



eCAMPUS
UNIVERSITÀ

DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Risoluzione di sistemi lineari

Lezione 2.5b

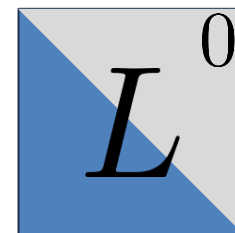
La Fattorizzazione LU

Risoluzione di sistemi lineari (la fattorizzazione LU)

➤ MEG = scomposizione di A come prodotto di due matrici triangolari

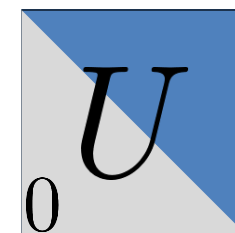
- L triangolare inferiore, con $L_{ii} = 1 \ \forall i$ ed i moltiplicatori $m_{i,k}$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ m_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & \dots & m_{n,n-1} & 1 \end{pmatrix}$$



- U triangolare superiore, data dall'ultimo passo del MEG

$$U = A^{(n)} \leftarrow A^{(1)} = A$$



Fattorizzazione LU

$$A = LU$$

Risoluzione di sistemi lineari (la fattorizzazione LU)

- La fattorizzazione LU è una reinterpretazione del MEG

$$A = LU$$

- Dal punto di vista pratico è possibile risolvere il sistema

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

senza eseguire esplicitamente il MEG

- E' possibile sviluppare un algoritmo che sfrutta la caratterizzazione di A come prodotto di L e U

Decomposizione di Doolittle

Risoluzione di sistemi lineari (vantaggi della LU)

- Vantaggi della fattorizzazione LU per risolvere

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

1. L e U non dipendono dal termine noto \mathbf{b}

$$A = LU$$

- ✓ È possibile utilizzare la stessa fattorizzazione per risolvere

$$A\mathbf{x} = \mathbf{c}$$

\mathbf{c} generico
termine noto

2. Risoluzione del sistema

$$A\mathbf{x} = LU\mathbf{x} = \mathbf{c} \quad =$$

**Risolvere due
sistemi triangolari**

Risoluzione di sistemi lineari (vantaggi della LU)

- Risoluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{c}$

$$A = LU \longrightarrow LU\mathbf{x} = \mathbf{c}$$

- Ponendo

$$\mathbf{y} = U\mathbf{x} \longrightarrow L\mathbf{y} = \mathbf{c}$$

- L è una matrice triangolare inferiore e \mathbf{c} è il termine noto

$$L\mathbf{y} = \mathbf{c} \quad \textbf{Sostituzioni in avanti}$$

- Calcolato \mathbf{y} , lo si usa come termine noto per risolvere

$$U\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad \textbf{Sostituzioni all'indietro}$$

Risoluzione di sistemi lineari (costo della LU)

- Risoluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{c}$ con la fattorizzazione LU è

