

Modélisation de l'absorbance de l'atmosphère

Étude pour un faisceau infrarouge à $14\text{ }\mu\text{m}$

Objectif

Modéliser l'absorbance $A(\lambda)$ de l'atmosphère uniquement pour une longueur d'onde en particulier. Ce modèle de l'absorbance est à prendre en compte pour les rayons solaires réfléchis sur la surface de la Terre qui vont ensuite vers l'atmosphère. La Terre réfléchissant principalement des rayons dans le domaine de l'infrarouge, on suppose ici qu'elle réfléchit un faisceau monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 14\text{ }\mu\text{m}$. On assimile $A(\lambda)$ à la densité optique d'une couche atmosphérique homogène.

Hypothèses

- L'atmosphère est homogène sur une épaisseur ℓ et composée de N_2 , O_2 , H_2O , CH_4 , CO_2 .
- Les conditions sont $P_0 = 1\text{ atm}$ et $T_0 = 298\text{ K}$.
- Le rayonnement considéré est un faisceau infrarouge réfléchi par la Terre, supposé monochromatique.

Loi de Beer-Lambert

La loi de Beer-Lambert donne l'absorbance d'une espèce à une longueur d'onde λ :

$$A(\lambda) = \varepsilon(\lambda) \cdot C \cdot \ell$$

où :

- $A(\lambda)$ est l'absorbance (sans unité),
- $\varepsilon(\lambda)$ est le coefficient d'absorption molaire en $\text{L mol}^{-1} \text{ cm}^{-1}$,
- C est la concentration molaire du gaz en mol L^{-1} ,
- ℓ est l'épaisseur traversée en cm.

Lien utile pour approfondir : <https://jcmarot.com/wp-content/uploads/2020/04/beer-lambert.pdf>

La concentration molaire à température et pression standard est donnée par la loi des gaz parfaits :

$$C = \frac{P_0}{RT_0} = 4.2 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$$

Chaque espèce i a une concentration :

$$C_i = x_i \cdot C$$

L'absorbance est une propriété additive pour des gaz non réactifs traversés par le même faisceau. On peut donc écrire :

$$A(\lambda) = \sum_i \varepsilon_i(\lambda) \cdot x_i \cdot C \cdot \ell$$

Composition de l'air modélisé

Espèce	Fraction molaire x_i
N ₂	0,78
O ₂	0,21
H ₂ O	0,0234
CH ₄	0,093
CO ₂	0,043

Détermination des coefficients $\varepsilon_i(\lambda)$

Pour pouvoir évaluer l'absorbance de l'atmosphère à une longueur d'onde donnée, il est nécessaire de connaître, pour chaque espèce i , le coefficient d'extinction molaire $\varepsilon_i(\lambda)$.

Nous proposons deux approches pour estimer ces valeurs.

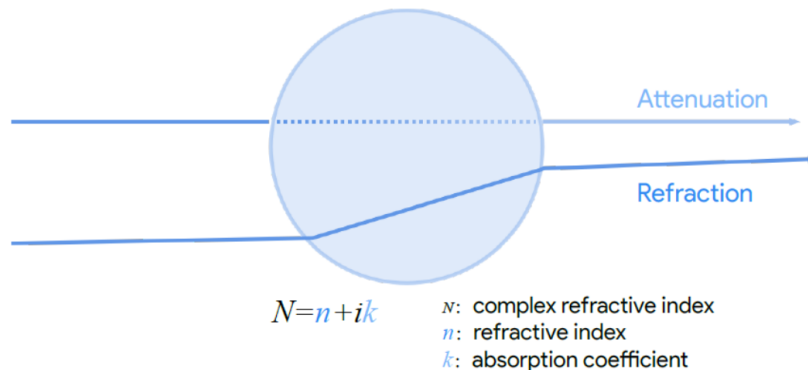
Première approche : relation entre $\varepsilon(\lambda)$ et l'indice complexe \tilde{n}

On introduit l'indice optique complexe :

$$\tilde{n} = n + ik$$

où :

- n est l'indice de réfraction réel,
- k est le coefficient d'absorption.



Pour une OPPM, son champ électrique E prend la forme :

$$E(z, t) = E_0 e^{i\left(\frac{2\pi\tilde{n}}{\lambda} z - \omega t\right)} = E_0 e^{i\left(\frac{2\pi n}{\lambda} z - \omega t\right)} e^{-\frac{2\pi k}{\lambda} z}$$

La décroissance du module du champ est donc exponentielle avec z .

