

Numeri Complessi \rightarrow possono essere scritti in 3 forme

FORMA ALGEBRICA $\rightarrow z = \boxed{a} + \boxed{i} \boxed{b} \rightarrow$ PARTE IMMAGINARIA
 $\downarrow \quad \quad \downarrow$
PARTE REALE UNITÀ IMMAGINARIA

Operazioni con i numeri complessi in forma algebrica:

$$z = a + ib \quad w = c + id \quad \text{con } (w, z \in \mathbb{C}) (a, b, c, d \in \mathbb{R})$$

$$\text{Somma} \Rightarrow w + z \stackrel{\text{def}}{=} (a+c) + i(b+d)$$

$$\begin{aligned} \text{Prodotto} \Rightarrow w \cdot z &\stackrel{\text{def}}{=} (a+ib)(c+id) = \\ &= ac + ibc + aid + i^2 bd \\ &= ac + i(ad+bc) - bd \\ &= (ac-bd) + i(ad+bc) \end{aligned}$$

$$\text{Il complesso coniugato di } z \text{ è } \bar{z} \stackrel{\text{def}}{=} a - ib$$

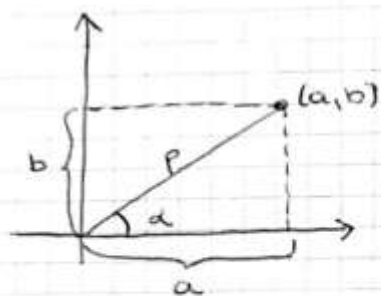
Divisione \Rightarrow possiamo dividere se $w \neq 0$

$$\frac{z}{w} \text{ se } w \neq 0$$

Per fare la divisione con i numeri complessi bisogna razionalizzare

$$\text{FORMA POLARE} \rightarrow z = \boxed{p} \left[\cos(\boxed{\theta}) + \boxed{i} \sin(\theta) \right]$$

$\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$
RO TETA UNITÀ IMMAGINARIA



$$\begin{aligned} a &= p \cos \theta \\ b &= p \sin \theta \end{aligned}$$

p si dice modulo di z scritto $\|z\|$
 θ si dice l'argomento di z

$$\text{Quindi } z = p \cos \theta + i p \sin \theta = p (\cos \theta + i \sin \theta) \Rightarrow \text{FORMA POLARE DI } z$$

$$\text{OSS: } \|z\| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\|z\|^2 = z \cdot \bar{z}$$

Operazioni con la forma polare:

$$z = p \cos \theta + i p \sin \theta \quad e \quad w = r \cos \varphi + i r \sin \varphi \quad \text{con } (z, w \in \mathbb{C}) (p, r \geq 0) (\theta, \varphi \in \mathbb{R})$$

$$\begin{aligned} w \cdot z &= (p \cos \theta + i p \sin \theta) (r \cos \varphi + i r \sin \varphi) \\ &= pr (\cos(\theta + \varphi) + i \sin(\theta + \varphi)) \end{aligned}$$

FORMA ESPONENZIALE \rightarrow $p e^{i\theta} = p(\cos\theta + i\sin\theta)$

Diagramma: Un cerchio unitario con centro nell'origine. Un punto sulla circonferenza è etichettato con $i\theta$. Una freccia indica l'angolo θ (TETA) rispetto all'asse reale. Una freccia indica la distanza p (RO) dall'origine al punto.

Per risolvere le equazioni z^d con i numeri complessi

Per risolvere le equazioni di secondo grado con i numeri complessi

basta applicare la formula risolutiva tradizionale $z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

z^m è preferibile risolverla con la forma esponenziale, cioè:

$$z^m \rightarrow (p e^{i\theta})^m = p^m \cdot e^{im\theta} = p^m \cdot [\cos(m\theta) + i\sin(m\theta)]$$