



**eCAMPUS**  
UNIVERSITÀ

**DiSTA**

**Corso: Analisi Numerica**

**Docente: Roberto Piersanti**

# **Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie**

## **Lezione 5.1a**

Equazioni differenziali ordinarie: introduzione



## Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

- **Introduzione** sulle **Equazioni differenziali ordinarie (EDO)**
- Richiamare **aspetti fondamentali delle EDO**
  - ✓ Definizione di EDO (integrale generale e particolare)
  - ✓ **Esempi elementari di EDO** (dalla Fisica/Ingegneria)
  - ✓ EDO del primo ordine: **Moto rettilineo, Biomassa**
  - ✓ EDO del secondo ordine: **2° Legge di Newton**

## Risoluzione di EDO (Definizione)

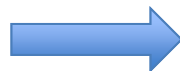
➤ Espressione che coinvolge una o più derivate della funzione incognita:

$$F(t, y(t), y'(t), y''(t), \dots, y^{(n)}(t)) = 0$$

- $t$  variabile indipendente
- $y(t)$  variabile dipendente (funzione incognita)
- $y'(t), y''(t), \dots, y^{(n)}(t)$  derivate della funzione incognita

$$y'(t) = \frac{dy}{dt} \quad y''(t) = \frac{d^2y}{dt^2} \quad y^{(n)}(t) = \frac{d^n y}{dt^n}$$

**Risoluzione della EDO**



**Determinare  $y(t)$**

## Risoluzione di EDO (Moto rettilineo)

- **Esempio:** EDO del **moto rettilineo** definito tramite la velocità
- Obiettivo: descrivere il moto di una particella con **velocità nota**  $v(t)$

$$v(t) = 2 \sin(t)$$

- **Determinare la posizione**  $y(t)$  della particella, al tempo  $t$

$$v(t) = y'(t) = \frac{dy}{dt} = 2 \sin(t)$$

- La velocità come derivata della posizione

$$y'(t) = 2 \sin(t)$$


## Risoluzione di EDO (Soluzione del Moto rettilineo)

- EDO del moto rettilineo

$$y'(t) = 2 \sin(t)$$

- Appliciamo il **teorema fondamentale del calcolo integrale**

$$y(t) = \int y'(\tau) d\tau = 2 \int \sin(\tau) d\tau$$


$$\int \sin(\tau) d\tau = -\cos(t) + C$$

**soluzione** ➔

$$y(t) = -2 \cos(t) + C$$

## Risoluzione di EDO (Integrale Generale e Particolare)

- La **soluzione generica** dipende da  $C$  (**costante di integrazione**)

$$y'(t) = 2 \sin(t)$$

**EDO**

**soluzione**

$$y(t) = -2 \cos(t) + C$$

**Integrale Generale**

- Determinare  $C$  **=** determinare la **soluzione particolare**
- Determinare  $C$ : fissando la posizione iniziale  $y(0)$

$$y_0 = y(t = 0) = y(0)$$

**Condizione iniziale (C.I.)**

- Esempio:

$$y(0) = 0 \quad \longrightarrow \quad y(0) = -2 \cos(0) + C = 0 \quad \longrightarrow \quad C = 2$$

$$\longrightarrow y(t) = 2[1 - \cos(t)]$$

**Integrale Particolare**

## Risoluzione di EDO (Integrale Generale e Particolare)

➤ **Integrale generale** dipende dalla costante  $C$

$$y'(t) = 2 \sin(t)$$

soluzione

$$y(t) = -2 \cos(t) + C$$

**Integrale Particolare** per  $y(0) = 0 \rightarrow y_1(t) = 2[1 - \cos(t)]$

**Integrale Particolare** per  $y(0) = 1 \rightarrow y_2(t) = 3 - 2 \cos(t)$

