eCAMPUS UNIVERSITÀ | DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Metodi numerici per equazioni differenziali ordinarie

Lezione 6.1a

Principi della risoluzione numerica di equazioni differenziali ordinarie

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- **E**quazioni **D**ifferenziali **O**rdinarie **(EDO) numericamente**

$$F(x, y(x), y'(x), y''(x), \ldots, y^{(n)}(x)) = 0$$

- **Principi fondamentali** per la risoluzione numerica di EDO

  ✓ Introduzione: **Metodi numerici** per EDO

  ✓ Processo di **Discretizzazione**

  ✓ Concetto di **soluzione numerica**

  ✓ **L'Approssimazione** del problema matematico

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- Spesso non è possibile ottenere una forma esplicita (forma chiusa)

$$F(x, y(x), y'(x), y''(x), \ldots, y^{(n)}(x)) = 0$$

$y = y(x)$? **FORMA CHIUSA**

- Casi di difficile risoluzione:

1. $y(x)$ **non si conosce una forma esplicita**

2. $y(x)$ **non rappresentabile neanche in forma implicita**

METODI NUMERI PER EDO

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

METODI NUMERI PER EDO

Metodi numerici per <u>risolvere in maniera approssimata qualsiasi EDO</u>

- Introdurre i principi fondamentali per la risoluzione numerica di EDO
- Consideriamo **EDO primo ordine**, **non lineari** e in **forma normale**

$$y'(x) = f(x, y(x))$$

- Con la condizione iniziale $y(x_0) = y_0$ → **Problema di Cauchy**

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- Consideriamo il **problema di Cauchy**

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)) & \forall x \in I \\ y(x_0) = y_0 & x_0 \in I \end{cases}$$

Intervallo di integrazione

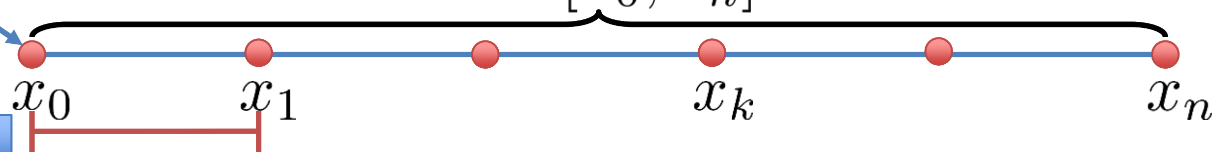
- Introduciamo gli **strumenti teorici computazionali necessari**
- **Strategia generale:** suddividere $I \subset \mathbb{R}$ attraverso dei **nodi** $\{x_k\}$

Discretizzazione dell'intervallo I

$$\{x_0, x_1, \dots, x_k, \dots, x_n\}$$

$$I = [x_0, x_n]$$

Primo nodo



Sotto-intervalli

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- **Obiettivo di un metodo numerico per EDO:**

Associare a ogni nodo x_k un valore incognito u_k

$$u_k \simeq y_k = y(x_k)$$

- u_k approssima la soluzione esatta nel punto x_k

Risolvere numericamente una EDO:
generare un vettore $\{u_k\}$ i cui valori rappresentano un approssimazione delle soluzione esatta $y(x_k)$

$$\{u_0, u_1, \ldots, u_k, \ldots, u_n\}$$