

Modélisation de l'absorbance de l'atmosphère

Étude pour un faisceau infrarouge à $10\text{ }\mu\text{m}$

Objectif

Modéliser l'absorbance $A(\lambda)$ de l'atmosphère uniquement pour une longueur d'onde en particulier. Ce modèle de l'absorbance est à prendre en compte pour les rayons solaires réfléchis sur la surface de la Terre qui vont ensuite vers l'atmosphère. La Terre réfléchissant principalement des rayons dans le domaine de l'infrarouge, on suppose ici qu'elle réfléchit un faisceau monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 10\text{ }\mu\text{m}$. On assimile $A(\lambda)$ à la densité optique d'une couche atmosphérique homogène.

Hypothèses

- L'atmosphère est homogène sur une épaisseur ℓ et composée de N_2 , O_2 , H_2O , CH_4 , CO_2 .
- Les conditions sont $P_0 = 1\text{ atm}$ et $T_0 = 298\text{ K}$.
- Le rayonnement considéré est un faisceau infrarouge réfléchi par la Terre, supposé monochromatique.

Loi de Beer-Lambert

La loi de Beer-Lambert donne l'absorbance d'une espèce à une longueur d'onde λ :

$$A(\lambda) = \varepsilon(\lambda) \cdot C \cdot \ell$$

où :

- $A(\lambda)$ est l'absorbance (sans unité),
- $\varepsilon(\lambda)$ est le coefficient d'absorption molaire en $\text{L mol}^{-1}\text{ cm}^{-1}$,
- C est la concentration molaire du gaz en mol L^{-1} ,
- ℓ est l'épaisseur traversée en cm.

Lien utile pour approfondir : <https://jcmarot.com/wp-content/uploads/2020/04/beer-lambert.pdf>

La concentration molaire à température et pression standard est donnée par la loi des gaz parfaits :

$$C = \frac{P_0}{RT_0} = 4.2 \times 10^{-2}\text{ mol L}^{-1}$$

Chaque espèce i a une concentration :

$$C_i = x_i \cdot C$$

L'absorbance est une propriété additive pour des gaz non réactifs traversés par le même faisceau. On peut donc écrire :

$$A(\lambda) = \sum_i \varepsilon_i(\lambda) \cdot x_i \cdot C \cdot \ell$$

Composition de l'air modélisé

Espèce	Fraction molaire x_i
N ₂	0,78
O ₂	0,21
H ₂ O	0,0234
CH ₄	0,093
CO ₂	0,043

via des données trouvées sur wikipédia.

Détermination des coefficients $\varepsilon_i(\lambda)$

Pour pouvoir évaluer l'absorbance de l'atmosphère à une longueur d'onde donnée, il est nécessaire de connaître, pour chaque espèce i , le coefficient d'extinction molaire $\varepsilon_i(\lambda)$.

Nous proposons deux approches pour estimer ces valeurs.

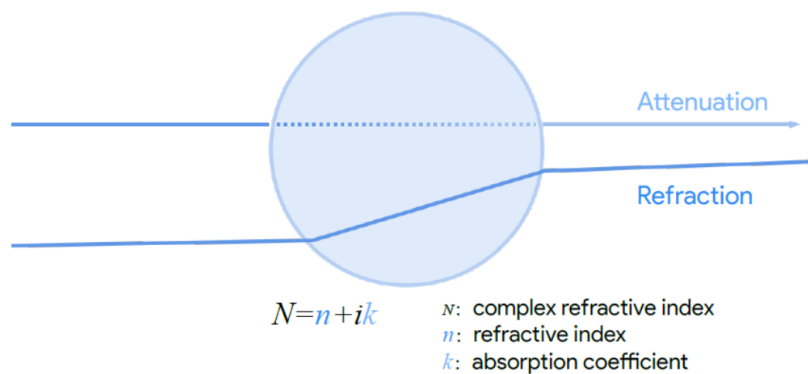
Première approche : relation entre $\varepsilon(\lambda)$ et l'indice complexe \tilde{n}

On introduit l'indice optique complexe :

$$\tilde{n} = n + ik$$

où :

- n est l'indice de réfraction réel,
- k est le coefficient d'absorption.



Pour une OPPM, son champ électrique E prend la forme :

$$E(z, t) = E_0 e^{i\left(\frac{2\pi n}{\lambda} z - \omega t\right)} = E_0 e^{i\left(\frac{2\pi n}{\lambda} z - \omega t\right)} e^{-\frac{2\pi k}{\lambda} z}$$

La décroissance du module du champ est donc exponentielle avec z .

