STUDIO DI FUNZIONE

- **Cosa significa studiare una funzione?**

Studiare una funzione significa determinare gli elementi caratteristici che ci permettono di disegnare il grafico della seguente funziona presa in analisi.

- **Come si studia l'andamento di una funzione?**

Gli elementi che ci permetteranno di disegnare il grafico della funzione vanno svolti e analizzati man mano. Questi elementi sono:

- Il **dominio** → che ci permette di determinare **dove la funzione è definita**
- La **simmetria** → la presenza di eventuali simmetrie **semplifica la ricerca del grafico** della funzione
- la **periodicità**→ solitamente riguarda le funzioni trigonometriche, però la presenza di eventuali periodicità **ci consente di limitare lo studio della funzione in un solo periodo**
- **L'intersezione con gli assi** → ci permette di **individuare punti di contatto della funzione con l'asse X con l'asse Y**
- Lo **studio del segno** di una funzione → ci permette di **individuare le regioni di piano in cui la funzione è positiva o negativa**
- **Asintoti** → intendiamo **una retta** (verticale, orizzontale, obliqua) **alla quale si avvicina indefinitamente la funzione** che si sta analizzando
- **Massimi e minimi** → ci permettono di capire dove la funzione è **crescente** e raggiunge **il punto di massimo** o è **decrescente** e raggiunge **il punto di minimo**
- **Punti di flesso** e **concavità** → andremo a determinarli entrambi facendo la derivata seconda: con i punti di flesso determiniamo **il punto in cui si manifesta un cambiamento di convessità**; per quanto riguarda concavità andremo a **determinare il suo andamento che può essere verso l'alto o verso il basso**

Dopo aver trovato i seguenti elementi citati la funzione può essere disegnata.

Analizziamo i seguenti elementi citati prima che ci servono per studiare una funzione:

DOMINIO → si calcola a seconda dei casi (vedi schema con tutti i casi più noti)

LA SIMMETRIA → per calcolare la presenza di alcune simmetrie bisogna calcolarsi *f (- x),* per farlo basta sostituire *(– x)* alla funzione da studiare. I risultati possibili possono essere 3:

- *f (x)* allora la funzione sarà pari (ciò significa che il grafico è simmetrico rispetto all'asse delle y)
- *- f (x)* allora la funzione sarà dispari (ciò significa che il grafico è simmetrico rispetto all'asse dell'origine)
- Se non accade nessuna delle due possibilità citate prima la funzione non sarà ne pari ne dispari

PERIODICITA' → per determinare il periodo di una qualsiasi funzione seno o coseno bisognerà applicare la formula

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

per determinare il periodo di una qualsiasi funzione tangente bisognerà applicare la formula

$$T = \frac{\pi}{\omega}$$

INTERSEZIONI CON GLI ASSI → avremo 2 casi:

- per trovare il punto di intersezione con l'asse x bisogna eguagliare l'equazione analitica a *f (x) = 0*

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$$

- Per trovare il punto di intersezione con l'asse y bisogna sostituire all'interno dell'espressione analitica x = 0 *f (0)*

$$\begin{cases} y = f(x) \\ x = 0 \end{cases}$$

STUDIO DEL SEGNO → per trovare gli intervalli dove è positiva la funzione bisogna porre *f (x) > 0;* invece se poniamo $f\ (x)\ <\ 0$ andremo a vedere gli intervalli dove la funzione sarà negativa

ASINTOTI → ne esistono di 3 tipi e si determinano nel seguente modo:

- **verticale:** si cerca facendo…

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \begin{cases} n\ finito \rightarrow\ l'asintoto\ Non\ Esiste \\ \pm\infty \rightarrow Esiste \rightarrow \boldsymbol{x = x_0} \end{cases}$$

- **orizzontale:** si cerca facendo…

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \begin{cases} \pm\infty \rightarrow l'asintoto\ Non\ Esiste \\ n\ finito \rightarrow Esiste \rightarrow \boldsymbol{y = n} \end{cases}$$

- **obliquo:** si cerca facendo…

$$\boldsymbol{m} = \lim_{x \to \pm\infty} f(x) \cdot \frac{1}{x} = \begin{cases} \pm\infty \rightarrow l'asintoto\ Non\ Esiste \\ 0 \rightarrow l'asintoto\ Non\ Esiste \\ m\ finito \rightarrow si\ cerca\ q \end{cases}$$

$$\boldsymbol{q} = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - mx] = \begin{cases} \pm\infty \rightarrow l'asintoto\ Non\ Esiste \\ q\ finito \rightarrow Esiste \rightarrow \boldsymbol{y = mx + q} \end{cases}$$

MASSIMI E MINIMI → per cercare i punti di massimo e minimo bisogna calcolarsi la derivata prima è porla uguale a 0

$$f'(x) = 0$$

Invece, per vedere la crescenza o decrescenza della funzione bisogna sempre calcolarsi la derivata prima è porla maggiore di 0

$$f'(x) > 0$$

PUNTI DI FLESSO E CONCAVITA' → per cercare i punti di flesso bisogna calcolarsi la derivata seconda è porla uguale a 0

$$f''(x) = 0$$

Invece, per vedere la concavità della funzione bisogna sempre calcolarsi la derivata seconda è porla maggiore di 0

$$f''(x) > 0$$

- Se la derivata seconda è positiva la concavità sarà verso l'alto (∪)
- Se la derivata seconda è negativa la concavità sarà verso il basso (∩)