eCAMPUS UNIVERSITÀ | DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

Lezione 5.7b

Verso una risoluzione effettiva del problema di Cauchy: Il metodo delle isocline

Risoluzione di EDO (Soluzione in forma esplicita/chiusa)

- Non è sempre possibile **esprimere esplicitamente** la sol. di una EDO

$y = y(x)$? **FORMA CHIUSA**

- Casi di **difficile risoluzione** sono:

1. $y(x)$ non si conosce una forma esplicita

Es. $$y' = \frac{y-x}{y+x} \longrightarrow \frac{1}{2}\log(x^2+y^2) + \tan\frac{y}{x} = C$$

2. $y(x)$ non rappresentabile neanche in forma implicita

Es. $$y' = e^{-x^2} \longrightarrow y(x) = \int e^{-x^2}dx + C$$

Risoluzione di EDO (Metodi per risolvere le EDO)

- Nei casi di difficile risoluzione delle EDO è possibile ricorrere a:

STUDIO QUALITATIVO DELLA SOLUZIONE

Strumenti per ottenere una rappresentazione indicativa della soluzione

METODI NUMERI PER LE EDO

Metodi numerici per risolvere in maniera approssimata qualsiasi EDO

Risoluzione di EDO (Metodo delle isocline)

- Un metodo per lo **studio qualitativo della soluzione delle EDO**
- Fornisce un’idea grafica del comportamento della soluzione
- **Isoclina:** una curva su cui $y' = cost$

$$y' = f(x, y)$$

1. Determinare la famiglia delle isocline

$$f(x, y) = c$$

2. Graficare un numero grande di isocline ($\forall c$ una isoclina)

3. Tracciare una serie di segmenti che congiungono le isocline vicine

L’unione di questi segmenti fornisce un’idea grafica della soluzione

Risoluzione di EDO (Metodo delle isocline)

