



eCAMPUS
UNIVERSITÀ

DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Risoluzione di sistemi lineari

Lezione 2.1a

Richiami su matrici e vettori



Risoluzione di sistemi lineari (Introduzione e richiami)

- Risoluzione numerica di **sistemi di equazioni lineari**
- Richiami su aspetti essenziali dell'algebra lineare:
 - ✓ Definizioni di **Vettore e Matrice**
 - ✓ **Norme vettoriali** (uno, due, p , infinito)
 - ✓ **Prodotto scalare** euclideo
 - ✓ **Norme matriciali** indotte

Richiami di algebra lineare (vettori)

➤ **Vettore:** un vettore \mathbf{a} è un elemento di \mathbb{R}^n

\mathbb{R} spazio dei numeri reali

\mathbb{R}^n spazio euclideo n dimensionale

➤ $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$: un elemento composto da più componenti $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$

Vettore colonna

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

Vettore riga

$$\mathbf{a}^T = [a_1, a_2, \dots, a_n]$$


➤ Vettore colonna: componenti disposte verticalmente

➤ Vettore riga (vettore trasposto): componenti ordinate orizzontalmente

Richiami di algebra lineare (Matrici)


- **Matrice:** una matrice A è un elemento di $\mathbb{R}^{n \times n}$
- $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$: una tabella ordinata di n righe ed n colonne

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$



$a_{i,j}$

i : indice riga
 j : indice colonna



matrice di n righe ed n colonne

- **Scrittura compatta:** $A = (a_{ij})$

Richiami di algebra lineare (Matrici)

- Consideriamo una matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ $a_{i,j}$ i : indice riga
 j : indice colonna
- Matrice trasposta A^T : scambia indice di righe e colonna

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{\text{red arrow: } j \text{ cresce} \\ \text{blue arrow: } i \text{ cresce}}]{A^T} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$
$$A = (a_{ij}) \qquad A^T = (a_{ji})$$

Richiami di algebra lineare (concetto di misura: la norma)

- Determinare la lunghezza/misura di un numero (scalare) $a \in \mathbb{R}$

$a \in \mathbb{R}$ la misura è $|a|$ **Modulo (valore assoluto)**

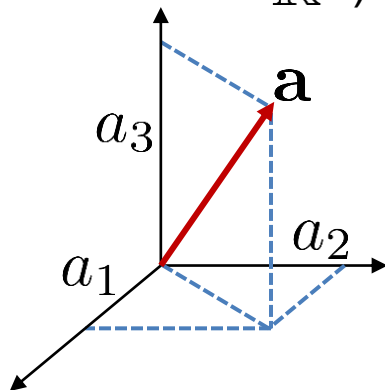
- Determinare la lunghezza/misura di un vettore $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$

$\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ la misura è $\|\mathbf{a}\|$ **Norma vettoriale**

- Esempio (geometria euclidea \mathbb{R}^3)

$$\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$$



$$\|\mathbf{a}\|_2 = (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)^{1/2}$$

Norma 2 vettoriale

$$\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$$

$$\|\mathbf{a}\|_2 = (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)^{1/2}$$

$$\|\mathbf{a}\|_2 = \left(\sum_{k=1}^n a_k^2 \right)^{1/2}$$