eCAMPUS UNIVERSITÀ

DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

Lezione 5.1a

Equazioni differenziali ordinarie: introduzione

Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

- **Introduzione** sulle **Equazioni differenziali ordinarie (EDO)**
- Richiamare **aspetti fondamentali delle EDO**
  - ✓ Definizione di EDO (integrale generale e particolare)
  - ✓ **Esempi elementari di EDO** (dalla Fisica/Ingegneria)
  - ✓ EDO del <u>primo ordine</u>: **Moto rettilineo, Biomassa**
  - ✓ EDO del <u>secondo ordine</u>: **2° Legge di Newton**

Risoluzione di EDO (Definizione)

- Espressione che coinvolge una o più derivate dalla funzione incognita:

$$F(t, y(t), y'(t), y''(t), \ldots, y^{(n)}(t)) = 0$$

- t variabile indipendente
- $y(t)$ variabile dipendente (funzione incognita)
- $y'(t), y''(t), \ldots, y^{(n)}(t)$ derivate della funzione incognita

$$y'(t) = \frac{dy}{dt} \qquad y''(t) = \frac{d^2y}{dt^2} \qquad y^{(n)}(t) = \frac{d^ny}{dt^n}$$

Risoluzione della EDO → **Determinare $y(t)$**

Risoluzione di EDO (Moto rettilineo)

- **Esempio:** EDO del **moto rettilineo** definito tramite la velocità
- Obiettivo: descrivere il moto di una particella con **velocità nota** $v(t)$

$$v(t) = 2\sin(t)$$

- **Determinare la posizione** $y(t)$ della particella, al tempo t

$$v(t) = y'(t) = \frac{dy}{dt} = 2\sin(t)$$

- La velocità come derivata della posizione

$$\boxed{y'(t) = 2\sin(t)}$$

Risoluzione di EDO (Soluzione del Moto rettilineo)

- EDO del moto rettilineo

$$y'(t) = 2\sin(t)$$

- Applichiamo il **teorema fondamentale del calcolo integrale**

$$y(t) = \int y'(\tau)d\tau = 2\int \sin(\tau)d\tau$$

$$\int \sin(\tau)d\tau = -\cos(t) + C$$

soluzione

$$\boxed{y(t) = -2\cos(t) + C}$$

Risoluzione di EDO (Integrale Generale e Particolare)

- La **soluzione generica** dipende da C (**costante di integrazione**)

$$y'(t) = 2\sin(t) \xrightarrow{\text{soluzione}} y(t) = -2\cos(t) + C$$

EDO **Integrale Generale**

- Determinare C = determinare la **soluzione particolare**
- Determinare C: fissando la posizione inziale $y(0)$

$$y_0 = y(t=0) = y(0)$$ **Condizione iniziale (C.I.)**

- Esempio:

$$y(0) = 0 \Rightarrow y(0) = -2\cos(0) + C = 0 \Rightarrow C = 2$$

$$\Rightarrow y(t) = 2[1 - \cos(t)]$$ **Integrale Particolare**

Risoluzione di EDO (Integrale Generale e Particolare)

- **Integrale generale** dipende dalla costante C

$$y'(t) = 2\sin(t) \xrightarrow{\text{soluzione}} y(t) = -2\cos(t) + C$$

Integrale Particolare per $y(0) = 0 \Rightarrow y_1(t) = 2[1 - \cos(t)]$

Integrale Particolare per $y(0) = 1 \Rightarrow y_2(t) = 3 - 2\cos(t)$