Modèle évapotranspiration

1 Introduction

Dans ce modèle, on cherche à modéliser de manière simplifiée le phénomène d'évapotranspiration. L'évapotranspiration correspond à l'émission de vapeur d'eau dans l'atmosphère depuis une surface terrestre. Plus exactement, l'évapotranspiration regroupe deux processus :

- L'évaporation, qui provient du sol humide, des étendues d'eau à l'intérieur des terres (lacs, mares, rivières), ou encore de la surface des feuilles après la pluie.
- La transpiration, qui désigne l'eau absorbée par les plantes, puis rejetée sous forme de vapeur par les feuilles.

Dans ce modèle, on considère également l'évaporation des océans dans l'évapotranspiration, afin d'estimer la puissance thermique totale à l'échelle de la Terre.

Ainsi, l'objectif est de trouver la valeur de la puissance thermique surfacique associée à ce processus. Selon le schéma ci-dessous, cette puissance est supposée être de $86,5~W/m^2$.

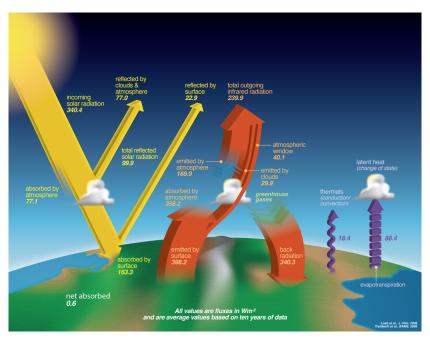


Fig.1 : Earth's Energy budget issu de la Nasa

Tout d'abord, on établit un bilan thermodynamique sur un volume d'eau quelconque de masse dm dont voici le schéma.

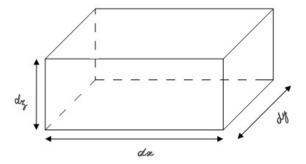


Fig.2 : Schéma du système étudié

2 Bilan thermodynamique

On condidère dans ce modèle que la pression autour de notre surface reste constante. Ainsi, on modélise une situation monobare.

D'après le premier principe thermodynamique monobare, on sait que :

$$dH = \delta Q$$

On sait également que :

$$dH = dm \cdot \Delta h_{\text{\'evap}}$$

où dm est une petite masse,

et $\Delta h_{\rm \acute{e}vap}$ l'enthalpie massique d'évaporation de l'eau à 100 °C à 1 bar

avec
$$\Delta h_{\text{évap}} = 2.26 \times 10^6 \,\text{J/kg}$$

Or, d'après la définition de la puissance thermique, on a :

$$\delta Q = P_{\rm th} \cdot \mathrm{d}t$$

Donc
$$dm \cdot \Delta h_{\text{\'evap}} = P_{\text{th}} \cdot dt$$

Ainsi

$$D_m \cdot \Delta h_{\text{\'evap}} = P_{\text{th}}$$

où D_m est le débit massique d'eau évaporé en kg/s

Puis, pour trouver la puissance surfacique, il suffit de diviser la puissance thermique par la surface S. D'où :

$$P_{\mathrm{th, \, surfacique}} = \frac{P_{\mathrm{th}}}{S} = \frac{\mathbf{D}_m \cdot \Delta h_{\mathrm{\'evap}}}{S} = \mathbf{D}_{m,s} \cdot \Delta h_{\mathrm{\'evap}}$$

Cherchons maintenant le débit massique surfacique d'eau évaporée $D_{m,s}$.

3 Débit massique

On dispose de ce tableau issu de ce site :

Continents/Ocean	Precipitation (cm/year)	Evaporation (cm/year)	Run-off (cm/year)
Europe	77	49	28
Asia	63	37	26
Africa	72	58	14
N. America	80	47	33
S. America	160	94	66
Australia	45	41	4
All land	80	48.5	31.5
Atlantic	101	136	23
Pacific	146	151	8
Indian	132	142	8
World ocean	127	140	13

Fig.3 : Hauteurs d'eau précipitée, évaporée et ruisselée selon les continents et les océans.

