eCAMPUS UNIVERSITÀ

DiSTA

Corso: Analisi Numerica

Docente: Roberto Piersanti

Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

Lezione 5.3a

Campo di direzioni, isocline ed
EDO lineari del primo ordine omogenee

Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie

- **Introduzione** sulle **Equazioni differenziali ordinarie (EDO)**

- Analisi delle **EDO del primo ordine**

  - ✓ Espressione in Forma normale e Forma autonoma
  - ✓ Aspetti geometrici: **Campo di direzioni** e **Isocline**
  - ✓ Soluzione in forma chiusa/esplicita
  - ✓ **EDO del 1° ordine lineari (caso omogeneo)**

Risoluzione di EDO (Forma normale)

➢ Espressione generale di una **EDO del primo ordine** $n = 1$

$$F(x, y(x), y'(x)) = 0$$

- x variabile indipendente
- $y(x)$ variabile dipendente (funzione incognita)
- $y'(x) = \frac{dy}{dx}$ derivata ordinaria di ordine $n = 1$

➢ EDO scritta in **forma normale**

$$\boxed{y'(x) = f(x, y(x))}$$

Risoluzione di EDO (Equazioni differenziali autonome)

- **EDO autonome**: sottoclasse di EDO del primo ordine in forma normale

$$y'(x) = f(y)$$

- $y'(x)$ dipende solo dalla y

- $y'(x)$ non dipende da x

- La relazione funzionale $f(y)$ descrive esattamente la derivata $y'(x)$

Risoluzione di EDO (Campo di direzione)

- Caratterizzazione con **elementi geometrici** per EDO del 1° ordine

$$y' = f(x, y)$$

EDO del 1°ordine in foma normale

- Punto p nel piano xy di coordinate (x_p, y_p)

$$f(x_p, y_p) =$$

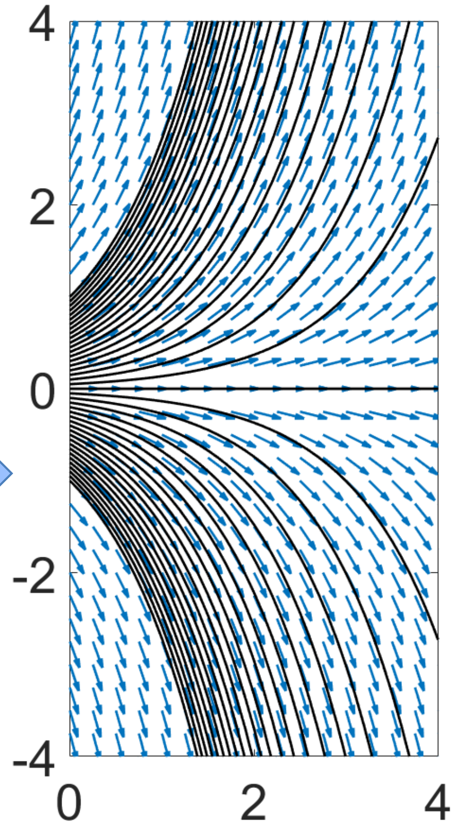
Coefficiente angolare della curva $y'(x)$

Campo di direzioni: insieme di vettori tangenti alla curva integrale $y(x)$ nel punto (x_p, y_p)

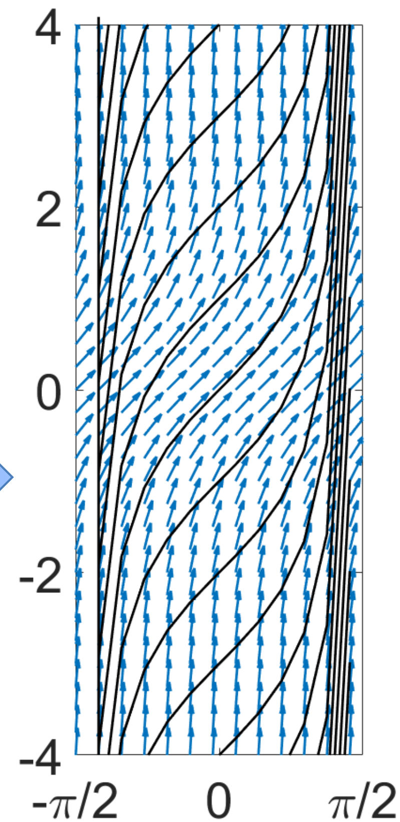
Risoluzione di EDO (Campo di direzione)

- **Curve integrali:** le soluzioni $y(x) \quad \forall C \in \mathbb{R}$
- **Campo di direzioni:** i vettori tangenti alla curva $\forall p = (x_p, y_p)$

$$y' = y$$



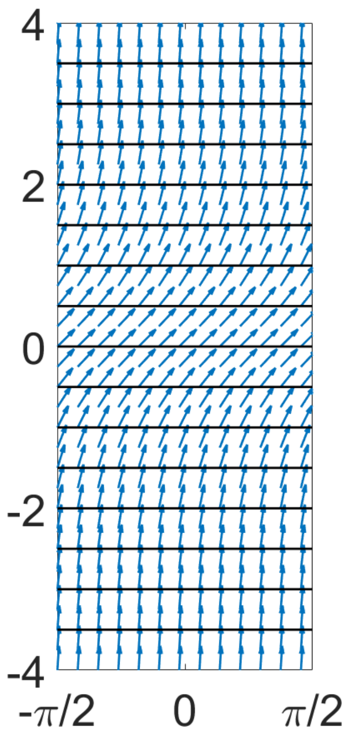
$$y' = 1 + y^2$$



Risoluzione di EDO (Isoclina)

- Un ulteriore elemento geometrico per rappresentare le soluzioni di EDO
- **Isoclina:** una curva su cui $y' = cost$
- Esempi:

$$y' = 1 + y^2$$



$$y' = x^2 - y^2$$