

## Compito di Geometria e Algebra per Ingegneria dell'Informazione 16-02-2010

1) Sia  $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  la funzione lineare definita da

$$f((x, y, z)) = (2x + y - z, y + 5z, 3x + 2y + kz) \quad (k \in \mathbf{R})$$

Al variare di  $k$  in  $\mathbf{R}$

- trovare una base e la dimensione di  $N_f$  (nucleo di  $f$ ) e di  $I_f$  (immagine di  $f$ ),
- stabilire se  $f$  è iniettiva o suriettiva,
- discutere l'appartenenza di  $\mathbf{v} = (\alpha, 3, 3)$  ad  $I_f$  ( $\alpha \in \mathbf{R}$ ).

2) Discutere

$$\begin{cases} x + 3y + z + 2t = 0 \\ \beta x + 4y + 2z + 3t = 0 \\ -x + 2z + \alpha t = 0 \end{cases} \quad (\alpha, \beta \in \mathbf{R})$$

3) Sia  $A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 8 & \alpha \end{pmatrix}$ .

- Determinare gli eventuali valori di  $\alpha \in \mathbf{R}$  per i quali  $A$  è diagonalizzabile.
- Calcolare  $(1 \ 1 \ 1) \cdot A_{-1}$ .
- Trovare gli eventuali  $\alpha \in \mathbf{R}$  per i quali  $\det(A^{-1}) < -1/5$ .

4) Sia  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

- Diagonalizzare  $A$  con una matrice ortogonale  $U$ .
- Dire "cosa" rappresentano geometricamente (in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $Oxyz$ ) gli autospazi di  $A$ .

5) Determinare:

- le equazioni ridotte della retta passante per  $P(-1, 2, 3)$ , perpendicolare alla retta

$$t \equiv \begin{cases} x = 2z - 4 \\ y = z + 2 \end{cases} \text{ e parallela al piano } \pi \equiv 4x + 2y + z - 7 = 0;$$

- $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$  in modo che  $d(r, s) = \sqrt{17}$  con

$$r \equiv \begin{cases} x = 4z - 7 \\ y = 3z + 4 \end{cases} \quad \text{e} \quad s \equiv \begin{cases} x = 4z + \alpha \\ y = z + \beta \end{cases}$$

- le equazioni delle eventuali sfere tangenti il piano  $\pi_1 \equiv x + y + z - 9 = 0$  in  $Q(3, 3, 3)$  ed aventi il centro sul piano  $\pi_2 \equiv x - y + z - 4 = 0$ .

6) Con il metodo del completamento dei quadrati studiare la conica  $\mathcal{C} \equiv x^2 - 6x + y + 10 = 0$  e tracciarne il grafico.