

UNIVERSITEIT TWENTE

Module 7 - 201400433

DISCRETE STRUCTUREN & EFFECIËNTE
ALGORITMES

Effeciëntie van het Graaf Isomorfisme Probleem

Projectgroep 1

Auteurs:

Joeri Kock
Remco Brunsveld
Frank Bruggink
Daniël Schut

Projectbegeleider:

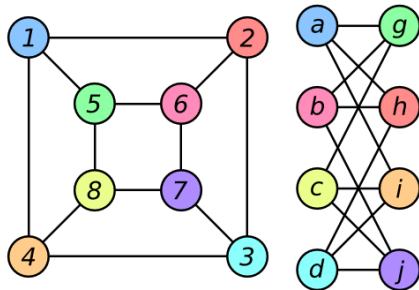
Prof. Dr. J.C. van de Pol

March 25, 2015

1 Het Graaf Isomorfisme (GI) probleem

Het Graaf Isomorfisme probleem is het probleem dat gaat over het vaststellen of twee grafen isomorf zijn, dat wil zeggen structureel gelijk aan elkaar. Als twee wiskundige objecten isomorf zijn, dan is elke eigenschap, waarvan de structuur bewaard blijft door een isomorfisme en die geldt voor een van de twee wiskundige objecten, ook geldt voor het andere wiskundige object.

Hoewel het op het eerste gezicht niet zo lijkt te zijn, geldt er een isomorfisme tussen de twee grafen hiernaast. Voor elke node van de eerste graaf geldt dat de burens daarvan exact hetzelfde zijn als de burens van diezelfde node in de tweede graaf.



Een methode om isomorfisme vast te kunnen stellen tussen deze twee grafen is color refinement. Dit algoritme kent kleuren toe aan de verschillende nodes, die een indicatie geeft welke burens deze node heeft. De groene node bijvoorbeeld heeft in de eerste graaf drie burens: de lichtblauwe, de roze en de gele. Dit geldt ook voor de tweede graaf. Als dit voor elke node in de twee grafen geldt, zijn ze isomorf. Dit kan als volgt gecontroleerd worden: wanneer de lijst met alle kleuren (zonder duplicaten) van de eerste graaf gelijk is aan die van de tweede graaf, kan er gezegd worden dat ze isomorf zijn ten opzichte van elkaar. In de afbeelding hierboven is dat ook het geval. Dit is een goede manier om isomorfisme te controleren, omdat het op het eerste gezicht bij deze afbeelding lijkt alsof de twee grafen niet isomorf zijn. Ook is deze methode nuttig bij grotere grafen met veel nodes.

1.1 Relevantie van het GI probleem

Nu duidelijk gemaakt is wat het GI probleem inhoudt en hoe het gecontroleerd kan worden, is de vraag er nog hoe relevant dit probleem is voor de Discrete Wiskunde. Waarom willen we weten of twee grafen (of zelfs wiskundige problemen in het algemeen) isomorf zijn ten opzichte van elkaar?

Isomorfisme heeft al voor het oplossen van vele wiskundige problemen gezorgd. Dat kan als volgt gedaan worden: een nog op te lossen wiskundig probleem X kan herleid worden tot een eenvoudiger probleem Y, wat makkelijker te begrijpen

is. Neem een reeds opgelost probleem Z . Als aangetoond kan worden dat Y en Z isomorf zijn ten opzichte van elkaar, kan de conclusie getrokken worden dat op dat moment probleem X ook opgelost is (omdat probleem X , Y en Z structureel hetzelfde zijn). In de Discrete Wiskunde zijn er al veel problemen met deze methode opgelost, wat het controleren op isomorfisme erg relevant maakt. Naast de wiskunde is het ook nuttig voor de informatica, omdat daar veel structuren als grafen weergegeven worden (denk aan netwerksystemen).