

Programme de 1STL

CHAPITRE 1

SECOND DEGRÉ

1.1. RÉSOUDRE $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
L'équation admet deux solutions $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	L'équation admet une seule solution $x = -\frac{b}{2a}$	L'équation n'admet aucune solution

Exemples

<p>Résoudre $x^2 - 7x + 12 = 0$</p> <p>$a = 1$ $b = -7$ $c = 12$</p> <p>$\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 12 = 49 - 48$</p> <p style="text-align: center;">$\Delta = 1$</p> <p>$x_1 = \frac{7 - \sqrt{1}}{2} = 3$ $x_2 = \frac{7 + \sqrt{1}}{2} = 4$</p> <p style="text-align: center;">$S = \{3; 4\}$</p>	<p>Résoudre $-x^2 + 4x - 4 = 0$</p> <p>$a = -1$ $b = 4$ $c = -4$</p> <p>$\Delta = (4)^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = 16 - 16$</p> <p style="text-align: center;">$\Delta = 0$</p> <p>$x_1 = \frac{4}{2 \times (-1)} = -2$ $x_2 = -2$</p> <p style="text-align: center;">$S = \{-2\}$</p>
---	---

1.2. ÉTUDIER LE SIGNE DE $ax^2 + bx + c$ EN FONCTION DE x RÉEL

$\Delta > 0$	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$ax^2 + bx + c$</td><td>signe de a</td><td>0</td><td>signe de $-a$</td><td>0</td><td>signe de a</td></tr></table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$ax^2 + bx + c$	signe de a	0	signe de $-a$	0	signe de a
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$								
$ax^2 + bx + c$	signe de a	0	signe de $-a$	0	signe de a							
$\Delta = 0$	$ax^2 + bx + c$ est du signe de a sur \mathbb{R} .											
$\Delta < 0$												

Établir le tableau de signes de $x^2 - 7x + 12$

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
$x^2 - 7x + 12$		0	0	

Établir le tableau de signes de $-x^2 + 7x - 12$

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
$-x^2 + 7x - 12$		0	0	

Étudier le signe de $x^2 - 4x + 4$ pour $x \in \mathbb{R}$

Réponse : $\Delta = 16 - 16 = 0$ et $a = 1 > 0$ donc $x^2 - 4x + 4 \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

Étudier le signe de $x^2 + 4x + 10$ pour $x \in \mathbb{R}$

Réponse : $\Delta = 16 - 40 < 0$ et $a = 1 > 0$ donc $x^2 + 4x + 10 > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

CHAPITRE 2

DÉRIVATION

2.1. SAVOIR CALCULER LA DÉRIVÉE D'UNE FONCTION

Fonctions usuelles				
$f(x)$	D_f	$f'(x)$	Exemples	
$f(x) = ax + b$	\mathbb{R}	$f'(x) = a$	$f(x) = 5 \quad D_f = \mathbb{R}$	$f'(x) = \dots$
			$f(x) = x \quad D_f = \mathbb{R}$	$f'(x) = \dots$
$f(x) = x^n$	\mathbb{R}	$f'(x) = nx^{n-1}$	$f(x) = 5x^4 \quad D_f = \mathbb{R}$	$f'(x) = \dots$
$f(x) = \frac{1}{x}$	\mathbb{R}^*	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$		
$f(x) = \frac{1}{x^n}$	\mathbb{R}^*	$f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$	$f(x) = \frac{1}{x^5} \quad D_f = \mathbb{R}^*$	$f'(x) = \dots$
$f(x) = \sqrt{x}$	\mathbb{R}_+^*	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$		
$f(x) = \sin x$	\mathbb{R}			
$f(x) = \cos x$	\mathbb{R}			

Opérations sur les fonctions			
$f(x)$	D	$f'(x)$	Exemples
$f(x) = k \cdot u(x)$	D_u	$f'(x) = k \cdot u'(x)$	
$f(x) = u(x) + v(x)$	$D_u \cap D_v$	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$	
$f(x) = u(x) \cdot v(x)$	$D_u \cap D_v$	$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$	
$f(x) = \frac{1}{u(x)}$		$f'(x) = -\frac{u'(x)}{u^2(x)}$	
$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$		$f'(x) = -\frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)}$	

