Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica e Informatica

Probabilità e Statistica 18 Febbraio 2015

Tempo a disposizione : 3 ore Correzione alla fine dell'esame

Problema 1.

Allineiamo in maniera casuale 4 palline rosse, 8 blu e 5 verdi.

- a) Qual è la probabilità che le prime 5 palline siano blu?
- b) Qual è la probabilità che nessuna delle prime 5 palline sia blu?
- c) Qual è la probabilità che le ultime 3 palline abbiano colori differenti?
- d) Qual è la probabilità che le palline rosse siano tutte vicine tra loro?

Problema 2.

In un gioco a premi, abbiamo davanti tre porte : dietro una di queste c'è un'auto, nelle altre due una capra. Scegliendo una porta vinciamo quello che troviamo dietro. Fatta la scelta, il presentatore apre una delle porte che noi non abbiamo scelto, mostrando una capra. Potendo eventualmente cambiare la propria scelta dopo l'apertura della porta con una capra, quale è la probabilità di vincere l'auto

- a) Se il giocatore mantiene la scelta fatta inizialmente?
- b) Se il giocatore cambia la sua scelta?

Problema 3.

Supponiamo che il 15% delle famiglie di una comunità non abbia bambini, che il 20% ne abbia 1, il 35% ne abbia 2 e il 30% ne abbia 3. Supponiamo inoltre che in ogni famiglia con uguale probabilità ogni figlio sia maschio o femmina in maniera indipendente. Calcolare la densità discreta congiunta $p(i,j) = P\{M=i, F=j\}$ per i,j=0,1,2,3 dove M è il numero dei maschi e F è il numero delle femmine. Calcolare inoltre le densità discrete marginali $p_M(i) = P\{M=i\}$ e $p_F(j) = P\{F=j\}$.

Quesito 1.

Introdurre gli assiomi della probabilità e dimostrare che dati due eventi E ed F se $E \subset F$ allora $P(E) \leq P(F)$.

Quesito 2.

Data una variabile aleatoria di media μ e varianza σ^2 dimostrare la disugaglianza di Chebyshev.

Quesito 3.

Enunciare e dimostrare la legge debole dei grandi numeri.