



**eCAMPUS**  
UNIVERSITÀ

**DiSTA**

**Corso: Analisi Numerica**

**Docente: Roberto Piersanti**

# **Risoluzione di sistemi lineari**

## **Lezione 2.7a**

**Fattorizzazioni di Cholesky e Thomas**



## Risoluzione di sistemi lineari (Fattorizz. di Cholesky e Thomas)

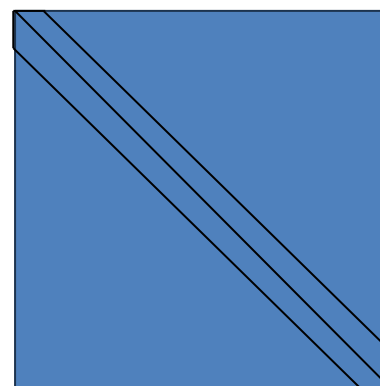
- Risoluzione numerica di **sistemi di equazioni lineari**
- Casi particolari di Fattorizzazione LU
  - ✓ Matrici **Simmetriche Definite Positive (SDP)**
  - ✓ Fattorizzazione di **Cholesky**
  - ✓ Matrici **Tridiagonali**
  - ✓ Fattorizzazione di **Thomas**

## Risoluzione di sistemi lineari (Casi particolari di fattorizzazione)

- Due casi particolarmente rilevanti di fattorizzazione LU
  - Sistema con matrice Simmetrica Definita Positiva(SDP)
  - Sistema con matrice Tridiagonale



**Cholesky**



**Thomas**

## Risoluzione di sistemi lineari (Matrici SDP)

- Sia  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ed  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ , la matrice  $A$  si dice SDP se
- è simmetrica

$$A = A^T$$

- vale la proprietà

$$\mathbf{x}^T A \mathbf{x} > 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{x} \neq 0$$

## Risoluzione di sistemi lineari (Fattorizzazione di Cholesky)

- Se  $A$  è SDP allora esiste una matrice triangolare  $H$  inferiore t.c.

$$A = HH^T$$

- In questo caso

$$L = H \longrightarrow \text{Triangolare inferiore}$$

$$U = H^T \longrightarrow \text{Triangolare superiore}$$

- Tale fattorizzazione prende il nome di

**Fattorizzazione  
di Cholesky**

- Costo per calcolare  $H$  è  $\frac{n^3}{12}$  operazioni (circa la metà del MEG)

## Risoluzione di sistemi lineari (Fattorizzazione di Cholesky)

- Vantaggio: si calcola solo una matrice  $H$  invece di due matrici  $L, U$
- La matrice trasposta  $H^T$  non ha costi aggiuntivi

$$(h_{ij}) = (h_{ji})$$

- Per risolvere

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \qquad A = HH^T$$

$$HH^T\mathbf{x} = \mathbf{b} \longrightarrow \begin{cases} H\mathbf{y} = \mathbf{b} & \text{Sostituzioni in avanti} \\ H^T\mathbf{x} = \mathbf{y} & \text{Sostituzioni all'indietro} \end{cases}$$

$$\longrightarrow 2n^2 \text{ operazioni}$$