2.2. UTILISATION DE LA DÉRIVÉE

2.2.1. Étude des variations d'une fonction

2.2.2. Notion de tangente

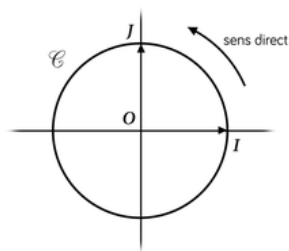
CHAPITRE 3

TRIGONOMÉTRIE

3.1. MESURE EN RADIAN D'UN ANGLE ORIENTÉ

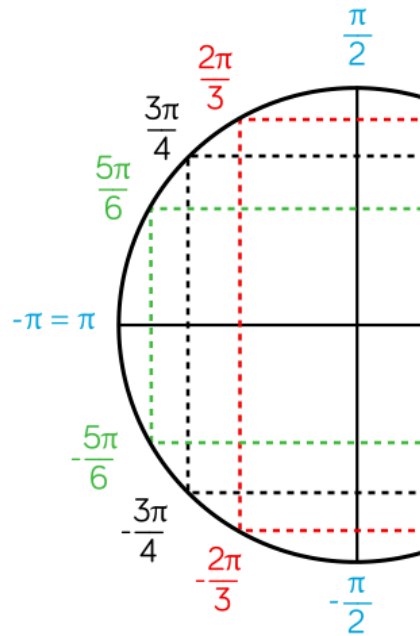
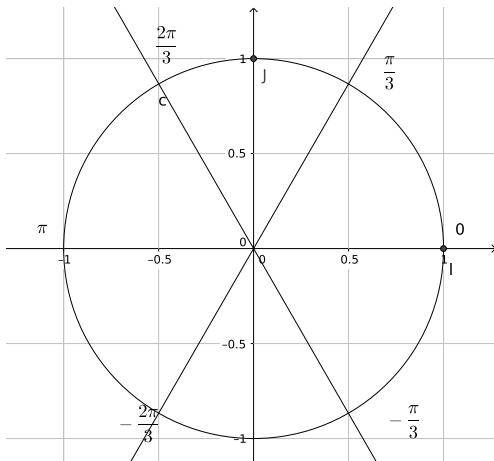
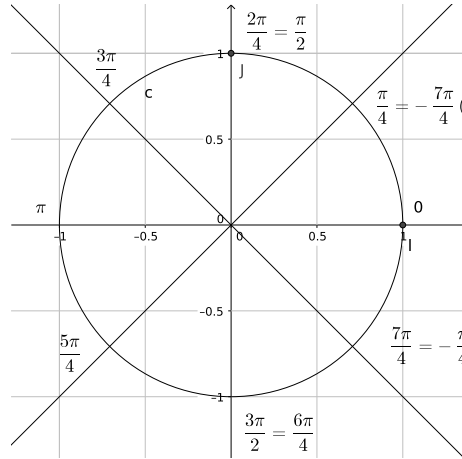
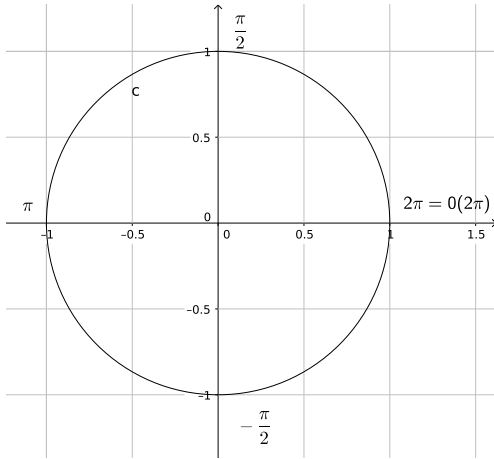
3.1.1. Cercle trigonométrique

C'est le cercle de centre O , de rayon 1 et orienté dans le sens direct.



