

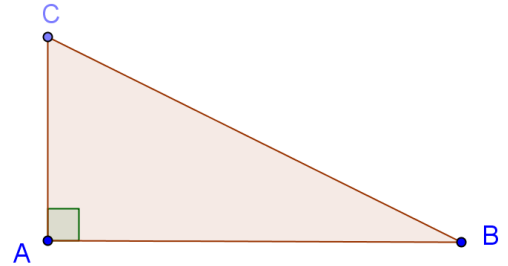
1. Vocabulaire

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit.

Exemple :

Sur le dessin ci-contre :

- le triangle ABC est rectangle en A ;
- le côté [BC] est l'hypoténuse du triangle ABC.



2. Théorème de Pythagore

a) Enoncé du théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Si ABC est un triangle rectangle en A alors :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

! Attention Le théorème de Pythagore ne s'applique qu'aux triangles rectangles.

Dans un triangle rectangle, le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté connaissant les longueurs des deux autres côtés.

Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tel que $AC = 8$ cm et $BC = 20$ cm.

Calculer un arrondi à 0,1 cm près la longueur AB.

Rédaction :

On sait que le triangle ABC est rectangle en A.

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (théorème de Pythagore)

Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$20^2 = AB^2 + 8^2$$

$$400 = AB^2 + 64$$

$$AB^2 = 400 - 64$$

$$AB^2 = 336$$

On cherche un nombre positif qui a pour carré 336.

Donc $AB \approx 18,3$ cm.

La touche $\sqrt{\quad}$ des calculatrices permet de trouver un nombre (ou une de ses valeurs approchées décimales) quand on connaît son carré.

b) Propriété pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.

Exemple :

Le triangle ABC de côtés $AB = 2$, $AC = 3$ et $BC = 4$ est-il rectangle ?

Rédaction :

BC est le plus grand côté et $BC^2 = 16$

$AB^2 + AC^2 = 13$

Donc $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$

Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.

Donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

3. Réciproque du théorème de Pythagore

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.

Si, dans un triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle est rectangle en A.

La réciproque du théorème de Pythagore permet de démontrer qu'un triangle est rectangle.

Exemple :

Démontrer que le triangle MNP, tel que $MN = 3,3$, $NP = 6,5$ et $PM = 5,6$ est un triangle rectangle.

Rédaction :

$$NP^2 = 6,5^2 = 42,25$$

$$MN^2 + MP^2 = 3,3^2 + 5,6^2 = 10,89 + 31,36 = 42,25$$

$$\text{Donc } NP^2 = MN^2 + MP^2.$$

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.

Donc le triangle MNP est rectangle en M.