



eCAMPUS
UNIVERSITÀ

DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Radici di equazioni non lineari

Lezione 1.4a

Iterazioni di Punto Fisso

Punti fissi per equazioni non lineari

- Obiettivo: **Ricerca dei punti fissi** per equazioni non lineari
 - Introduzione del **problema dal punto di vista analitico**
 - **Teorema di esistenza dei punti fissi** (analitico e geometricamente)

- Presenteremo
 - Come **approssimare un punto fisso**
 - **Iterazioni di punto fisso** (formula ed geometricamente)

Punti fissi per equazioni non lineari (definizione)

- Ricerca dei punti fissi per funzioni reali di variabile reale
- Consideriamo $g(x)$ definita su $I \subset \mathbb{R}$ e cerchiamo la soluzione del problema

$$g(x) : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ si cerca } \alpha \text{ t.c.}$$
$$g(\alpha) = \alpha$$

- Valore della variabile indipendente α e della dipendente $g(\alpha)$ coincidono
- Se tale valore α esiste si definisce

Punto fisso dell'applicazione $g(x)$

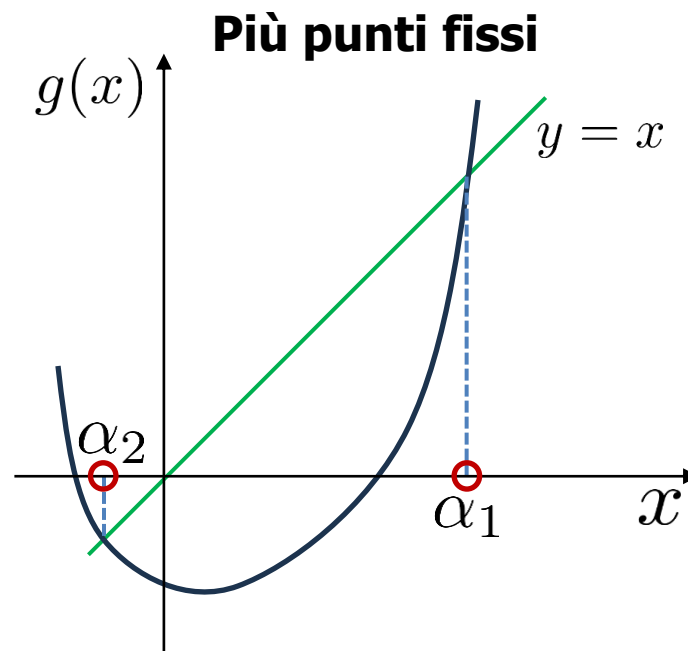
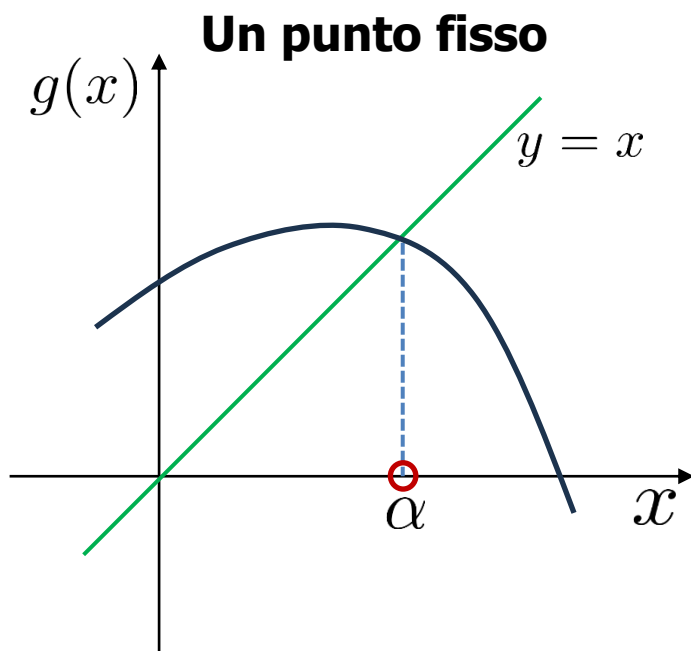
Punti fissi per equazioni non lineari (geometricamente)

➤ Dal punto di vista geometrico: $g(x) : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, α t.c. $g(\alpha) = \alpha$

Trovare i punti fissi di $g(x)$



Ascisse di intersezione di $g(x)$ con $y = x$



Punti fissi per equazioni non lineari (caratterizzazione analitica)

➤ Consideriamo $g(x)$ definita su $I \subset \mathbb{R}$ e costruiamo il quadrato di lato I

Teorema di Esistenza dei Punti fissi

Se $g(x)$ è continua e $g(I) \subset I$ allora $\exists \alpha \in I$ t.c. $g(\alpha) = \alpha$

Se $\exists g'(x)$ con $|g'(x)| \leq K < 1$ allora $\exists! \alpha \in I$ t.c. $g(\alpha) = \alpha$

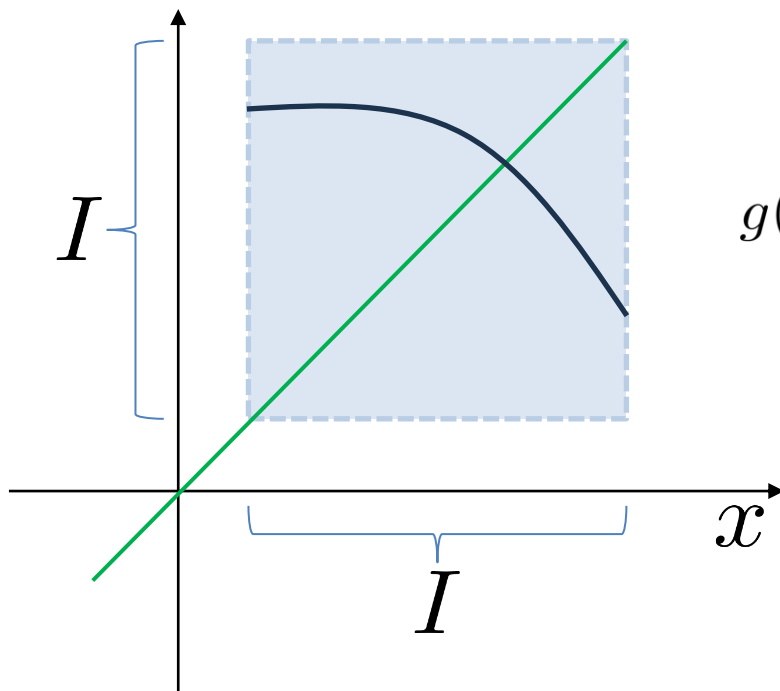
Intervallo immagine: insieme $g(I)$ che rappresenta i valori assunti da g , $\forall x \in I$

Consideriamo casi in cui la funzione $g(x)$ è «contrattiva»

Teorema di esistenza dei punti fissi (geometricamente)

Se $g(x)$ è continua e $g(I) \subset I$ allora $\exists \alpha \in I$ t.c. $g(\alpha) = \alpha$
 $\exists g'(x)$ con $|g'(x)| \leq K < 1$ allora $\exists! \alpha \in I$ t.c. $g(\alpha) = \alpha$

- ✓ Consideriamo $g(x)$ definita su $I \subset \mathbb{R}$ e costruiamo il quadrato di lato I



- ✓ L'ipotesi che $g(x)$ sia contenuta in I garantisce che intersechi la retta $y = x$