3.1.2. Mesure d'un arc orienté

la mesure de l'arc= $|\text{mesure de l'arc orienté}|$



3.2. COSINUS ET SINUS D'UN ANGLE ORIENTÉ

3.2.1. Définitions

$(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$ est un repère orthonormé.

\mathcal{C} est le cercle trigonométrique.

x est la mesure de l'angle orienté $(\vec{OI}; \vec{OM})$

x est la mesure de l'arc IM

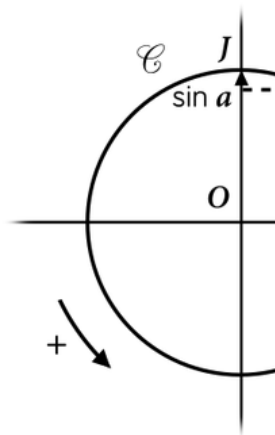
x est la mesure du segment (orienté) $[Ia]$

Exemple : $x = \frac{\pi}{3}$

M est l'image de $\frac{\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique.

Les coordonnées de M dans le repère $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$ sont :

$$\begin{cases} x_M = \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \\ y_M = \sin x = \sin \frac{\pi}{3} \end{cases}$$



3.2.2. Valeurs remarquables

Valeurs remarquables		
$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$	$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$	$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

3.2.3. Savoir faire

Déterminer les valeurs des lignes trigonométriques suivantes :

$$\cos \frac{2\pi}{3} =$$

$$\cos \frac{3\pi}{2} =$$

$$\cos \left(-\frac{2\pi}{3} \right) =$$

$$\sin \frac{5\pi}{6} =$$

$$\cos \left(-\frac{5\pi}{6} \right) =$$

$$\sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) =$$

Déterminer x réel tel que

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$x =$$

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x =$$

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$x =$$

$$\begin{cases} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$x =$$

CHAPITRE 4

PRODUIT SCALAIRE

4.1. DÉFINITION

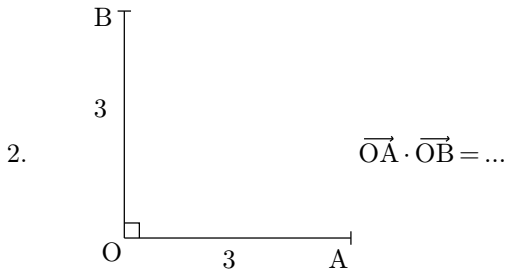
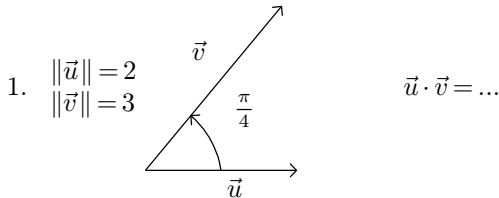
Le produit scalaire de deux vecteurs est le nombre réel noté : $\vec{u} \cdot \vec{v}$

Si on connaît les coordonnées de $\vec{u}(a; b)$ et $\vec{v}(a'; b')$: $\vec{u} \cdot \vec{v} = aa' + bb'$

Si on connaît les normes $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$ et l'angle orienté $\widehat{(\vec{u}; \vec{v})}$:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos(\widehat{(\vec{u}; \vec{v})})$$

4.2. EXEMPLES



3. Sachant que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3\sqrt{3}$, $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 2$, calculer une mesure de l'angle orienté $\widehat{(\vec{u}; \vec{v})}$.

4.3. PROPRIÉTÉS

On liste les diverses propriétés

Si $\vec{u} = \vec{0}$ alors $a = 0$ et $b = 0$ donc $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

Si $\vec{v} = \vec{0}$ alors

Si $\widehat{(\vec{u}; \vec{v})} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ alors

Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ alors

4.4. DÉTERMINER L'ANGLE ORIENTÉ FORMÉ PAR DEUX VECTEURS

Utiliser la calculatrice

4.5. APPLICATIONS EN PHYSIQUE

Travail mécanique W d'une force \vec{f} sur un déplacement \vec{D} : $W = \vec{f} \cdot \vec{D}$

Une force appliquée sur un point fixe ($\vec{D} = \vec{0}$) ne fournit aucun travail mécanique.