



**eCAMPUS**  
UNIVERSITÀ

**DiSTA**

**Corso: Analisi Numerica**

**Docente: Roberto Piersanti**

# **Radici di equazioni non lineari**

## **Lezione 1.5a**

Iterazioni di punto fisso per la ricerca degli zeri  
e sistemi di equazioni non lineari

# Ricerca degli zeri per equazioni non lineari

## 1. Obiettivo: **punti fissi come zeri di funzioni**

- Stabilire un'equivalenza tra punti fissi e zeri di funzione
- Metodi di Newton e delle corde come metodi di punto fisso

## 2. Obiettivo: **sistemi di equazioni non lineari**

- Estendere i metodi visti in precedenza a casi vettoriali (i.e. sistemi)
- Metodo di Newton per la risolvere sistemi di equazioni non lineari

## Punti fissi come zeri di funzioni

- Ricerca di punti fissi per funzioni  $g(x)$

$$g(x) : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \alpha \text{ t.c. } g(\alpha) = \alpha$$

**Iterazioni di  
punto fisso**

$$x_{n+1} = g(x_n) \quad \forall n \geq 0$$

- Ricerca degli zeri/radici per funzioni  $f(x)$

$$f(x) : \bar{I} \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \alpha \text{ t.c. } f(\alpha) = 0$$

**Famiglia di metodi:**  
Corde, Secanti, Newton

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{q_n} \quad \forall n \geq 0$$

**Obiettivo:** stabilire un'equivalenza tra punti fissi e zeri di funzione

## Punti fissi come zeri di funzioni

- Consideriamo due funzioni  $f(x)$ ,  $g(x)$  legate dalla relazione

$$f(x) = x - g(x)$$

- I punti fissi di  $g(x)$  coincidono, in questo caso, alle radici/zeri di  $f(x)$

