

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
CAMPUS II

DM - DECOM - CÁLCULO IV

Victor Meyer de Mello

Vinícius Nascimento Silva

RAY TRACING, UMA ABORDAGEM EM SÉRIES

1 RESUMO

O Ray Tracing está presente em todo tipo de aplicação envolvendo interfaces, seja no contexto dos cinemas, esportes, visão computacional e tantos outros. Cabe ao presente trabalho investigar as possíveis propriedades relacionadas ao cálculo, na expectativa de abrir horizontes. Para isso, fez-se necessário escolher um paradigma e explorar suas propriedades aos detalhes comparando com os teoremas consolidados de séries. Por fim, descobriu-se que as limitações da abstração por trás do modelo foram responsáveis pelo comportamento restrito da solução, não os fundamentos teóricos.

2 INTRODUÇÃO

Segundo Glassner (1998) ray tracing é uma técnica para síntese de imagem que cria em um plano a descrição de uma realidade 3D. O plano a que ele se refere é o monitor de um computador qualquer, e quem atribui sentido ao cenário é a visão do usuário. O objetivo é colorir ou não pixels em uma tela e fazer a imagem formada imitar o mundo real. Entretanto, desenhar polígonos e tratar a colisão dos elementos no cenário não é suficiente para descrever todas as características do universo. Uma delas sendo os possíveis efeitos da luz sobre os objetos da cena (SHREINER, et al., 2013).

Existem diferentes tópicos a serem tratados: propriedades dos materiais, propriedades da luz, posição da fonte de luz. Os materiais podem ser de crespas à polidos, opacos à cristalinos, ter cores frias ou quentes e inclusive ter algum efeito ao entrar em contato com a luz. Mudando de paradigma, segundo Halliday (2012) a luz é uma onda eletromagnética e pode ser absorvida, refletida ou refratada. Esses detalhes dependem do ângulo de incidência dos raios na superfície. Por fim a fonte de luz, podendo ser pontual, como no caso de um poste, ou onnipresente, como a

iluminação do sol. Ela pode ser direcionada, como a de um holofote ou omnidirecional, como a luz de uma fogueira.

O presente trabalho busca trazer uma avaliação do ponto de vista do cálculo para o que foi proposto. É possível que exista alguma semelhança de comportamento entre o exemplar e qualquer teorema de cálculo que justifique seu resultado. Se tratando de ilustração, o valor obtido está em um intervalo conhecido: a luz visível. Mas será que há uma razão para isso do ponto de vista de séries e quais seriam as expectativas de comportamento do algoritmo fora do intervalo de luz visível? Como apontado por Halliday et. al (2012), esse intervalo corresponde a qualquer espectro eletromagnético que pode ser enxergado pela visão humana e consiste em um intervalo definido na escala de energia e largura de onda como mostra a Figura 1.