- Esempio

$$y' = f(x,y) \qquad f(x,y) = x^2 + y^2$$

- Le **isocline** da graficare sono

Famiglia di cerchi
$r^2 = c$

$$x^2 + y^2 = c \qquad \forall c \in \mathbb{R}$$

1. Partiamo da **una particolare isoclina** $f(x,y) = c_0 = 1$

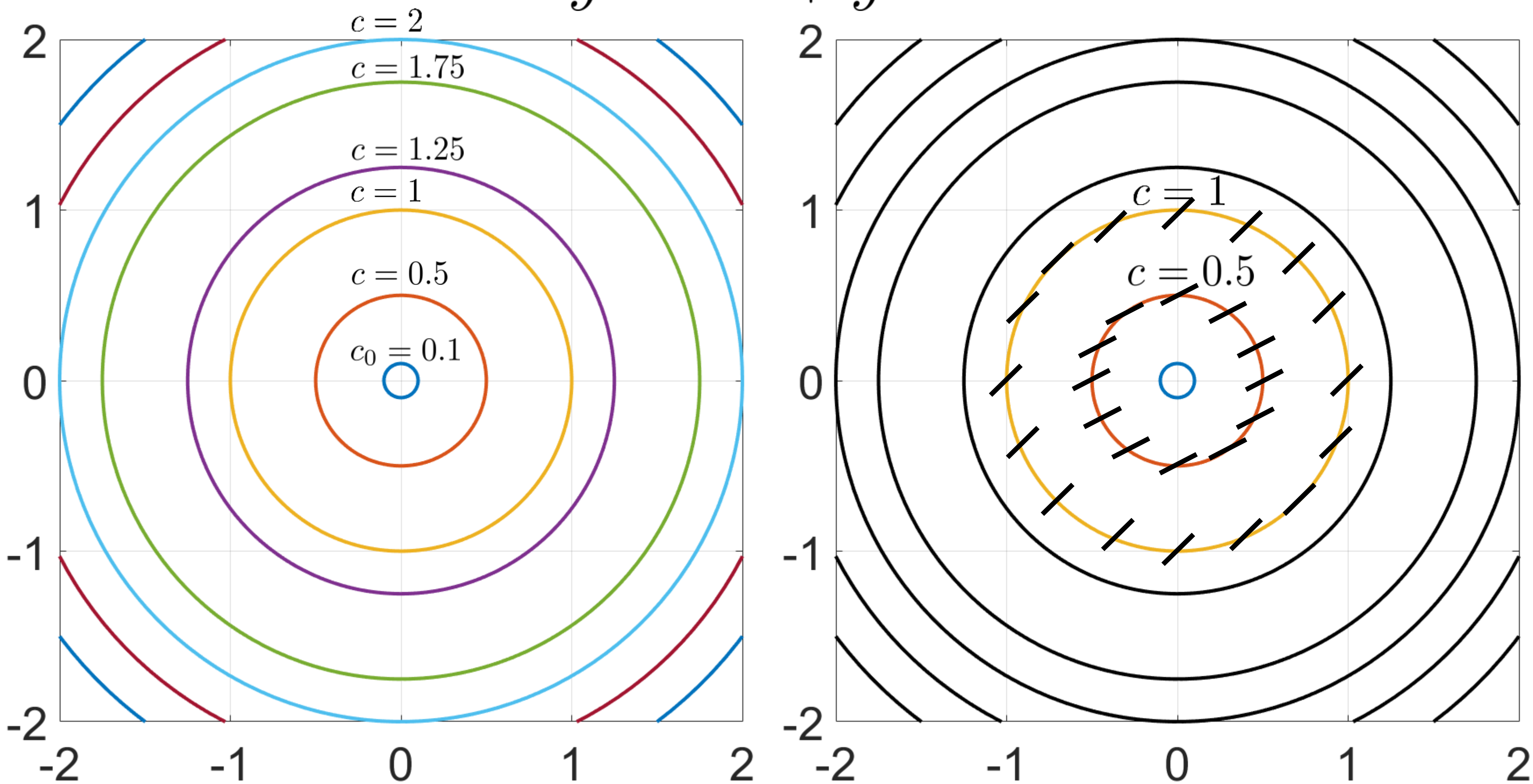
$$x^2 + y^2 = c_0$$

2. Grafichiamo lungo questa isoclina dei **segmenti di retta**

$$c_0 = \text{coefficiente angolare}$$

Risoluzione di EDO (Metodo delle isocline)

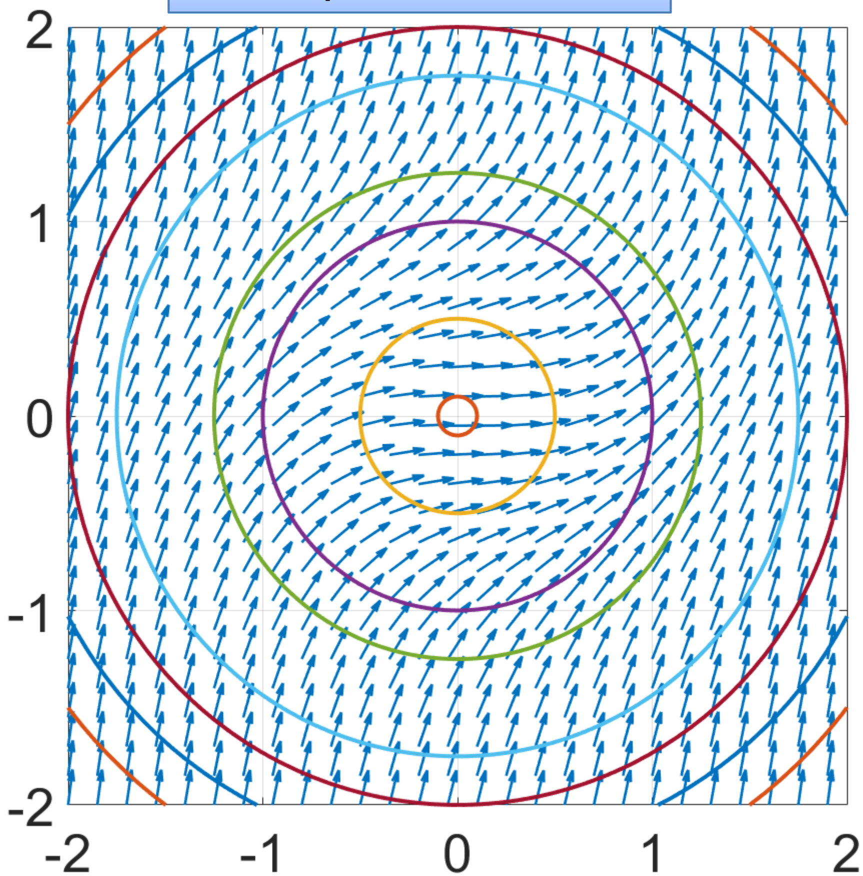
$$y' = x^2 + y^2$$



Risoluzione di EDO (Metodo delle isocline)

$$y' = x^2 + y^2$$

Campo di direzioni



Metodo delle isocline