



eCAMPUS
UNIVERSITÀ

DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Radici di equazioni non lineari

Lezione 1.3b

Metodi numerici per il calcolo delle radici

Modifica il metodo delle corde

- Il metodo delle corde: un caso particolare della famiglia di metodi
- Utilizza una retta di pendenza costante:

$$q = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Rapporto incrementale
di $f(x)$ in $[a, b]$

- **Modificare il metodo delle corde:**

- Rapporto incrementale variabile q_n
- Retta con inclinazione diversa $\forall n$
- migliora la velocità della ricerca della radice α

Metodo delle Secanti:

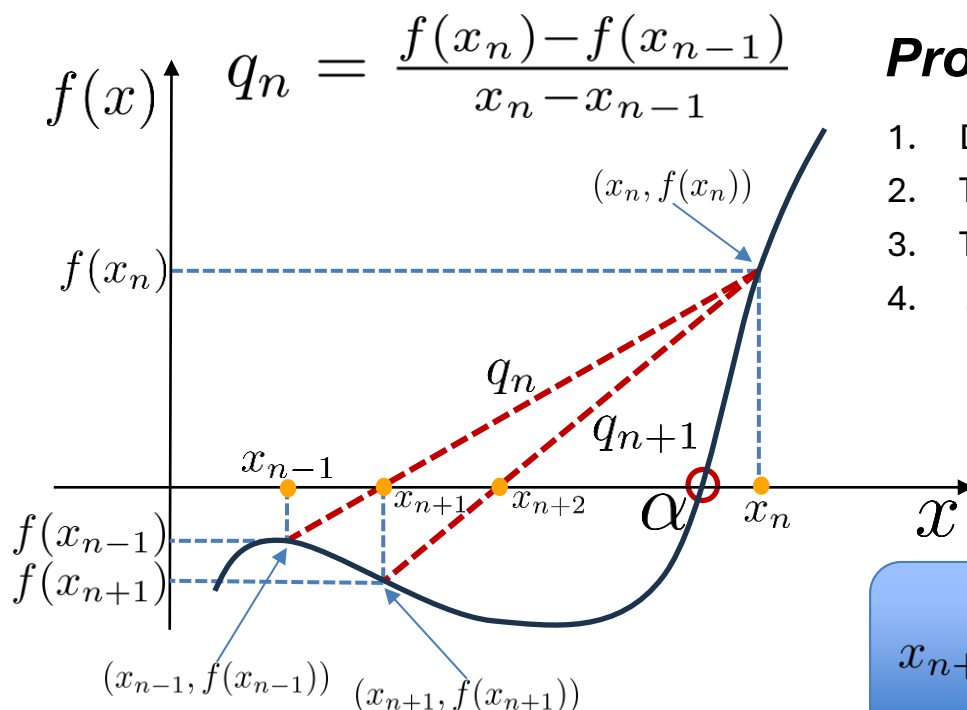
rapporto incrementale tra gli ultimi due punti calcolati

Metodo di Newton:

impiega la derivata prima della funzione nel punto corrente

Metodo delle secanti (2° metodo della famiglia)

- Consideriamo $f(x)$ arbitraria con una radice α e **due valori iniziali** x_{n-1}, x_n
- Scegliamo una retta con pendenza variabile $q_n \forall n$
- Prendiamo la secante passante per i punti $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ $(x_n, f(x_n))$



Processo iterativo: $x_n \longrightarrow x_{n+1}$

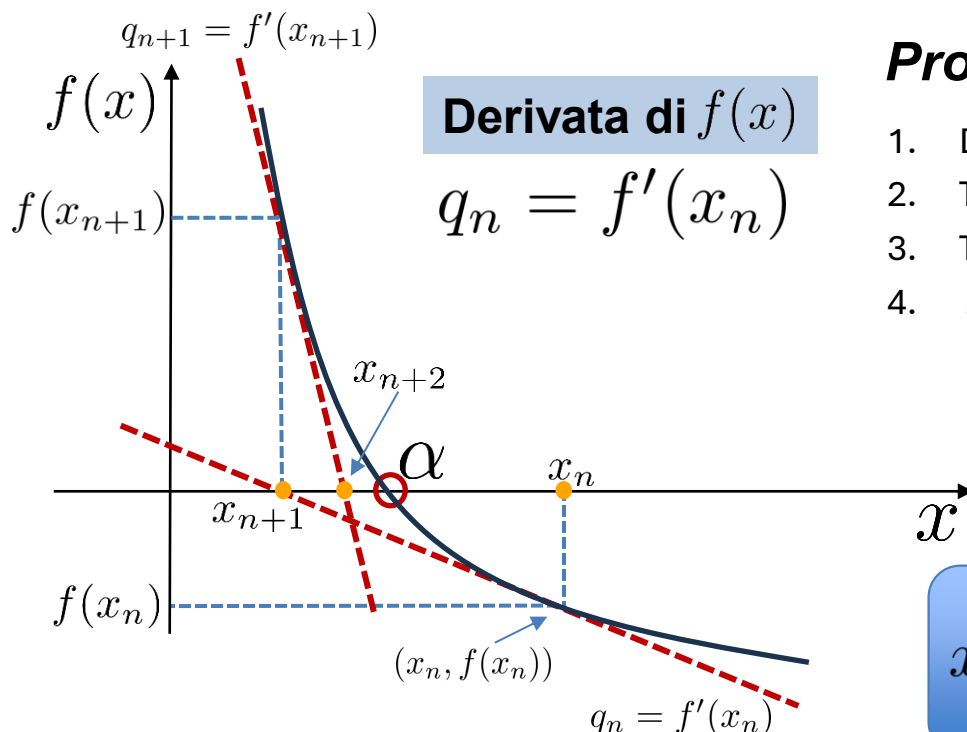
1. Dato x_{n-1}, x_n , calcoliamo $f(x_{n-1}), f(x_n)$
2. Troviamo q_n della retta secante
3. Tracciamo la retta secante con pendenza q_n
4. x_{n+1} : intersezione delle rette con l'asse x

Metodo delle Secanti

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(x_n - x_{n-1})f(x_n)}{f(x_n) - f(x_{n-1})} \quad \forall n \geq 1$$

Metodo di Newton (3° metodo della famiglia)

- Consideriamo $f(x)$ arbitraria, continua e derivabile, una radice α , un punto x_n
- Scegliamo la retta con pendenza variabile $q_n = f'(x_n) \quad \forall n$
- Prendiamo la tangente alla curva nel punto $(x_n, f(x_n))$



Processo iterativo: $x_n \longrightarrow x_{n+1}$

1. Dato x_n , calcoliamo $f(x_n)$
2. Troviamo $q_n = f'(x_n)$ della retta tangente
3. Tracciamo la retta tangente con pendenza q_n
4. x_{n+1} : intersezione della retta con l'asse x

Metodo di Newton

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \forall n \geq 0$$

Metodo di Newton

- Introduce la derivata prima della funzione

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \forall n \geq 0$$

- Metodo Corde e Secanti si basano solo sui valori della $f(x)$ nei punti iterati
- La **secante** esprime meglio il comportamento della curva rispetto alla **corda**
- La **tangente** descrive la pendenza della curva in maniera più accurata possibile
- Il Metodo di Newton fornisce una **convergenza più rapida**
- **Applicabilità del Metodo di Newton:**
 - La funzione deve essere anche derivabile
 - Inoltre la derivata non deve annullarsi ad ogni iterazione

$$f'(x_n) \neq 0 \quad \forall n$$