



**eCAMPUS**  
UNIVERSITÀ

**DiSTA**

**Corso: Analisi Numerica**

**Docente: Roberto Piersanti**

# **Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie**

## **Lezione 5.2a**

Integrale generale, Integrale particolare e curva integrale



## Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

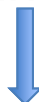
- **Terminologie** per le **Equazioni differenziali ordinarie (EDO)**
- Obiettivo: esprimere le **EDO in una forma generale**
  - ✓ Espressione generale di una EDO
  - ✓ Soluzione di una EDO (Integrale Generale e Particolare)
  - ✓ **Ordine** e **Linearità** di una EDO
  - ✓ **Curva integrale**

## Risoluzione di EDO (Forma generale)

➤ Espressione generale di una **EDO di ordine  $n$**

$$F(x, y(x), y'(x), y''(x), \dots, y^{(n)}(x)) = 0$$

- $x$  variabile indipendente
- $y(x)$  variabile dipendente (funzione incognita)
- $y'(x), y''(x), \dots, y^{(n)}(x)$  derivate ordinarie di  $y(x)$  fino a ordine  $n$

$$y'(x) = \frac{dy}{dx} \quad y''(x) = \frac{d^2y}{dx^2} \quad y^{(n)}(x) = \frac{d^n y}{dx^n}$$


## Risoluzione di EDO (Soluzione di una EDO)

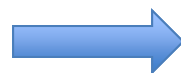
➤ Soluzione/Integrale di una EDO

$y(x) \in I \subset \mathbb{R}$   $n$  volte derivabile in  $I$  t.c.

$$F(x, y(x), y'(x), y''(x), \dots, y^{(n)}(x)) = 0$$

➤  $y(x)$  e tutte le sue derivate  $y^{(n)}(x)$  soddisfano  $F = 0 \quad \forall x \in I$

**Risoluzione della EDO**



**Determinare  $y(x)$**

## Risoluzione di EDO (Ordine e Linearità di una EDO)

**Ordine di una EDO:** Ordine massimo della derivata presente in  $F$

**EDO lineare:**  $y$  e tutte le  $y^{(n)}$  compaiono in  $F$  in modo lineare

**EDO non-lineare:**  $y$  e tutte le  $y^{(n)}$  compaiono in  $F$  in modo non-lineare

➤ Esempi:

$$\underline{y}' + y = 0$$

**EDO del 1° ordine lineare**

$$\underline{y}'' - 3xy' = x^2$$

**EDO del 2° ordine lineare**

$$\underline{xy}''' + 2(y')^2 + \log(y) = 0$$

**EDO del 3° ordine non-lineare**

## Risoluzione di EDO (Integrazione indefinita)

- **Prima classe di EDO (Integrazione indefinita):** equazioni del tipo

$$y' = g(x)$$

Integrazione indefinita

- La funzione  $g$  (non dipende da  $y$ ) dipende solo da  $x$

- Soluzione  $y(x)$  si determina per integrazione

$$y(x) = \int g(x) dx + C$$

$C \in \mathbb{R}$

Integrale Generale

$C$  fissato

$$y(x_0) = y_0 \longrightarrow \text{Determina } C : y_C(x)$$

Integrale Particolare

- **Curva integrale:** il grafico di una soluzione per uno specifico valore di  $C$