L'intensité lumineuse étant proportionnelle au carré du module de E (*voir annexe en fin de page*) :

$$I(z) \propto |E(z)|^2 \propto \left(e^{-\frac{2\pi k}{\lambda} z}\right)^2 = e^{-\frac{4\pi k}{\lambda} z}$$

On obtient donc :

$$I(z) = I_0 e^{-\frac{4\pi k}{\lambda} z}$$

Par définition de l'absorbance :

$$A(\lambda) = \log_{10} \left(\frac{I_0}{I(\ell)} \right) = \frac{4\pi k(\lambda)}{\lambda \ln(10)} \cdot \ell$$

Donc :

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{4\pi k(\lambda)}{\lambda C \ln(10)}$$

Deuxième approche : estimation expérimentale à partir des spectres d'absorption

Nous disposons de courbes expérimentales de transmittance $T(\lambda)$ obtenues pour chaque gaz dans une bande de 2 μm à 17 μm , issues de la ressource suivante : <https://planet-terre.ens-lyon.fr/ressource/gaz-effet-serre.xml>

Ces spectres donnent des mesures de transmittance pour chaque gaz à effet de serre considéré.

La transmittance étant reliée à l'absorbance par :

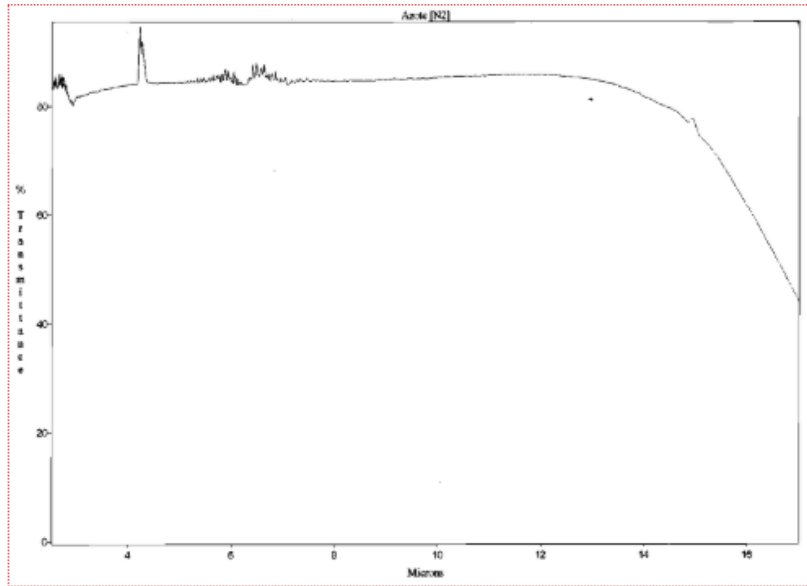
$$A(\lambda) = -\log_{10}(T(\lambda))$$

on peut estimer $\varepsilon_i(\lambda)$ par :

$$\varepsilon_i(\lambda) = \frac{A(\lambda)}{C_{0,i} \cdot \ell_{0,i}}$$

où $C_{0,i} \cdot \ell_{0,i}$ est inconnu pour chaque espèce (*voir disclaimer ci-dessous*).

Voici un exemple de spectre d'absorbance pour le N_2 :



Source - © 2003 Jacques Gentili

Figure 1. Spectre d'absorption du diazote (N₂) entre 2 et 17 µm

La méthode est répétée pour les autres gaz (H₂O, CH₄, CO₂, etc.) en relevant les transmittances à 10 µm.

Disclaimer : Aucune pression partielle ou fraction volumique précise pour les mesures n'est mentionnée. Il se peut que les mesures aient été réalisées pour des concentrations pures de chaque espèce, afin de ne pas fausser les résultats d'absorption par d'autres espèces parasites. De plus, la longueur du trajet optique n'est pas précisée. Donc on n'a pas d'informations précises sur $C_{0,i}$ et $\ell_{0,i}$, la concentration et la longueur du trajet optique lors des mesures de chaque espèce.

Piste supplémentaire : exploitation de courbes expérimentales issues du TD10 de 2A

Nous avons à disposition le tracé Python de deux courbes expérimentales que l'on peut trouver dans les exercices 8 et 9 du TD10 de deuxième année 2024-2025.

Ces deux graphes présentent des relevés expérimentaux de l'absorption des trois principaux gaz à effet de serre (CO₂, O₂, H₂O), pour des épaisseurs respectives de 1 mètre et 10 mètres. Ils sont particulièrement intéressants, car contrairement aux graphes précédents, on connaît ici la composition de l'air traversé ($C_{0,i} = C_i$) ainsi que la longueur du trajet optique ($\ell_{0,i} = 1$ m ou 10 m).