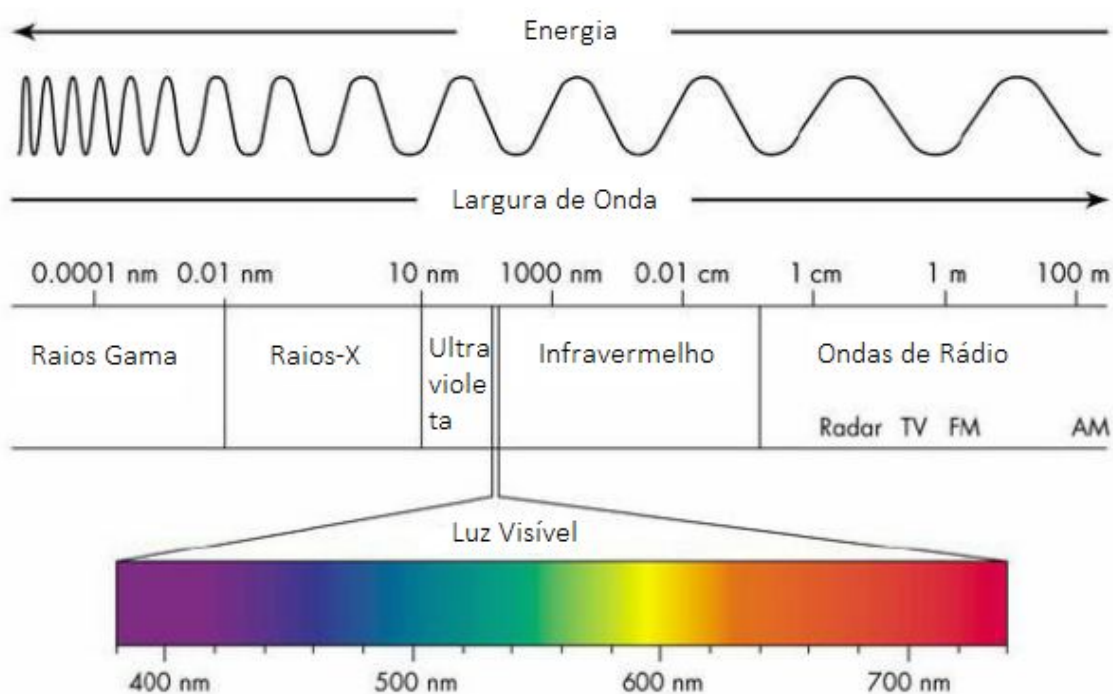


Figura 1 - Espectros

3 METODOLOGIA

O presente trabalho se consolida em avaliação quantitativa e se consolida em pesquisa bibliográfica. Além disso, pode-se dizer que é um estudo de caso, pois foi necessário estabelecer um método particular de ray tracing para ser ponto de partida. Embora seja inevitável que a base matemática usada para justificar o problema seja a geometria analítica e álgebra linear, foi feito um paralelo com o contexto de séries para o problema em questão.

Estabelecer um exemplar já consolidado como partida para o estudo irá poupar esforços, testes de desempenho e etc. Para esse artigo foi escolhido o

enunciado por Mount (2004). O autor chega na seguinte equação 1 para síntese da imagem. Após apresentações, foi feito um detalhamento da solução e comparações com definições e testes no contexto de séries na expectativa de encontrar um padrão ou informação relevante.

$$I = \rho_a L_a C + \sum_i \text{Vis}(P, i) \frac{L_i}{a + b d_i + c d_i^2} [\rho_d C \max(0, \vec{n} \cdot \vec{l}) + \rho_s \max(0, (\vec{n} \cdot \vec{h}))^\alpha] + \rho_r \text{trace}(P, \vec{r}_v) + \rho_t \text{trace}(P, \vec{t}).$$

Equação 1- Ray tracing

\mathbf{l} , \mathbf{h} , \mathbf{n} , \mathbf{v} e \mathbf{r} são os vetores luz, meio do caminho (halfway), normal do ponto P, visualização e reflexão. Todos eles são normalizados. A equação 4 traz a definição do vetor \mathbf{h} em relação aos outros dois e a figura 2 traz a representação deles. Observe que os sentidos estão sempre saindo do ponto P, os vetores apenas indicam a direção dos raios e não o sentido deles.

$$\vec{h} = \text{normalize}((\vec{\ell} + \vec{v})/2) = \text{normalize}(\vec{\ell} + \vec{v}).$$

Equação 2 - Halfway

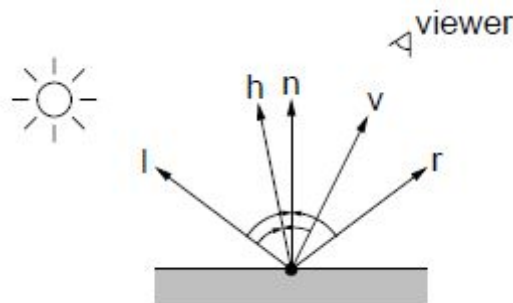


Figura 2 - vetores saíndo de P

4 DESENVOLVIMENTO

4.1 ESTUDO DA EQUAÇÃO DO RAY TRACING

Retornando a equação 1, separando os termos em 5 partes. A primeira delas é o resultado, como faz-se uso do sistema RGBA, então o valor obtido na verdade é um vetor de \mathbb{R}^4 que fornece a coloração para aquele ponto P específico. O fato do somatório estar lidando com vetores não é um problema, os teoremas de cálculo enunciados por Thomas (2013) ou Boyce e DiPrima (2015) não tratam tal possibilidade. Então será entendido que, para cada ponto P, a série acontece quatro vezes para cada componente RGBA. Como os contribuintes são independentes entre si, o resultado final não será afetado por essa separação.

