eCAMPUS UNIVERSITÀ | DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Metodi numerici per equazioni differenziali ordinarie

Lezione 6.2b

Differenze finite in avanti, all’indietro e centrate

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

➢ Sviluppo in **serie di Taylor in avanti/indietro** della funzione $y(x)$

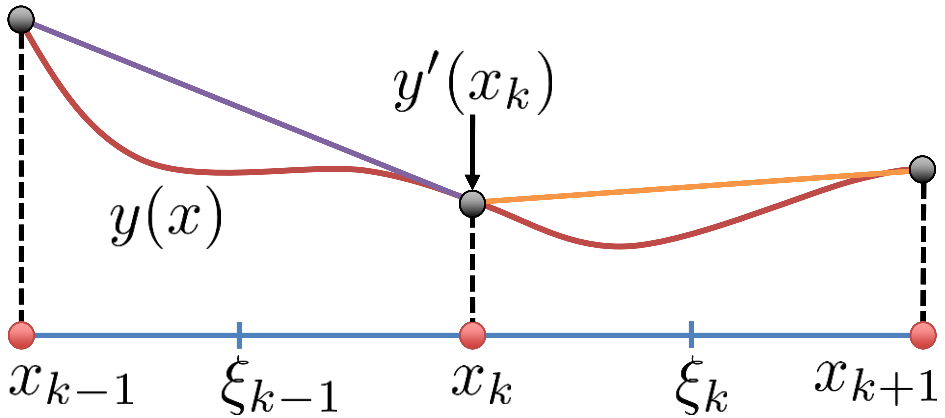
(DF in avanti) Differenza Finita in avanti

$$y'(x_k) = \frac{y_{k+1} - y_k}{h} + O(h)$$

(DF all'indietro) Differenza Finita all'indietro

$$y'(x_k) = \frac{y_k - y_{k-1}}{h} + O(h)$$

2° ordine



Tangente alla curva

Secante tra i due punti

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- Sviluppi di Taylor **di ordine superiore** della funzione $y(x)$

A) $$y(x+h) = y(x) + y'(x)h + \frac{y''(x)}{2}h^2 + \frac{y'''(\xi)}{6}h^3$$

I) $$y(x-h) = y(x) - y'(x)h + \frac{y''(x)}{2}h^2 - \frac{y'''(\xi)}{6}h^3$$

3° ordine

- Specificando gli sviluppi per x_{k+1} (**A**) e x_{k-1} (**I**) e calcolando **A + I**

(DF centrata) Differenza Finita centrata

$$y'(x_k) = \frac{y_{k+1} - y_{k-1}}{2h} + O(h^2)$$

- **Errore commesso è dell'ordine di** $O(h^2)$

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- Differenze finite in **avanti/indietro** e **centrate**

(DF in avanti) Differenza Finita in avanti

$$y'(x_k) = \frac{y_{k+1} - y_k}{h} + O(h)$$

(DF all'indietro) Differenza Finita all'indietro

$$y'(x_k) = \frac{y_k - y_{k-1}}{h} + O(h)$$

(DF centrata) Differenza Finita centrata

$$y'(x_k) = \frac{y_{k+1} - y_{k-1}}{2h} + O(h^2)$$

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- Ricordando la definizione generica di G

$$y'(x_k) \approx G(y_{k-1}, y_k, y_{k+1})$$

$$G(y_{k-1}, y_k, y_{k+1}) = \begin{cases} \frac{y_{k+1} - y_k}{h} & \text{DF avanti} \\ \frac{y_k - y_{k-1}}{h} & \text{DF indietro} \\ \frac{y_{k+1} - y_{k-1}}{2h} & \text{DF centrate} \end{cases}$$

- Si applicano queste formule per **specificare il metodo numerico**

$$u_k \to y_k$$

Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie

- **Metodo di Eulero in avanti (EA)** ➡ DF in avanti

$$\frac{u_{k+1} - u_k}{h} = f(x_k, u_k) \qquad k = 0, \ldots, n-1$$
$$u_0 = y_0$$

- **Metodo di Eulero all'indietro (EI)** ➡ DF all'indietro

$$\frac{u_{k+1} - u_k}{h} = f(x_{k+1}, u_{k+1}) \qquad k = 0, \ldots, n-1$$
$$u_0 = y_0$$