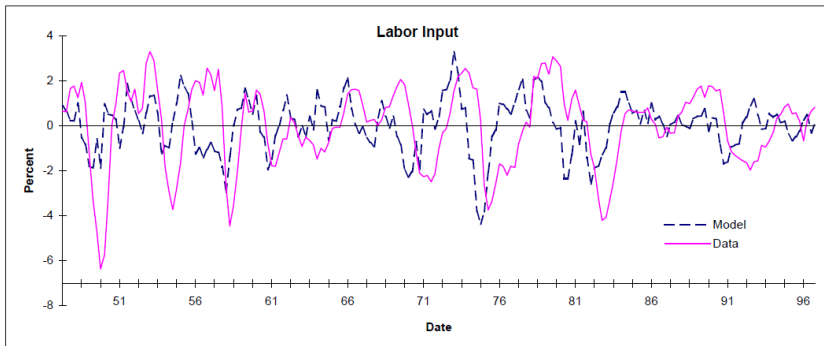
D'une façon générale, l'une des principales faiblesses de ce modèle est son **incapacité à rendre compte des caractéristiques du marché du travail**.

- Dans le modèle canonique des cycles réels, le marché du travail est walrassien :



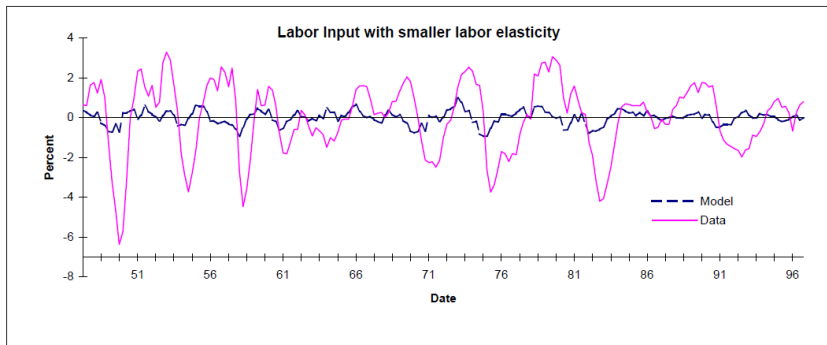
- Implications (peu réalistes) :
 - pas de chômage
 - salaires et productivité du travail sont parfaitement corrélés

- Avec une élasticité de substitution assez importante au regard des études empiriques, le **modèle reproduit assez bien la volatilité des heures travaillées**.



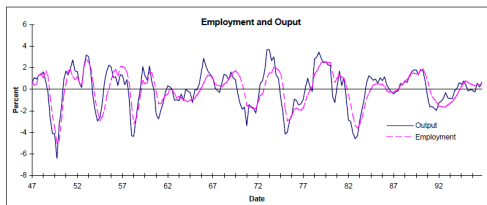
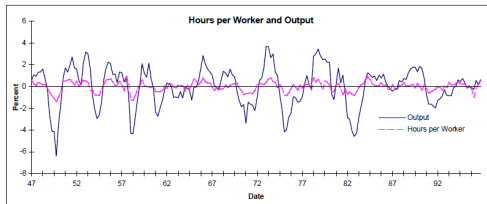
Sources : King et Rebelo (2000).

- Avec des valeurs raisonnables (*i.e.* proche des études microéconométriques) le modèle est incapable de reproduire la volatilité des heures travaillées.



Sources : King et Rebelo (2000).

- Dans le modèle de base, l'ajustement de l'emploi se fait à la **marge intensive** alors que dans les données une grande partie de cet ajustement se fait à la **marge extensive**.



Sources : King et Rebelo (2000).

- Faiblesses du modèle de base :
 - ① incapacité à reproduire la volatilité des heures,
 - ② ajustement exclusivement à la marge intensive.
- En réalité les ménages sont confrontés à **deux décisions** :
 - ① travailler ou ne pas travailler
 - ② combien de temps travailler
- Une **première série d'extensions** cherchera à mieux appréhender les caractéristiques du marché du travail :
 - ① Modèle de travail indivisible (Hansen, 1985 et Rogerson, 1988),
 - ② Modèle d'appariement (Merz, 1995, Andolfato, 1996).

