Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

Lezione 5.7a

Verso una risoluzione effettiva del problema di Cauchy:
Il metodo delle isocline

Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

- **Introduzione** sulle **Equazioni differenziali ordinarie (EDO)**

- Metodi di risoluzione **delle EDO**

  - ✓ Sintesi sulle classi di EDO trattate finora

  - ✓ Il **metodo delle isocline**

Risoluzione di EDO del 1° ordine lineari omogenee

- EDO del primo ordine dove f dipende linearmente da y

$$y'(x) + \boxed{P(x)y} = Q(x)$$

- Consideriamo il **caso omogeneo** $Q(x) = 0$

$$\Rightarrow \quad y' + P(x)y = 0$$

- Supponiamo $y(x) \neq 0 \ \forall x \in I$

Integrale Generale

$$y = Ce^{-A(x)} \qquad A(x) = \int P(x)dx$$

Risoluzione di EDO del 1° ordine lineari non-omogenee

- Problema di Cauchy (caso non-omogeneo $Q(x) \neq 0$)

$$\begin{cases} y' + P(x)y = Q(x) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

Integrale Particolare

soluzione

$$y = y_0 e^{-A(x)} + e^{-A(x)} \int_{x_0}^{x} Q(\xi) e^{-A(\xi)} d\xi$$

$$A(x) = \int_{x_0}^{x} P(\xi) d\xi$$

- Se $Q(x) = 0$ si riottiene la soluzione del caso omogeneo

Risoluzione di EDO del 1° ordine a variabili separabili

- **Forma generale** delle EDO a variabili separabili

$$y'(x) = Q(x)R(y)$$

- $Q(x)$ e $R(y)$ funzioni continue che non dipendono da y'

$Q(x)$ **dipende solo da** x **e** $R(y)$ **dipende solo da** y

soluzione →

$$\int \frac{dy}{R(y)} = \int Q(x)dx + C$$

Risoluzione di EDO del 1° ordine omogenee

- In generale non lineari e che soddisfano la **proprietà di omogeneità**

$$y'(x) = f(x, y) = f(\alpha x, \alpha y) \quad \forall x, y \; \forall \alpha \neq 0$$

$$\begin{cases} v = \frac{y}{x} \\ y' = (vx)' \end{cases} \Rightarrow \boxed{x \frac{dv}{dx} = F(v)}$$

soluzione

$$\boxed{\int \frac{dv}{F(v)} = \int \frac{dx}{x} + C}$$