Ces courbes pourraient donc permettre, par lecture graphique de l'absorbance $A(\lambda)$, d'estimer les coefficients $\varepsilon_i(\lambda)$ via la loi de Beer-Lambert :

$$\varepsilon_i(\lambda) = \frac{A_i(\lambda)}{C_i \cdot \ell_{0,i}}$$

Cependant, à la longueur d'onde $\lambda = 10$ µm, on observe que l'absorption est quasiment nulle pour l'ensemble des gaz considérés, ce qui limite fortement l'utilité directe de ces graphes à cette longueur d'onde.

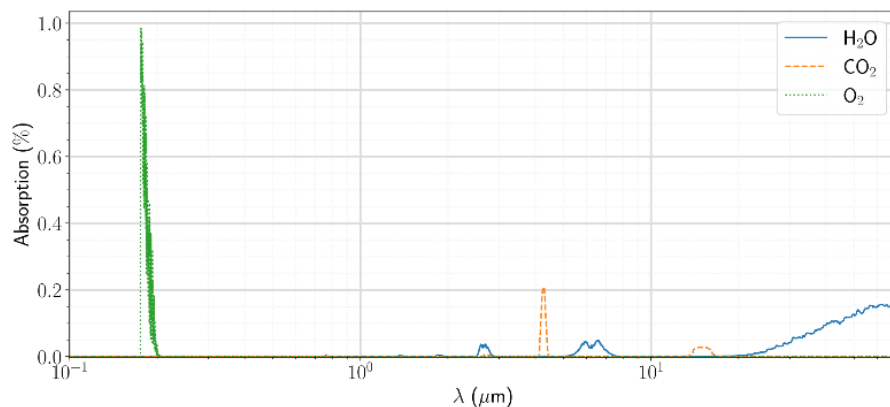


FIGURE 1 – *

Absorbance des gaz CO_2 , O_2 et H_2O pour une épaisseur de 1 m

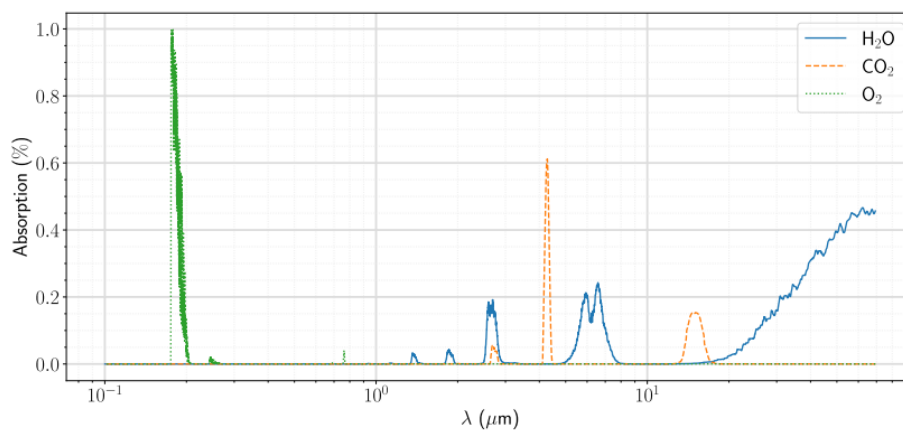


FIGURE 2 – *

Absorbance des gaz CO_2 , O_2 et H_2O pour une épaisseur de 10 m

Pour affiner cette méthode, notre enseignant de physique de deuxième année (2024–2025), M. Bernard, nous a fourni un code Python permettant de tracer l'allure de l'absorption des gaz pour une épaisseur de 10 mètre. Nous avons adapté ce code afin de pouvoir l'exécuter sur nos machines, le code initial nécessitant des modules non installés par défaut.

Le code permet d'obtenir la courbe d'absorbance pour 10m à partir de données tabulées.

Cependant, tous les fichiers du dossier du code (le script, les fichiers CSV...) et leurs associations sont indigestes et vraiment inadaptées pour exploiter les données utilisées, donc nous vous invitons de poursuivre une nouvelle piste.

Annexe : lien entre l'intensité lumineuse et le champ électrique

Dans un milieu sans charges ni courants libres (comme l'air), les équations de Maxwell se simplifient. En particulier, l'équation de Maxwell-Faraday s'écrit :

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Pour une onde électromagnétique plane progressive monochromatique (OPPM), on peut exprimer les équations de Maxwell sous forme algébrique. En particulier, on a :

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{k} \wedge \vec{E}$$

où :

- \vec{k} est le vecteur de propagation de l'onde,
- c est la vitesse de la lumière.

Le vecteur de Poynting est :

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B}$$

ce qui donne :

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \left(\frac{1}{c} \vec{k} \wedge \vec{E} \right) = \varepsilon_0 c E^2 \vec{k}$$

L'intensité lumineuse étant définie comme le flux moyen de $\vec{\Pi}$ à travers une surface orientée, on obtient :

$$I \propto E^2$$