- En réalité les ménages sont confrontés à **deux décisions** :
 - ① travailler ou ne pas travailler
 - ② combien de temps travailler
- Hansen (1985) et Rogerson (1988) proposent un **modèle de travail indivisible** avec les hypothèses suivantes :
 - ① Tous les travailleurs sont identiques, et désireraient travailler $H_t < \bar{H}$.
 - ② Chaque travailleur peut travailler \bar{H} heures avec une prob. p ou ne travaille pas du tout avec une prob. $(1 - p)$.
- L'hypothèse de **travail indivisible** permet d'engendrer plus de volatilité des heures travaillées.
- L'utilité instantanée se réécrit comme :

$$u(c_t, 1 - H_t) = \ln c_t + p\phi \ln(1 - \bar{H}) + (1 - p)\phi \ln(1 - 0)$$

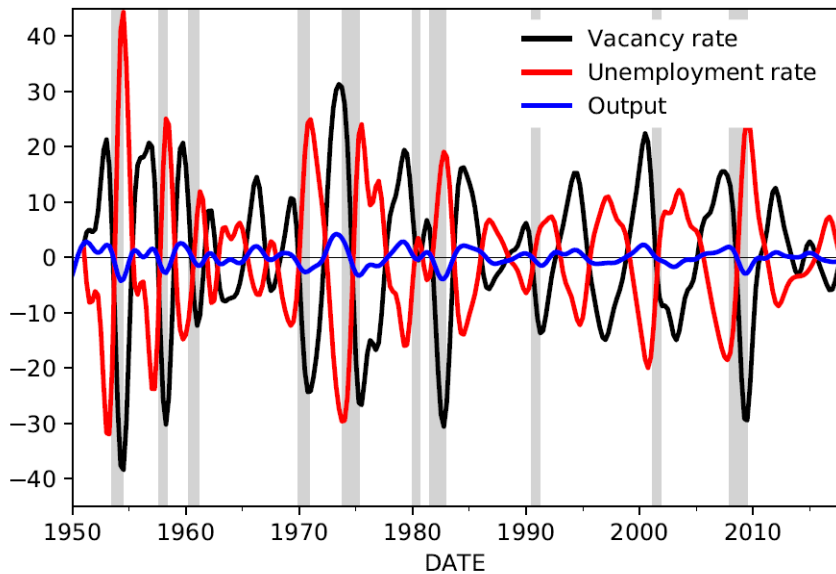
- Modèle de base (RBC) vs. modèle avec travail indivisible (Ind) :

	σ_x/σ_Y			Auto-corrélation			$\rho(x, Y)$		
	Data	RBC	Ind	Data	RBC	Ind	Data	RBC	Ind
Y	1.00	1.00	1.00	0.84	0.72	0.72	1.00	1.00	1.00
H	0.99	0.48	0.69	0.88	0.71	0.71	0.88	0.97	0.98

- Remarques :
 - améliore la volatilité des heures (mais encore trop faible)
 - marché du travail plus réaliste (?)

- Les modèles de Hansen (1985) et Rogerson (1988) améliorent la pertinence empirique du modèle RBC de base (volatilité des heures) mais **ne sont pas adéquats pour expliquer le fonctionnement du marché du travail** :
 - chômage
 - corrélation entre le salaire réel et les heures travaillées
- Le marché du travail est caractérisé par d'intenses phénomènes de réallocations long et coûteux où coexistent : [► Annexe](#)
 - des emplois vacants,
 - des travailleurs à la recherche d'un emploi.
- **Modèles d'appariement**

- L'intégration des **frictions d'appariement** dans les modèles de cycles (Merz, 1995, Andolfatto, 1996) est motivée par la prise en compte de caractéristiques cycliques absentes du modèle de base :
 - ① volatilité du chômage
 - ② volatilité des emplois vacants
 - ③ (moindre) volatilité du salaire réel
- Les frictions d'appariement engendrent du **chômage** même à l'état stationnaire.



- On suppose qu'il n'existe que deux états sur le marché du travail :
 - Emploi
 - Chômage
- Les firmes postent des emplois vacants et seuls les chômeurs sont à la recherche d'un emploi (*i.e.* pas de transition emploi-emploi).
- Firms et travailleurs se rencontrent grâce à une **fonction d'appariement** du type :

$$m_t = v_t^{1-\nu} u_t^\nu, \quad \nu \in (0, 1)$$

avec :

