Appunti di Logica e Algebra 2

Pietro Pizzoccheri

2024

Indice

1 Introduzione

1.1 Insiemi

Un insieme è una collezione di oggetti, detti elementi dell'insieme.

$$\mathbb{N} := \{0, 1, 2, 3, ...\} \quad \text{insieme dei numeri naturali}$$

$$\mathbb{Z} := \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\} \quad \text{insieme degli interi}$$

$$\mathbb{Q} := \left\{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\} \quad \text{insieme dei numeri razionali}$$

$$\mathbb{R} := \text{insieme dei numeri reali}$$

$$\mathbb{C} := \text{insieme dei numeri complessi}$$

1.1.1 Operazioni tra insiemi

$$\subseteq \quad \text{inclusione tra insiemi}$$

$$\subsetneq \quad \text{inclusione propria tra insiemi}$$

$$X \subseteq Y \quad \text{si legge "}X\text{ è sottoinsieme di }Y\text{" o "}X\text{ è incluso in }Y\text{"}$$

Se X è un insieme finito, indico con $|X|$ il numero di elementi di X, detto anche la **cardinalità di** X.

$$\varnothing : \text{Insieme vuoto e } |\varnothing| = 0$$

Siano X e Y due insiemi. L'insieme $X \times Y := \{(x, y) : x \in X, y \in Y\}$ lo chiamiamo **prodotto cartesiano** di X e Y.

Sia $A \in \mathcal{P}(x)$, dove $\mathcal{P}(X) := \{A : A \subseteq X\}$ è detto **Insieme delle parti di** X. L'insieme $A^c := X \setminus A$ è detto **complementare** di A

1.2 Funzioni

Siano X e Y due insiemi. **Una funzione** f **da** X **a** Y è un sottoinsieme $F \subseteq X \times Y$ tale che:

- $(x, y_1) \in F$, $(x, y_2) \in F \implies y_1 = y_2$, $\forall x \in X$, $y_1, y_2 \in Y$.
- $x \in X \implies \exists y \in Y$ tale che $(x, y) \in F$

Una funzione $F \subseteq X \times Y$ la indichiamo con $f : X \to Y$. E scriviamo $f(x) = y$ se $(x, y) \in F$.

La funzione $Id_x : X \to X$ tale cge $Id_x(x) = x \forall x \in X$ la chiamiamo **funzione identità su** X