Secondo parziale di Geometria (Ing. Meccanica) 20-12-2016-B

1) Trovare:

a) l'equazione del cono $\mathcal{L}$ che proietta la circonferenza $\mathcal{C} \equiv \begin{cases} x^2+y^2-9=0 \\ z=2 \end{cases}$ dal vertice $V(0,0,5)$,

b) le equazioni, il centro e il raggio della circonferenza $\overline{\mathcal{C}}$ intersezione del cono $\mathcal{L}$ con il piano di equazione $z=-1$.

2) Determinare gli eventuali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali

a) la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 8 & \alpha \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile,

b) A e' invertibile e $|A^{-1}| < |A|$.

c) Posto $\alpha = 1$, esprimere A^3 come combinazione lineare di A^2, A, I.

3) Sia

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \qquad (A \text{ è simmetrica})$$

a) Diagonalizzare A con una matrice ortogonale U.

b) Determinare la decomposizione spettrale del tensore T associato ad A.

c) Trovare $\alpha \in \mathbf{R}$ in modo che T sia ortogonale al tensore $S((x,y,z)) = (y+\alpha z, x+y, x+z)$.

d) Trovare il tensore emisimmetrico $E((x,y,z))$ in $\mathbf{R}^3$ di vettore assiale $\mathbf{v}_1 = T((1,1,1))$.

e) Dire se A è definita positiva e in caso affermativo calcolare determinante e traccia di $\sqrt{A}$.

N.B. Tutti i passaggi devono essere opportunamente giustificati.

Scanned by CamScanner