- v_t , nombre d'emplois vacants
- u_t , nombre de chômeurs

- Les firmes **postent des emplois vacants** au coût unitaire $\kappa > 0$, et l'emploi devient une variable prédéterminée puisque le marché du travail n'est plus walrasien comme dans le modèle de base.
- On note χ le taux de destruction exogène des emplois.
- La loi d'évolution de l'emploi vérifie :

$$n_{t+1} = n_t + m_t - \chi n_t \quad (1)$$

- Le programme du planificateur consiste à maximiser l'utilité intertemporelle sous les contraintes de faisabilité et d'évolution du nombre de travailleurs.
- Le programme d'optimisation s'écrit formellement :

$$\begin{aligned}
 \max_{\{c_t, H_t, v_t, k_{t+1}, n_{t+1}\}} U_0 &= \mathbb{E}_{\mathcal{F}} \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t [\log c_t + \theta \log (1 - H_t)] \\
 \text{SC} \quad &: \\
 k_{t+1} &= \frac{1}{\gamma} \left[(1 - \delta) k_t + A_t k_t^\alpha (n_t H_t)^{1-\alpha} - c_t - \kappa v_t \right] \\
 n_{t+1} &= (1 - \chi) n_t + m_t
 \end{aligned}$$

- Les résultats du modèle sont reportés ci-dessous :

	σ_x / σ_Y		
	Data	RBC	Search
Y	1.00	1.00	1.00
nH	0.93	0.36	0.59
n	0.67	0.00	0.51
H	0.34	0.36	0.22
$\frac{Y}{H}$	0.64	0.64	0.46
w	0.44	0.64	0.39

Source : Andolfatto (1996)

- Remarques :
 - Le modèle explique 2/3 de la volatilité des heures (encore trop faible mais mieux que le modèle de base mais pas forcément mieux que le modèle avec travail indivisible).
 - Le modèle est cohérent avec le fait que **les heures totales fluctuent plus que les salaires**.

Conclusion

- Kydland & Prescott ont joué un rôle majeur dans le développement de la macroéconomie et s'inscrivent dans la **filiation** de Lucas, et de la nouvelle école classique (NEC).
- Cependant alors que l'approche de Lucas est **qualitative**, leurs travaux sont fondamentalement **quantitatifs**.
- L'objectif de Kydland & Prescott est de montrer que les fluctuations économiques peuvent s'expliquer comme le résultat de **l'adaptation optimale d'agents rationnels à des chocs d'offre**.

Conclusion (cont'd)

- L'approche initiale des cycles réels a été fortement critiquée :
 - Les variations observées dans les heures travaillées sont trop amples pour être expliquées par un **mécanisme de substitution inter-temporelle**.
 - Il est peu plausible d'expliquer une récession par **une cause technologique**.
 - L'absence de considération du chômage est inacceptable.
 - Les chocs nominaux n'exercent aucun effets réels.
- Si l'élan impulsé par Kydland & Prescott n'a pas été arrêté par les critiques qui lui ont été opposées, **le paradigme des cycles réels a connu de profondes modifications.**

Conclusion (cont'd)

- L'apport principal du courant des cycles réels a été de développer une **méthodologie propre** (aujourd'hui communément acceptée par les économistes) basée sur une approche quantitative.
- Aujourd'hui, par analogie à la synthèse keyneso-classique de Hicks, les économistes parlent de la **nouvelle synthèse néoclassique**.
- Elle puise ses racines dans la NEC et la théorie des cycles réels mais s'est, au fil du temps, émancipée de ces travaux en réintroduisant des éléments typiquement **keynésiens** au coeur de l'analyse.

Stationnarisation du modèle

- On sait que $X_{t+1} = \gamma X_t$, on peut alors simplement exprimer X_t comme :

$$X_t = X_0 \gamma^t.$$

- Comme $c_t = \frac{C_t}{X_t}$, alors $C_t^{1-\sigma} = c_t^{1-\sigma} X_t^{1-\sigma} = c_t^{1-\sigma} (X_0 \gamma^t)^{1-\sigma}$. En remplaçant dans la fonction d'utilité on a :²⁸

$$\begin{aligned} u(C_t, 1 - H_t) &= \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + v(1 - H_t) \\ &= \frac{c_t^{1-\sigma} (X_0 \gamma^t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} + v(1 - H_t) \end{aligned}$$

28. $v()$ est une fonction croissante et concave du loisir.

Stationnarisation du modèle

- L'utilité intertemporelle se réécrit pour $\sigma \neq 1$ comme :

$$\begin{aligned}
 U_0 &= E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{c_t^{1-\sigma} (X_0 \gamma^t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} + v(1-H_t) \\
 &= X_0^{1-\sigma} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} (\beta \gamma^{1-\sigma})^t \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + v(1-H_t) \\
 &= X_0^{1-\sigma} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} (\tilde{\beta})^t \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + v(1-H_t)
 \end{aligned}$$

- En omettant le terme $X_0^{1-\sigma}$, et en utilisant la règle de l'Hôpital lorsque $\sigma = 1$, on obtient les expressions du cours.

