



**eCAMPUS**  
UNIVERSITÀ

**DiSTA**

**Corso: Analisi Numerica**

**Docente: Roberto Piersanti**

# **Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie**

## **Lezione 5.6a**

Condizioni di risolubilità del problema di Cauchy



## Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

- **Introduzione** sulle **Equazioni differenziali ordinarie (EDO)**
- Richiamare **aspetti fondamentali delle EDO**
  - ✓ Soluzione per le EDO del primo ordine omogenee
  - ✓ Relazione funzionale (NON chiusa/esplicita) implicita
  - ✓ Risolubilità del Problema di Cauchy
  - ✓ Condizioni di **Esistenza e unicità** della sol. del

## Risoluzione di EDO (Equazioni differenziali omogenee)

- Classe di EDO: equazioni differenziali omogenee del primo ordine

$$y'(x) = f(x, y)$$

- In generale non lineari e che soddisfano la **proprietà di omogeneità**

$$f(\alpha x, \alpha y) = f(x, y) \quad \forall x, y \quad \forall \alpha \neq 0$$

- Scegliendo  $\alpha = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ )

$$y'(x) = f\left(1, \frac{y}{x}\right)$$

## Risoluzione di EDO (Equazioni differenziali omogenee)

➤ Introducendo la nuova incognita  $v$

$$v = \frac{y}{x} \quad \longrightarrow \quad y'(x) = f\left(1, \frac{y}{x}\right) = f(1, v)$$

$$\downarrow$$
$$y = vx \quad \longrightarrow \quad y' = \frac{dy}{dx} = v'x + v$$

$$\longrightarrow \quad v'x + v = f(1, v)$$


$$x \frac{dv}{dx} = f(1, v) - v = F(v)$$

$$x \frac{dv}{dx} = F(v)$$

## Risoluzione di EDO (Equazioni differenziali omogenee)

- EDO del primo ordine omogenee **come EDO a variabili separabili**

$$x \frac{dv}{dx} = F(v)$$

 **soluzione**  $\int \frac{dv}{F(v)} = \int \frac{dx}{x} + C$

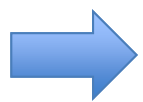
- **Esempio**

$$y' = \frac{y-x}{y+x} \rightarrow y' = \frac{\frac{y}{x} - 1}{\frac{y}{x} + 1}$$


$$\left\{ \begin{array}{l} v = \frac{y}{x} \\ y' = (vx)' \end{array} \right. \rightarrow x \frac{dv}{dx} + v = \frac{v-1}{v+1} \rightarrow$$

## Risoluzione di EDO (Equazioni differenziali omogenee)

➤ **Esempio**


$$\int \frac{v+1}{v^2+1} dv = \int \frac{1}{x} dx + C$$

➤ **Risolvendo gli integrale** e con alcune manipolazioni algebriche


$$\frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + \tan \frac{y}{x} = C$$

➤ Abbiamo derivato una **formula implicita** (NON esplicita) per  $y(x)$

$y = y(x)$  ? **Impossibile !**

