Primo parziale di Geometria (Ing. Informatica) 28-10-2009-A

1) Siano $W_1 = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ \begin{cases} x - 3y + 6z = 0 \\ kx - 3y + 6z = 0 \end{cases} \quad k \in \mathbf{R} \ \} \sqsubset \mathbf{R}^3$ e
$W_2 = \{(x - z, \alpha y + z, 4x + 6y - z) \ : \ x, y, z \in \mathbf{R}\} \sqsubset \mathbf{R}^3 \quad (\alpha \in \mathbf{R})$.

a) Al variare di $k \in \mathbf{R}$, trovare una base e la dimensione di W_1.

b) Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, trovare una base e la dimensione di W_2.

c) Discutere l'appartenenza di $\mathbf{v} = (\beta, -3, -1)$ a W_2 ($\beta \in \mathbf{R}$).

d) Determinare, motivando la risposta, gli eventuali valori di k per i quali $W_1 = [S]$, dove $S = \{(-3, 1, 1), (0, 4, 2), (3, 1, 0)\}$.

2) Discutere i seguenti sistemi lineari

a) $\begin{cases} x - 2z + t = 2 \\ 2y - 3z + \alpha t = \beta \\ -3x + 8y - 6z + t = -2 \end{cases}$, a') $\begin{cases} x - 2z + t = 0 \\ 2y - 3z + \alpha t = 0 \\ -3x + 8y - 6z + t = 0 \end{cases}$ $(\alpha, \beta \in \mathbf{R})$

3) Trovare

a) le equazioni ridotte della retta passante per $P(1, 2, 3)$ perpendicolare alla retta $r \equiv \begin{cases} x = 2z + 3 \\ y = z + 5 \end{cases}$ e parallela al piano $\pi \equiv 2x + 3y + z - 8 = 0$;

b) la minima distanza tra le rette $r \equiv \begin{cases} x = 2z - 4 \\ y = 3z - 3 \end{cases}$ e $s \equiv \begin{cases} x = 2z - 1 \\ y = 4z - 1 \end{cases}$;

c) le equazioni delle (eventuali) sfere aventi il centro sulla retta $t \equiv \begin{cases} x = z \\ y = z \end{cases}$, raggio $r = 11/7$ e tangenti il piano $\pi \equiv 2x + 3y + 6z - 22 = 0$.

Primo parziale di Geometria (Ing. Informatica) 28-10-2009-B

1) Siano $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ \begin{cases} 3x + y - 6z = 0 \\ 3x + ky - 6z = 0 \end{cases} \quad k \in \mathbf{R} \ \} \sqsubset \mathbf{R}^3$ e
$W_2 = \{(2x - y, -3x + \alpha y + 2z, -x - y + 6z) \ : \ x, y, z \in \mathbf{R}\} \sqsubset \mathbf{R}^3 \quad (\alpha \in \mathbf{R})$.

a) Al variare di $k \in \mathbf{R}$, trovare una base e la dimensione di W_1.

b) Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, trovare una base e la dimensione di W_2.

c) Discutere l'appartenenza di $\mathbf{v} = (\beta, 0, 4)$ a W_2 ($\beta \in \mathbf{R}$).

d) Determinare, motivando la risposta, gli eventuali valori di k per i quali $W_1 = [S]$, dove $S = \{(1, -3, 0), (1, 3, 1), (4, 0, 2)\}$.

2) Discutere i seguenti sistemi lineari

a) $\begin{cases} 2x + y - 2z = \beta \\ \alpha x + y - 3z + 2t = 0 \\ -2x + y - 6z + 8t = -3 \end{cases}$, a') $\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ \alpha x + y - 3z + 2t = 0 \\ -2x + y - 6z + 8t = 0 \end{cases} \quad (\alpha, \beta \in \mathbf{R})$

3) Trovare

a) le equazioni ridotte della retta passante per $P(1, 2, 3)$ perpendicolare alla retta $r \equiv \begin{cases} x = z + 5 \\ y = 2z + 3 \end{cases}$ e parallela al piano $\pi \equiv 4x + 2y + z + 8 = 0$;

b) la minima distanza tra le rette $r \equiv \begin{cases} x = 2z - 3 \\ y = 3z - 4 \end{cases}$ e $s \equiv \begin{cases} x = 4z + 1 \\ y = 3z + 1 \end{cases}$;

c) le equazioni delle (eventuali) sfere aventi il centro sulla retta $t \equiv \begin{cases} x = z \\ y = -z \end{cases}$, raggio $r = 11/7$ e tangenti il piano $\pi \equiv 2x - 3y + 6z - 22 = 0$.

