eCAMPUS UNIVERSITÀ | DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Metodi numerici per equazioni differenziali ordinarie

Lezione 6.3b

Metodi di Eulero in avanti ed Eulero all'indietro

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- Ricordando la definizione generica di G

$$y'(x_k) \approx G(y_{k-1}, y_k, y_{k+1})$$

$$G(y_{k-1}, y_k, y_{k+1}) = \begin{cases} \frac{y_{k+1} - y_k}{h} & \text{DF avanti} \\ \frac{y_k - y_{k-1}}{h} & \text{DF indietro} \\ \frac{y_{k+1} - y_{k-1}}{2h} & \text{DF centrate} \end{cases}$$

- Si applicano queste formule per **specificare il metodo numerico**

$$u_k \to y_k$$

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- Differenze finite in **avanti/indietro** e **centrate** $\mathrm{Approx}[y'(x_k)]$

(DF in avanti) Differenza Finita in avanti	$y'(x_k) \approx \dfrac{u_{k+1} - u_k}{h}$
(DF all'indietro) Differenza Finita all'indietro	$y'(x_k) \approx \dfrac{u_k - u_{k-1}}{h}$
(DF centrata) Differenza Finita centrata	$y'(x_k) = \dfrac{u_{k+1} - u_{k-1}}{2h}$

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- **Metodo di Eulero in avanti (EA)** ⇨ DF in avanti $y'(x_k)$

$$\begin{cases} y'(x_k) = f(x_k, y_k) \\ y_0 = y(x_0) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \dfrac{u_{k+1} - u_k}{h} = f(x_k, u_k) \\ u_0 = y_0 \qquad k = 0, \dots, n-1 \end{array}}$$

- **Metodo di Eulero all'indietro (EI)** ⇨ DF all'indietro $y'(x_{k+1})$

$$\begin{cases} y'(x_{k+1}) = f(x_{k+1}, y_{k+1}) \\ y_0 = y(x_0) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \dfrac{u_{k+1} - u_k}{h} = f(x_{k+1}, u_{k+1}) \\ u_0 = y_0 \qquad k = 0, \dots, n-1 \end{array}}$$

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- **Differenza tra EA ed EI:**
  - EA usa DF avanti per approssimare $y'(x_k)$
  - EI usa DF indietro per approssimare $y'(x_{k+1})$

(DF in avanti) Differenza Finita in avanti	$y'(x_k) \approx \dfrac{u_{k+1} - u_k}{h}$	**EA**
(DF all'indietro) Differenza Finita all'indietro	$y'(x_{k+1}) \approx \dfrac{u_{k+1} - u_k}{h}$	**EI**

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- **Classificazione dei metodi di Eulero**
- I metodi di Eulero (EA ed EI) **sono metodi ad un passo**

Metodi ad un passo: il valore della soluzione in u_{k+1} dipende **unicamente** dal valore u_k

$$u_{k+1} \rightarrow u_k$$

- **Metodo di EA** si riformula (**nel metodo esplicito**)

$$u_{k+1} = g(u_k) \qquad g(u_k) = u_k + hf(x_k, u_k)$$

- **Metodo di EI** si riformula (**nel metodo implicito**)

$$u_{k+1} = g(u_k, u_{k+1}) \qquad g(u_k, u_{k+1}) = u_k + hf(x_{k+1}, u_{k+1})$$