L'hypothèse d'anticipations rationnelles

Origine : Travaux de Muth (1961) et Lucas (1972)

Idée : Les agents font **mieux que subir** les politiques économiques.

⇨ L'hypothèse d'AR indique que **les agents ne commettent pas d'erreur systématique** dans leurs prévisions étant donné l'ensemble d'informations dont ils disposent.

⇨ Les agents sont capables de **réagir aux politiques annoncées** en révisant leurs **anticipations** de façon **cohérente ou rationnelle** avec l'évolution de leur environnement.

Les anticipations rationnelles (cont'd)

Deux **cas** selon la nature de l'environnement :

- **Environnement déterministe**

↪ Les AR coïncident avec les anticipations parfaites et la solution est alors **triviale** ;

- **Environnement stochastique**

↪ Les AR coïncident aux espérances objectives des variables concernées conditionnellement à un ensemble \mathcal{I} d'informations ;

\mathcal{I} englobe les valeurs passées de **toutes les variables pertinentes** au moment de la formation des anticipations ;

Les anticipations rationnelles (cont'd)

Notons :

- x_t , une variable endogène,
- x_t^e , son anticipation rationnelle formée à la fin de la période $t - 1$,
- \mathcal{I}_{t-1} , l'ensemble d'informations pour les agents à la date $t - 1$.

L'**anticipation rationnelle** de la variable x à la date $t - 1$ pour la période t vérifie alors :

$$x_t^e = \mathbb{E}(x_t / \mathcal{I}_{t-1}) \equiv \mathbb{E}_{t-1} x_t$$

où \mathbb{E}_{t-1} est l'espérance conditionnelle de la variable x formée à la date $t - 1$ pour la date t .

Les anticipations rationnelles (cont'd)

Sous l'hypothèse d'AR, il n'existe **plus d'erreur systématique**, soit mathématiquement :

$$\mathbb{E}_{t-1}(x_t^e - x_t) = 0$$

Preuve :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_{t-1}(x_t^e - x_t) &= \mathbb{E}_{t-1}(\mathbb{E}_{t-1}x_t - x_t) \\ &= \mathbb{E}_{t-1}x_t - \mathbb{E}_{t-1}x_t \\ &= 0\end{aligned}$$

car $\mathbb{E}_{t-1}\mathbb{E}_{t-1}x_t = \mathbb{E}_{t-1}x_t$, *i.e.* la meilleure prévision de la meilleure prévision correspond à cette meilleure prévision !

Les anticipations rationnelles (cont'd)

Corollaire :

L'AR ne peut donc différer de la vraie valeur de x_t que d'un **bruit blanc**, ϵ_t , qui par définition est tel que $\mathbb{E}_{t-1}\epsilon_t = 0$;

Ainsi l'erreur de prévision, $x_t^e - x_t = \epsilon_t$, ne peut être **corrélée** avec les informations dont disposent les agents.

► Go Back

Cas particulier : $\delta = \gamma = 1$

- Dans ce cas particulier, la règle de Keynes-Ramsey peut se réécrire comme :

$$\frac{k_{t+1}}{c_t} = \tilde{\beta} \mathbb{E}_t \left[\alpha \frac{y_{t+1}}{c_{t+1}} \right]$$

- Comme $y_{t+1} = c_{t+1} + i_{t+1} = c_{t+1} + k_{t+2}$, alors :

$$b_t = \tilde{\beta} \mathbb{E}_t [\alpha (1 + b_{t+1})] = \alpha \tilde{\beta} + \alpha \tilde{\beta} \mathbb{E}_t [b_{t+1}]$$

où $b_t \equiv \frac{k_{t+1}}{c_t}$.