Primo parziale di Geometria (Ing. Informatica) 28-10-2009-C

1) Siano $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ \begin{cases} x + ky - 6z = 0 \\ x + 3y - 6z = 0 \end{cases} \quad k \in \mathbf{R} \ \} \sqsubset \mathbf{R}^3$ e
$W_2 = \{(\alpha x - y + z, -3x + y, -x - y + 4z) \ : \ x, y, z \in \mathbf{R}\} \sqsubset \mathbf{R}^3 \quad (\alpha \in \mathbf{R})$.

a) Al variare di $k \in \mathbf{R}$, trovare una base e la dimensione di W_1.

b) Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, trovare una base e la dimensione di W_2.

c) Discutere l'appartenenza di $\mathbf{v} = (0, \beta, 6)$ a W_2 ($\beta \in \mathbf{R}$).

d) Determinare, motivando la risposta, gli eventuali valori di k per i quali $W_1 = [S]$, dove $S = \{(3, 1, 1), (6, 0, 1), (6, -2, 0)\}$.

2) Discutere i seguenti sistemi lineari

a) $\begin{cases} x - 2y + z + 2t = 0 \\ -3y + z + \alpha t = 2 \\ -3x - 6y + z - 2t = \beta \end{cases}$, a') $\begin{cases} x - 2y + z + 2t = 0 \\ -3y + z + \alpha t = 0 \\ -3x - 6y + z - 2t = 0 \end{cases}$ $(\alpha, \beta \in \mathbf{R})$

3) Trovare

a) le equazioni ridotte della retta passante per $P(1, 2, 3)$ perpendicolare alla retta $r \equiv \begin{cases} x = z + 7 \\ y = 2z - 5 \end{cases}$ e parallela al piano $\pi \equiv x + 2y + 3z - 5 = 0$;

b) la minima distanza tra le rette $r \equiv \begin{cases} x = 4z - 1 \\ y = 3z + 2 \end{cases}$ e $s \equiv \begin{cases} x = 4z + 1 \\ y = z - 5 \end{cases}$;

c) le equazioni delle (eventuali) sfere aventi il centro sulla retta $t \equiv \begin{cases} x = -z \\ y = -z \end{cases}$, raggio $r = 11/7$ e tangenti il piano $\pi \equiv 2x + 3y - 6z + 22 = 0$.

Primo parziale di Geometria (Ing. Informatica) 28-10-2009-D

1) Siano $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ \begin{cases} x - 3y + kz = 0 \\ x - 3y + 6z = 0 \end{cases} \quad k \in \mathbf{R} \ \} \sqsubset \mathbf{R}^3$ e
$W_2 = \{(2x + \alpha z, -3x + 2y, -x + 6y + 4z) \ : \ x, y, z \in \mathbf{R}\} \sqsubset \mathbf{R}^3 \quad (\alpha \in \mathbf{R})$.

a) Al variare di $k \in \mathbf{R}$, trovare una base e la dimensione di W_1.

b) Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, trovare una base e la dimensione di W_2.

c) Discutere l'appartenenza di $\mathbf{v} = (-1, \beta, -1)$ a W_2 ($\beta \in \mathbf{R}$).

d) Determinare, motivando la risposta, gli eventuali valori di k per i quali $W_1 = [S]$, dove $S = \{(6, 2, 0), (3, -1, -1), (-6, 0, 1)\}$.

2) Discutere i seguenti sistemi lineari

a) $\begin{cases} \alpha x - 2z + 2t = 1 \\ 2y - 3z + t = \beta \\ -3x + 8y - 6z - 2t = 1 \end{cases}$, a') $\begin{cases} \alpha x - 2z + 2t = 0 \\ 2y - 3z + t = 0 \\ -3x + 8y - 6z - 2t = 0 \end{cases}$ $(\alpha, \beta \in \mathbf{R})$.

3) Trovare

a) le equazioni ridotte della retta passante per $P(1, 2, 3)$ perpendicolare alla retta $r \equiv \begin{cases} x = 2z - 4 \\ y = z + 2 \end{cases}$ e parallela al piano $\pi \equiv 2x + y + 4z + 6 = 0$;

b) la minima distanza tra le rette $r \equiv \begin{cases} x = 3z + 2 \\ y = 4z - 1 \end{cases}$ e $s \equiv \begin{cases} x = z + 1 \\ y = 4z + 1 \end{cases}$;

c) le equazioni delle (eventuali) sfere aventi il centro sulla retta $t \equiv \begin{cases} x = -z \\ y = z \end{cases}$, raggio $r = 11/7$ e tangenti il piano $\pi \equiv 2x - 3y - 6z + 22 = 0$.