



**eCAMPUS**  
UNIVERSITÀ

**DiSTA**

**Corso: Analisi Numerica**

**Docente: Roberto Piersanti**

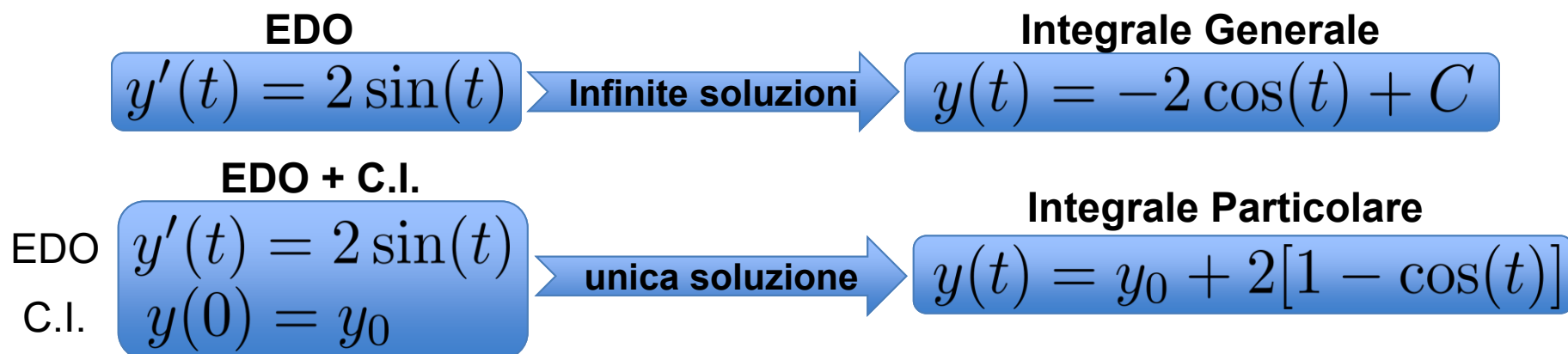
# **Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie**

## **Lezione 5.1b**

Equazioni differenziali ordinarie: introduzione

## Risoluzione di EDO (Notazioni introduttive)

➤ Esempio: **EDO del moto rettilineo**



➤ La **Condizione Iniziale (C.I.)** determina univocamente  $C$

**Integrale Generale:**

insieme delle soluzioni di una EDO definito a meno di costanti

**Integrale Particolare:**

una soluzione di una EDO fissando le costanti

## Risoluzione di EDO (Il problema di Cauchy)

- **EDO + C.I.** definisce il **problema di Cauchy**

Esempio: **EDO del moto rettilineo**

$$\begin{cases} y'(t) = 2 \sin(t) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

- **Problema di Cauchy** per una generica **EDO (di ordine 1)**

$$\begin{cases} y'(t) = f(t) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

**Ordine 1**

Ordine massimo della derivata

## Risoluzione di EDO (Seconda legge di Newton)

- Esempio di **EDO di ordine 2**: La **legge del moto di Newton**

$$\mathbf{F = ma}$$

$\mathbf{F}$  forza che agisce su un corpo  
massa  $m$  e accelerazione  $a$  del corpo

$$my''(t) = F(t)$$

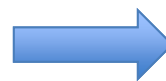
$$y''(t) = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

**Ordine 2**

Ordine massimo della derivata

- **Determinare la posizione**  $y(t)$  del corpo, al tempo  $t$

- Ponendo la velocità  $v(t) = y'(t)$



$$mv'(t) = F(t)$$

## Risoluzione di EDO (Seconda legge di Newton)

- **Soluzione/Integrale generale** per integrazione

$$mv'(t) = F(t) \quad \xrightarrow{\text{soluzione}} \quad v(t) = \frac{1}{m} \int F(\tau) d\tau + C_1$$

- Indicando con  $G(t)$  la generica primitiva  $G(t) = \int F(\tau) d\tau$

$$\longrightarrow v(t) = \frac{1}{m} G(t) + C_1$$

- Dalla relazione  $y'(t) = v(t)$  per integrazione

$$\longrightarrow y(t) = \int \left[ \frac{1}{m} G(\tau) + C_1 \right] d\tau + C_2$$

**Integrale Generale**

$$y(t) = \frac{1}{m} H(t) + C_1 t + C_2$$

**Integrale Particolare**

$$v(0) = v_0 \longrightarrow C_1$$

$$y(0) = y_0 \longrightarrow C_2$$

## Risoluzione di EDO (Sviluppo di una biomassa)

- Biomassa  $m(t)$  al tempo  $t$  : evoluzione di una popolazione di batteri

$$m'(t) = Km(t)$$

- Velocità di crescita proporzionale alla massa
- Obiettivo: determinare la funzione incognita  $m(t)$

Integrale generale

$$m(t) = Ce^{Kt}$$

- Problema di Cauchy

$$\begin{cases} m'(t) = km(t) \\ m(0) = m_0 \end{cases} \longrightarrow C = m_0$$

Integrale particolare

$$m(t) = m_0 e^{Kt}$$