

RISOLUZIONE DI SISTEMI LINEARI: METODI DIRETTI (Esercizi di fine nucleo: parte 2)

Esercizio 1 – fattorizzazione LU

Dato il sistema Ax = b dove

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 23 \\ 12 \\ 3 \end{bmatrix},$$

e data la fattorizzazione

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2/5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad U = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 0 & 3/5 & 2/5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

spiegare come si procede per risolvere il sistema lineare iniziale.

• Esercizio 2 – fattorizzazione LU

Determinare i fattori triangolari L e U della seguente matrice dei coefficienti A, tali che A = LU:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

• Esercizio 3 – metodo di Cholesky

Dato il sistema Ax = b dove

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

verificare se il metodo di Cholesky è applicabile.

• Esercizio 4 – metodo di Cholesky

Dato il sistema Ax = b dove

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 3 \\ 3 & 10 & 1 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix},$$

determinare la matrice triangolare inferiore L della fattorizzazione di Cholesky.