



eCAMPUS
UNIVERSITÀ

DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Radici di equazioni non lineari

Lezione 1.3a

Metodi numerici per il calcolo delle radici

Metodi numerici per il calcolo delle radici di funzioni non lineari

➤ Obiettivo: **Introdurre dei metodi numerici più avanzati**

- Metodo di Bisezione sfrutta solo il cambiamento di segno della funzione
- Metodi che **sfruttano informazioni aggiuntive**:

$$f(x_k), f'(x_k)$$

➤ Presenteremo una **famiglia di metodi**:

- Metodo delle corde
- Metodo delle secanti
- Metodo di Newton

Principio alla base di questa famiglia di metodi

- Data una funzione $f(x)$, di cui vogliamo approssimare la radice α

$$f(\alpha) = 0$$

- ✓ **Principio:** costruiamo una successione $\{x_n\}$ che converge alla radice α

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \alpha$$

Convergenza

- Supponiamo di avere un punto x_n analizziamo il processo per determinare:

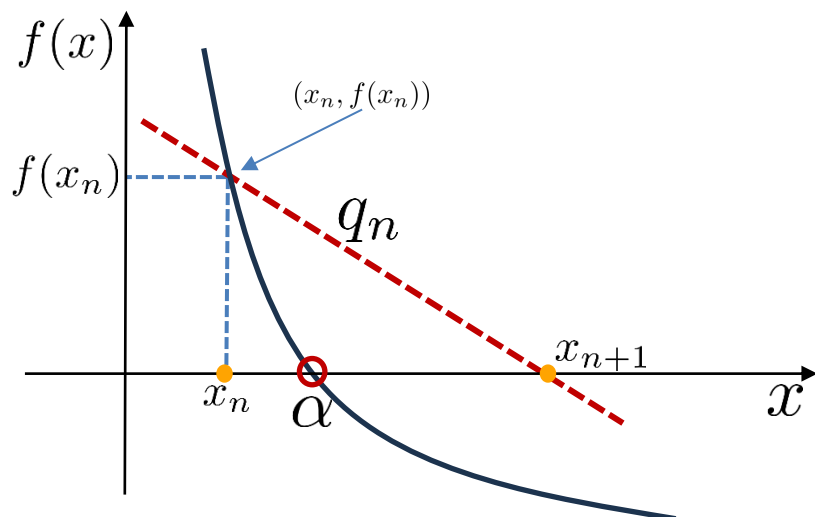
$$x_n \longrightarrow x_{n+1}$$

- Meccanismo di passaggio dall'iterazione $n \longrightarrow n + 1$

Famiglia di metodi: metodo delle corde, secanti e Newton

➤ *Processo iterativo:* $x_n \longrightarrow x_{n+1}$

1. Calcoliamo il valore della funzione nel punto $x_n \longrightarrow f(x_n)$
2. A partire dal punto $(x_n, f(x_n))$ tracciamo una retta con pendenza q_n
3. x_{n+1} : intersezione della retta con l'asse x



q_n ingrediente essenziale:
la pendenza della retta utilizzata

$q, q_n(x_n)$



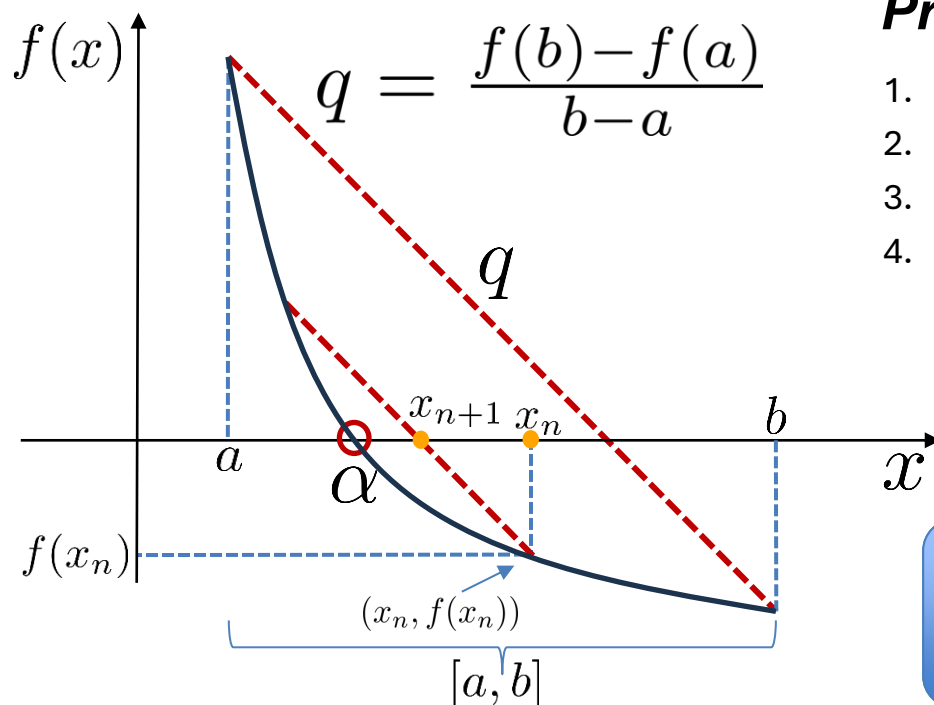
Definisce famiglia di metodi:
Corde, Secanti, Newton

➤ Risoluzione di problema di geometria:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{q_n} \quad \forall n \geq 0$$

Metodo delle corde (1° metodo della famiglia)

- Consideriamo $f(x)$ arbitraria definita in $[a, b]$ con una radice α in (a, b)
- Scegliamo una retta con pendenza fissata $q_n = q \quad \forall n$
- Prendiamo la corda passante per i punti $(a, f(a))$ $(b, f(b))$



Processo iterativo: $x_n \longrightarrow x_{n+1}$

1. Dato x_n , calcoliamo $f(x_n)$
2. Troviamo q della corda $(a, f(a))$ $(b, f(b))$
3. Da $(x_n, f(x_n))$ tracciamo una retta con q
4. x_{n+1} : intersezione delle rette con l'asse x

Metodo delle Corde

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(b - a)f(x_n)}{f(b) - f(a)} \quad \forall n \geq 0$$