- En itérant vers le futur, on obtient :

$$b_t = \alpha \tilde{\beta} \sum_{t=0}^{\infty} \left(\alpha \tilde{\beta} \right)^t + \underbrace{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\alpha \tilde{\beta} \right)^n \mathbb{E}_t [b_{t+n}]}_{\text{condition de transversalité}}$$

Cas particulier (cont'd)

- La solution du modèle est donc donnée par²⁹ :

$$\frac{k_{t+1}}{c_t} = \frac{\alpha \tilde{\beta}}{1 - \alpha \tilde{\beta}}$$

et comme $y_t = c_t + k_{t+1}$, on obtient :

$$\begin{aligned} c_t &= (1 - \alpha \tilde{\beta}) y_t \\ k_{t+1} &= \alpha \tilde{\beta} y_t \end{aligned}$$

- Les heures travaillées vérifient :

$$H_t = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha + \phi (1 - \alpha \tilde{\beta})} = H$$

► Go Back

29. Rappel : $1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$.

Cas particulier (cont'd)

- Pour caractériser la **dynamique du produit**, on utilise :
 - la fonction de production,
 - le processus stochastique.
- On peut montrer que la dynamique du produit suit un AR(2) :

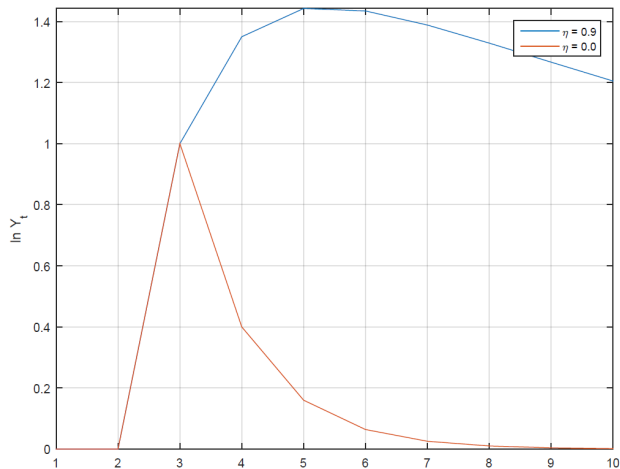
$$\log y_t = (\eta + \alpha) \log y_{t-1} - \alpha\eta \log y_{t-2} + \text{const} + \varepsilon_t$$

► Annexe

- Comme $\eta + \alpha > 0$ (coef du premier retard) et $-\alpha\eta < 0$ (coef du second retard), une perturbation entraine un **profil en cloche** pour le produit.

► Go Back

Effet d'un choc de productivité



Cas particulier (cont'd)

- La dynamique de la production est largement déterminée par la **persistance** du choc technologique η .
- Les mécanismes endogènes de **propagation** sont insuffisants pour initier un mouvement durable de la production.
- Les heures travaillées sont constantes, et non pro-cycliques comme dans les données (*cf. infra*).
- Comme H est constant, le salaire réel $(1 - \alpha) \frac{Y}{H}$ fluctue dans les mêmes proportions que le produit, alors que le salaire est faiblement procycliques dans les données (*cf. infra*).

► Go Back

La dynamique du produit

- La fonction de production en log vérifie :

$$\log y_t = \log A_t + \alpha \log k_t + (1 - \alpha) \log H$$

- Comme $k_t = \alpha \tilde{\beta} y_{t-1}$ alors

$$\log y_t = \log A_t + \alpha \log (\alpha \tilde{\beta} y_{t-1}) + (1 - \alpha) \log H$$

$$\log y_t = \log A_t + \alpha \log y_{t-1} + \text{const}$$

- Comme $\log (A_t) = \eta \log (A_{t-1}) + \varepsilon_t$, on obtient :

$$\log y_t = \eta \log A_{t-1} + \alpha \log y_{t-1} + \text{const} + \varepsilon_t$$

- Finalement en utilisant le fait que $\log A_{t-1} = \log y_{t-1} - \alpha \log y_{t-2} + \text{const}$, on obtient :

$$\log y_t = (\eta + \alpha) \log y_{t-1} - \alpha \eta \log y_{t-2} + \text{const} + \varepsilon_t$$

Flux sur le marché du travail

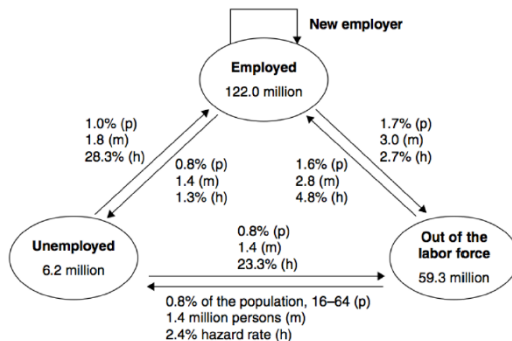


FIGURE 9.10

Average monthly worker flows in the United States. Current Population Survey, 1996–2003.

Source: Davis et al. (2006, figure 1).