RISOLUZIONE DI SISTEMI LINEARI: METODI ITERATIVI (Esercizi di fine nucleo: parte 1)

- **Esercizio 1 – metodo di Jacobi**
  Dato il sistema $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ dove
  $$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 6 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 7 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix},$$
  eseguire due iterazioni con il metodo di Jacobi, partendo da un vettore iniziale
  $$\boldsymbol{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.8 \\ 1.2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

- **Esercizio 2 – metodo di Jacobi**
  Dato il sistema $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ dove
  $$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix},$$
  eseguire due iterazioni con il metodo di Jacobi, partendo da un vettore iniziale
  $$\boldsymbol{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$
  utilizzando quattro cifre decimali.

- **Esercizio 3 – metodo di Gauss-Seidel**
  Dato il sistema $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ dove
  $$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 18 \\ 17 \end{bmatrix},$$
  eseguire due iterazioni con il metodo di Gauss-Seidel, partendo da un vettore iniziale
  $$\boldsymbol{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

- **Esercizio 4 – metodo di Gauss-Seidel**
  Dato il sistema $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ dove

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix},$$

eseguire due iterazioni con il metodo di Gauss-Seidel, partendo da un vettore iniziale

$$\boldsymbol{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

utilizzando due cifre decimali.