L'intensité lumineuse étant proportionnelle au carré du module de E (*voir annexe en fin de page*) :

$$I(z) \propto |E(z)|^2 \propto \left(e^{-\frac{2\pi k}{\lambda} z}\right)^2 = e^{-\frac{4\pi k}{\lambda} z}$$

On obtient donc :

$$I(z) = I_0 e^{-\frac{4\pi k}{\lambda} z}$$

Par définition de l'absorbance :

$$A(\lambda) = \log_{10} \left(\frac{I_0}{I(\ell)} \right) = \frac{4\pi k(\lambda)}{\lambda \ln(10)} \cdot \ell$$

Donc :

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{4\pi k(\lambda)}{\lambda C \ln(10)}$$

Deuxième approche : estimation expérimentale à partir des spectres d'absorption

Nous disposons de courbes expérimentales de transmittance $T(\lambda)$ obtenues pour chaque gaz dans une bande de $2\mu\text{m}$ à $17\mu\text{m}$, issues de la ressource suivante : <https://planet-terre.ens-lyon.fr/ressource/gaz-effet-serre.xml>

Ces spectres donnent des mesures de transmittance pour des « concentrations atmosphériques réalistes », sans autre précision sur la pression partielle, la dilution ou la longueur de la cellule.

La transmittance étant reliée à l'absorbance par :

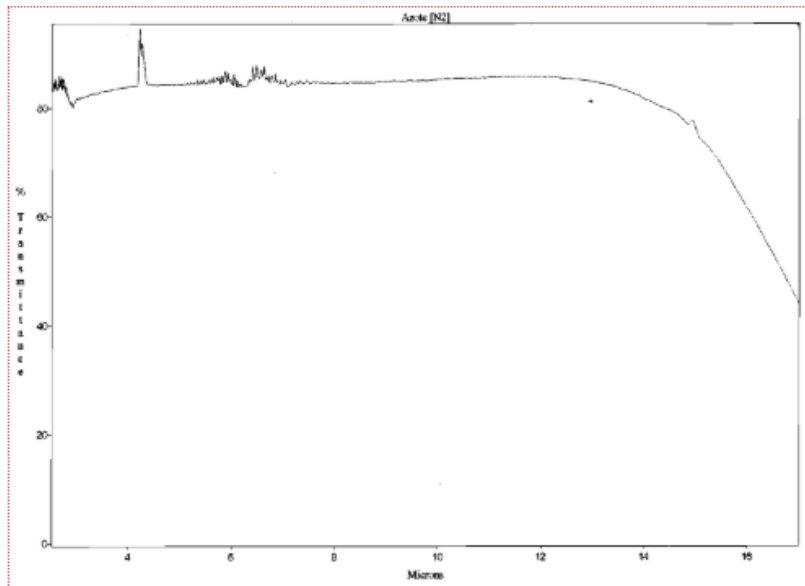
$$A(\lambda) = -\log_{10}(T(\lambda))$$

on peut estimer $\varepsilon_i(\lambda)$ par :

$$\varepsilon_i(\lambda) = \frac{A(\lambda)}{C_0 \cdot \ell_0}$$

où $C_0 \cdot \ell_0$ est inconnu. On ne peut donc déterminer qu'une valeur relative de $\varepsilon_i(\lambda)$, mais cela suffit pour comparer l'importance relative des gaz.

Voici un exemple pour le N_2 :



Source - © 2003 Jacques Gentili

Figure 1. Spectre d'absorption du diazote (N₂) entre 2 et 17 μm

La méthode est répétée pour les autres gaz (H₂O, CH₄, CO₂, etc.) en relevant les transmittances à 14 μm .

Disclaimer : Aucune pression partielle ou fraction volumique précise pour les mesures n'est mentionnée. On sait seulement que les spectres sont représentatifs de « concentrations atmosphériques réalistes », sans plus de détail sur la dilution ou le remplissage de la cellule.

Annexe : lien entre l'intensité lumineuse et le champ électrique

Dans un milieu sans charges ni courants libres (comme l'air), les équations de Maxwell se simplifient. En particulier, l'équation de Maxwell-Faraday s'écrit :

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Pour une onde électromagnétique plane progressive monochromatique (OPPM), les champs prennent une forme harmonique. En particulier, on a :

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{k} \wedge \vec{E}$$

où :

- \vec{k} est le vecteur de propagation de l'onde,
- c est la vitesse de la lumière.

Le vecteur de Poynting est :

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B}$$

ce qui donne :

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \left(\frac{1}{c} \vec{k} \wedge \vec{E} \right) = \varepsilon_0 c E^2 \vec{k}$$

L'intensité lumineuse étant définie comme le flux moyen de $\vec{\Pi}$ à travers une surface orientée, on obtient :

$$I \propto E^2$$