$$f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad f(x) = x - g(x) = 0$$

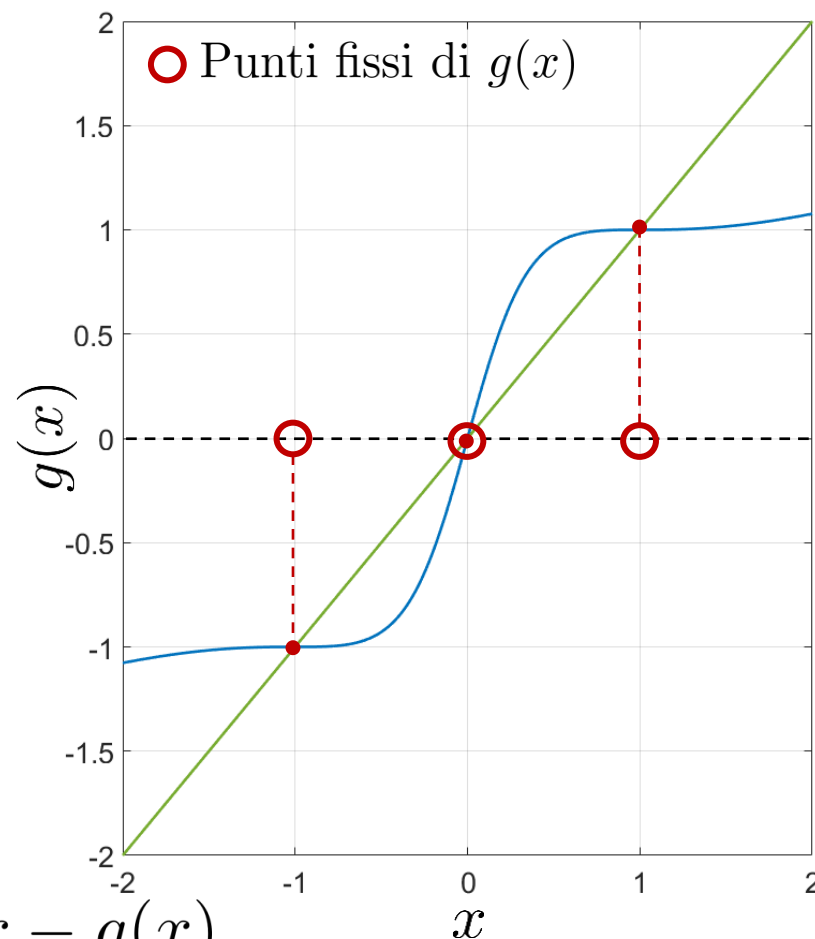
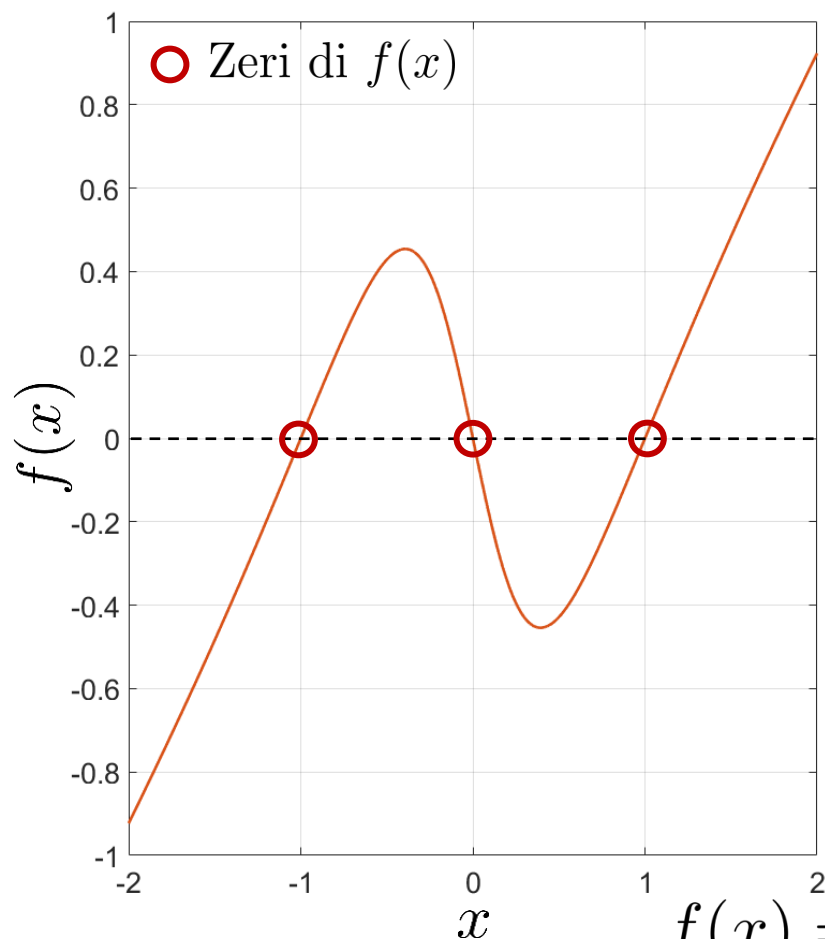


**Radici/Zeri  
di  $f(x)$**



$$x = g(x) \quad = \quad \text{Punti fissi di } g(x)$$

## Punti fissi come zeri di funzioni (geometricamente)



## Metodo di Newton e delle corde come metodi di punto fisso

- Reinterpretare Metodi di Newton e delle corde, sfruttando

$$f(x) = 0 \iff x = g(x)$$

- Metodo delle Corde

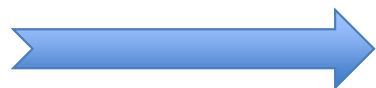
$$x_{n+1} = x_n - \frac{(b-a)f(x_n)}{f(b) - f(a)} \quad \forall n \geq 0$$

$$g(x_n) = x_n - \frac{(b-a)f(x_n)}{f(b) - f(a)}$$

- Metodo di Newton

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \forall n \geq 0$$

$$g(x_n) = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$



$$x_{n+1} = g(x_n) \quad \forall n \geq 0$$