Ensuite, on sait que : $1\,\mathrm{m}^3 \Leftrightarrow 1000\,\mathrm{L}$

Autrement dit:

 $1\,\mathrm{m}$ (d'épaisseur) $\Leftrightarrow 1000\,\mathrm{L}$ par m^2

D'où

 $1\,\mathrm{cm}$ (d'épaisseur) $\Leftrightarrow 10\,\mathrm{L}$ par m² $1\,\mathrm{cm}$ (d'épaisseur) $\Leftrightarrow 10^{-2}\,\mathrm{m}^3$ par m²

Commençons par calculer la puissance thermique surfacique émise par l'Europe.

Dans le tableau, concernant l'Europe, on lit:

$$49\,\mathrm{cm} \Leftrightarrow 49 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}^3$$
 par m^2 par an

Or, on sait qu'une année équivaut à $3{,}154 \times 10^7$ s.

$$49\,\mathrm{cm} \Leftrightarrow \frac{49\times 10^{-2}}{3.154\times 10^7}\ \mathrm{m^3\,par\,m^2\,par\,s}$$

$$49 \,\mathrm{cm} \Leftrightarrow 1,55 \times 10^{-8} \,\mathrm{m}^3 \,\mathrm{par} \,\mathrm{m}^2 \,\mathrm{par} \,\mathrm{s}$$

Or,
$$\rho_{\text{eau}} = 1 \,\text{kg/L} = 1000 \,\text{kg/m}^3$$

$$49 \,\mathrm{cm} \Leftrightarrow 1.55 \times 10^{-5} \,\mathrm{kg \, par \, m^2 \, par \, s}$$

$$49 \,\mathrm{cm} \Leftrightarrow P_{\mathrm{th, surfacique, Europe}} = 1.55 \times 10^{-5} \cdot \Delta h_{\mathrm{\acute{e}vap}} \,\mathrm{W/m}^2$$

$$49 \,\mathrm{cm} \Leftrightarrow P_{\mathrm{th, surfacique, Europe}} = 35,11 \,W/m^2$$

Ainsi la puissance surfacique en Europe est de 35,11 W/m^2 .

Puis, on réitère les calculs pour les continents et océans suivants et on obtient le tableau ci-dessous :

Continent / Océan	$P_{ m th,\;surfacique} \;\; ({ m W/m^2})$	Surface (Millions de km ²)
Europe	35,11	9,9
Asie	26,11	44,6
Afrique	41,55	30,0
Amérique du Nord	33,67	24,3
Amérique du Sud	67,35	17,8
Australie	29,37	7,7
Océan Atlantique	97,45	85,1
Océan Pacifique	108,20	168,7
Océan Indien	101,75	70,6

 ${\bf Fig.~4}$: Puissance surfacique moyenne d'éva potranspiration par région et surface associée

Pour les données de surface nous nous sommes référés à site et à ce site : La moyenne pondérée de la puissance surfacique est donnée par :

$$\bar{P}_{\text{th}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{9} P_i \cdot S_i}{\sum\limits_{i=1}^{9} S_i} \quad \text{où } i = \{\text{Europe, Asie, Afrique, AmNord, AmSud, Australie, Atlantique, Pacifique, Indien} \}$$

La moyenne pondérée de la puissance surfacique d'évapotranspiration, calculée à partir des différentes régions (continents et océans), est :

$$\bar{P}_{\rm th} = 84,44 \text{ W/m}^2$$

4 Limites du modèle

Ce modèle présente néanmoins certaines limites importantes.

En effet, la variation d'enthalpie d'évaporation, $\Delta h_{\text{évap}}$ dépend fortement de la pression atmosphérique et de la température. Or dans ce modèle, ces paramètres n'ont pas été explicitement pris en compte ici.

De plus, l'humidité relative de l'air, qui influence significativement le taux d'évapotranspiration, n'a pas été intégrée non plus dans ce modèle.

Ces simplifications peuvent donc limiter la précision des résultats obtenus.