



eCAMPUS
UNIVERSITÀ

DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

Lezione 5.3b

Integrale generale, Integrale particolare e curva integrale

Risoluzione di EDO (Formule esplicite per le EDO)

- Consideriamo una **serie di famiglie di EDO**

Obiettivo: trovare delle relazioni esplicite che
legano la soluzione y alla variabile x

- Formule per rappresentare la soluzione in forma chiusa/esplicita

$$y(x) = ?$$

- Iniziamo considerando le **EDO del primo ordine:**

$$y'(x) = f(x, y(x))$$

Risoluzione di EDO (EDO del 1° ordine lineari)

- EDO del primo ordine dove f dipende linearmente da y

$$y'(x) = f(x, y(x))$$



$$y'(x) + \boxed{P(x)y} = Q(x)$$

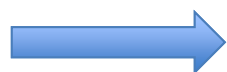
- $P(x)$ e $Q(x)$ sono funzioni continue arbitrarie (dipendono solo da x)
- $x \in I = (a, b)$

Risoluzione di EDO (EDO 1° ordine lineari: caso omogeneo)

- EDO del primo ordine dove f dipende linearmente da y

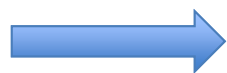
$$y'(x) + P(x)y = Q(x)$$

- Consideriamo il **caso omogeneo** $Q(x) = 0$



$$y' + P(x)y = 0$$

- Supponiamo $y(x) \neq 0 \quad \forall x \in I$



$$\frac{y'}{y} = -P(x)$$

Risoluzione di EDO (EDO 1° ordine lineari: caso omogeneo)

- EDO del primo ordine dove f dipende linearmente da y
- **Caso omogeneo** $Q(x) = 0$

$$\frac{y'}{y} = -P(x) \quad + \quad \frac{y'}{y} = \frac{d}{dx}(\log x)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}(\log y) = -P(x) \quad \xrightarrow{\text{integrando}} \quad \log y = - \int P(x) dx + C$$

$$\Rightarrow y = e^{- \int P(x) dx + C}$$

Integrale Generale

$$y = Ce^{-A(x)} \quad A(x) = \int P(x) dx$$

Risoluzione di EDO (EDO 1° ordine lineari: caso omogeneo)

- Espressione esplicita/chiusa per $y(x)$

$$y' + P(x)y = 0 \quad \xrightarrow{\text{soluzione}}$$

Integrale Generale

$$y = Ce^{-A(x)}$$
$$A(x) = \int P(x)dx$$

- Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + P(x)y = 0 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases} \quad \xrightarrow{\text{soluzione}}$$

Integrale Particolare

$$y = y_0 e^{-A(x)}$$
$$A(x) = \int_{x_0}^x P(\xi)d\xi$$