A segunda parte é o termo independente do somatório, que representa o contribuinte ambiente, dado pela equação 3. O ρ_a é sempre maior do que 0, entretanto a luz que contribui no ambiente pode ser maior igual a 0 e a cor do objeto também pode ser 0. Na ausência de cor ou luz, será produzida a cor preta. Em nenhuma hipótese a cor final será menor do que 0, pois já que o termo alpha-opacidade é independente, é possível que um objeto de qualquer cor seja transparente.

$$A = \rho_a L_a C$$

Equação 3 - Contribuinte Ambiente

Avaliando os termos internos do somatório. Terceira parte: a função $Vis(P, i)$ e a atenuação da luz. Como o cenário é um mundo R^3 , as fontes de luz possuem posição e seus raios têm um ponto de origem. A função $Vis(P, i)$ é binária e portanto, será sempre 0 ou 1. Já a atenuação da luz leva em consideração a distância. Como é conhecido o ponto geométrico de origem dos raios e a posição do ponto P, para distâncias sempre positivas, o fator de atenuação será sempre menor ou igual ao peso original da fonte L_i .

Quarta parte: o termo difuso que utiliza a função $\max(0, m)$ para pegar o maior valor entre 0 e produto escalar da normal pelo vetor que fornece a direção do raio de luz. Se eles forem paralelos, é obtido o maior valor para a contribuição difusa, enquanto que se eles forem ortogonais, a função retorna 0 e não há valor difuso. Por mais polido que o item seja, o coeficiente difuso p_d será maior que 0. Ainda dentro dos colchetes, tem o termo especular e , assim como o difuso, também faz uso da função $\max(0, m)$. A diferença é que o valor é elevado ao fator de brilho. Embora a superfície seja áspera sempre haverá um coeficiente especular p_s mínimo diferente de 0.

Quinta e última parte: os fatores reflexão e refração terão papel de tratar os raios indiretos com base nos vetores. Observe que esse termo é independente da função $Vis(P, i)$, pois não necessariamente um raio refratado e refletido vem diretamente da fonte de luz i . O coeficiente de reflexão p_r é maior que zero, enquanto que o coeficiente de refração p_t é maior ou igual a zero. Ambos vão permitir tratar a propagação da luz no cenário conforme função $trace(P, \text{vetor})$ vetores reflexão da visualização r_v e transmissão t .

4.2 CONCEITOS DE CÁLCULO

Segundo Thomas (2012), as séries geométricas são do formato ar^{n-1} . Nenhuma das 5 partes enunciadas possuem menor semelhança, e, portanto, não vale investigar. Outra possível seria a série telescópica e outra seria a alternada: segundo Stewart (2013), para que ocorra o efeito telescópico ou alternado seria necessário ao menos um sinal negativo, porém se tratando de raios, os termos

estão sempre positivos e não existe anti-luz, então não faz sentido avançar por esse caminho. Enquanto isso, a série de Taylor assume a forma de polinômio de grau i (STEWART, 2013). A equação 1 não se parece com um polinômio. A quantidade de fontes de luz não interfere dessa maneira na cor final. Poderia acontecer de um objeto não ser nem atingido por infinitos raios de infinitas fontes de luz.

Já a série de Fourier assume formato senos e cossenos (BOYCE e DIPRIMA, 2015). Embora não seja muito explícito, as funções $\max(0, m)$ nesse caso em específico podem retornar valores de 0 até 1. Isso acontece porque o termo m corresponde ao produto escalar de dois vetores normalizados que será sempre menor ou igual a 1. Seria necessário substituir a função $\max(0, m)$ por $\cos(\theta)$, sendo $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$, e dessa maneira fazer valer pelo menos o elemento par da série. Entretanto, a pergunta que surge é: como definir θ a partir do produto escalar e ao mesmo tempo atender o padrão de Fourier? A princípio é impossível, pois o número i da fonte de luz apenas identifica e não deveria influenciar em como a cor da superfície se comporta.

