Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

Lezione 5.5a

Integrali singolari e EDO non lineari del primo ordine omogenee

Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

- **Introduzione** sulle **Equazioni differenziali ordinarie (EDO)**

- Soluzione in forma chiusa per classi di EDO del primo ordine

  - ✓ EDO non lineari a variabili separabili (Forma generale)
  - ✓ **Integrali singolari**
  - ✓ **EDO non lineari omogenee**

Risoluzione di EDO del 1° ordine a variabili separabili

- Eq. delle logistica: caso particolare di **EDO a variabili separabili**

$$y'(t) = \frac{K}{L} y(L - y)$$

- **Forma generale** delle EDO a variabili separabili

$$\boxed{y'(x) = Q(x)R(y)}$$

- $y(x)$ funzione incognita (variabile dipendente)
- x variabile indipendente
- $Q(x)$ e $R(y)$ funzioni continue che non dipendono da y'

$Q(x)$ dipende solo da x e $R(y)$ dipende solo da y

Risoluzione di EDO del 1° ordine a variabili separabili

- Supponendo $R(y) \neq 0$

$$y'(x) = \frac{dy}{dx} = Q(x)R(y)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dy}{R(y)} = Q(x)dx$$

Dipendenze da x e y separate

- Integrando ambo i membri

$$\boxed{\int \frac{dy}{R(y)} = \int Q(x)dx + C}$$

Risoluzione di EDO del 1° ordine a variabili separabili

➢ <u>Esempio</u>

$$y'(x) = xy \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} Q(x) &= x \\ R(y) &= y \end{aligned}$$

soluzione ⇒

$$\int \frac{dy}{R(y)} = \int Q(x)dx + C$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int xdx + C \quad \Rightarrow \quad \log(y) = \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$y(x) = Ce^{\frac{x^2}{2}}$$

Risoluzione di EDO del 1° ordine a variabili separabili

- Esempio

$$y'(x) = x^2 y^3 \rightarrow \begin{array}{l} Q(x) = x^2 \\ R(y) = y^3 \end{array}$$

soluzione

$$\boxed{\int \frac{dy}{R(y)} = \int Q(x)dx + C}$$

$$\int \frac{dy}{y^3} = \int x^2 dx + C \rightarrow -\frac{1}{2y^2} = \frac{x^3}{3} + C$$

$$\boxed{y(x) = \pm\sqrt{\frac{3}{2(x^3 + 3C)}}}$$