A série do ray tracing tem comportamento singular e diferente de qualquer uma das anunciadas pela literatura. Resta então aplicar os testes de convergência enquanto uma série genérica de termos sempre positivos. Aplicando o teste do n -ésimo termo. Os a_n só tendem a zero se o ponto P não é visível por nenhuma fonte de luz e não é atingido por qualquer raio refratado e refletido. É completamente possível que aconteça e nesse caso a imagem corresponde a constante ambiente. Caso essa exceção não ocorra, o a_n pode ser qualquer valor na escala de luz visível e a série diverge.

5 RESULTADOS

Apesar de não parecer com nenhuma das séries elencadas, o resultado obtido pela equação 6 está preso em um intervalo fechado seja na referência de cor ou seja na referência de opacidade. O valor mínimo para cor corresponde ao encontrado na equação 3, a cor em razão da luz ambiente, ou então preto caso não exista influência ambiente mínima. Já o valor máximo para cor é branco e no critério de opacidade o resultado está entre transparente e fosco.

Esse fato não faz sentido do ponto de vista do cálculo. Seria mais adequado pensar que a solução diverge para infinito fora do caso particular e se tratando do mundo real faz sentido pensar nas escalas de infravermelho para baixo e de ultravioleta para cima, mas do ponto de vista da ilustração não. A ideia de cor deixa de fazer sentido em outras escalas eletromagnéticas.

6 CONCLUSÃO

Sendo assim, o resultado da série fica preso em um intervalo conhecido por causa do sistema RGBA e pelo referencial de cores. Observa-se que nenhum

resultado de séries justificou esse comportamento uma vez que os critérios de convergência exigidos pelos teoremas enunciados nos livros bases não foram atendidos ou não se aplicavam a essa série específica. Só quando a percepção da visão aparece que o intervalo se fecha.

O fato de a série não convergir abre espaço para uma dúvida: se for possível construir um hardware capaz de representar escala maior que a luz visível, então a equação de ray tracing atenderia ao novo paradigma? A resposta é não, porque o paradigma se consolidou sobre a ideia de cores e qualquer operação com cores não é capaz de extrapolar a faixa de luz visível, seria necessário mudar para o referencial de frequência ou comprimento de onda.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MOUNT, David M. **CMSC 427 Computer Graphics**. Department of Computer Science, University of Maryland, 2004. Disponível em: <http://orion.lcg.ufrj.br/cg/downloads/Computer%20Graphics%20-%20CMSC%20427.pdf>. Acesso em 10/11/20.

GLASSNER, Andrew S. (Ed.). **An introduction to ray tracing**. Elsevier, 1989. Disponível em: <https://www.realtimerendering.com/raytracing/An-Introduction-to-Ray-Tracing-The-Morgan-Kaufmann-Series-in-Computer-Graphics-.pdf>. Acesso em: 10/11/20.

SHREINER, Dave et al. **OpenGL programming guide: The Official guide to learning OpenGL, version 4.3**. 2013. Disponível em: <https://www.cs.utexas.edu/users/fussell/courses/cs354/handouts/Addison.Wesley.OpenGL.Programming.Guide.8th.Edition.Mar.2013.ISBN.0321773039.pdf>. Acesso em: 09/11/20.

THOMAS, George B. **Cálculo, volume 2**. 12. ed., São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.

STEWART, James. **Cálculo, volume 2**. 7 ed. São Paulo : Cengage Learning, 2013.

BOYCE, William E. ; DIPRIMA, Richard C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 10. ed. Rio de Janeiro : LTC, 2015.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física, vol. 4: óptica e física moderna**. 9ª ed. Livros Técnicos e Científicos Editora. 2012

Figura 1 - PILLING, Sergio. PARTE A—Capítulo 4 Luz como uma onda, refração, polarização, difração e interferência. Formação de imagens e instrumentos óticos. Disponível em: https://www1.univap.br/spilling/BIOF/BIOF_05_Luz%20como%20uma%20onda.pdf. Acesso em: 15/11/20.