# 파이썬 물리 코딩

## Chapter 3. 물체의 운동

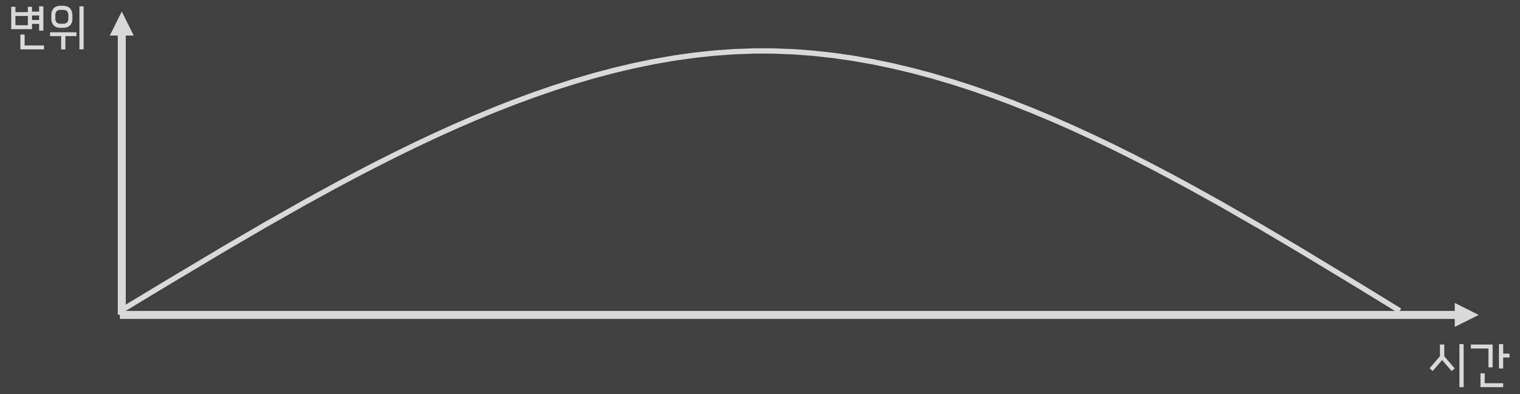
구선생 로보틱스

# 2차원 운동

## 포물선 운동

$x$방향 – 등속도 운동

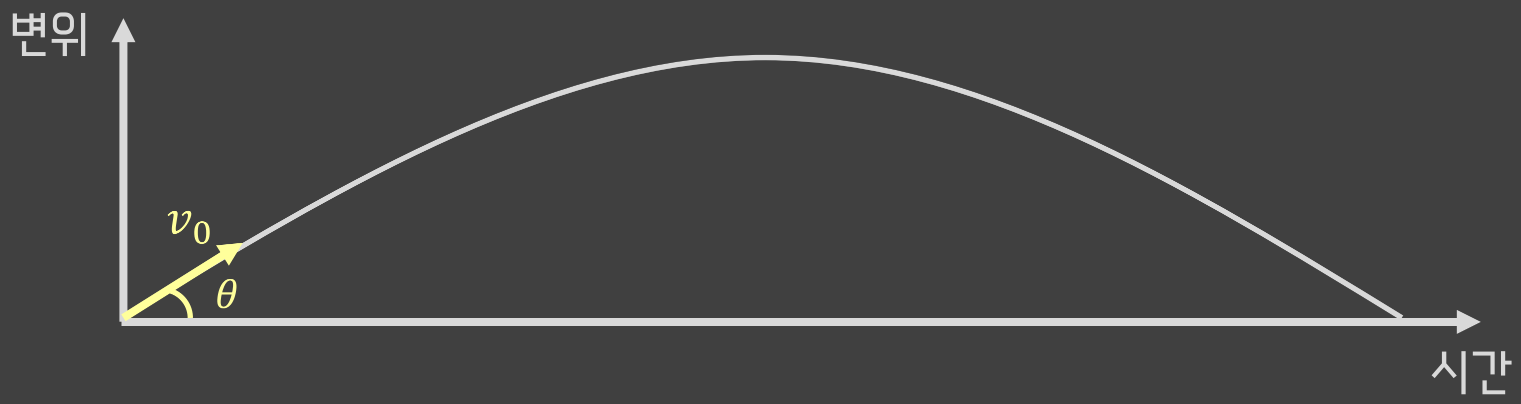
$y$방향 – 등가속도 운동




| | 가속도 | 속도 | 변위 |
|---|---|---|---|
| $x$방향 | $\vec{a}_x(t) = \frac{d\vec{v}_x(t)}{dt} = 0$ | $\vec{v}_x(t) = v_0$ | $\vec{r}_x(t) = \int \vec{v}_x(t)dt = vt + r_{x0}$ |
| $y$방향 | $\vec{a}_y(t) = a$ | $\vec{v}_y(t) = \int \vec{a}_y(t)dt = at + v_0$ | $\vec{r}_y(t) = \int \vec{v}_y(t)dt = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + r_0$ |

# 2차원 운동

## 포물선 운동 풀이




$x$방향 – 등속도 운동

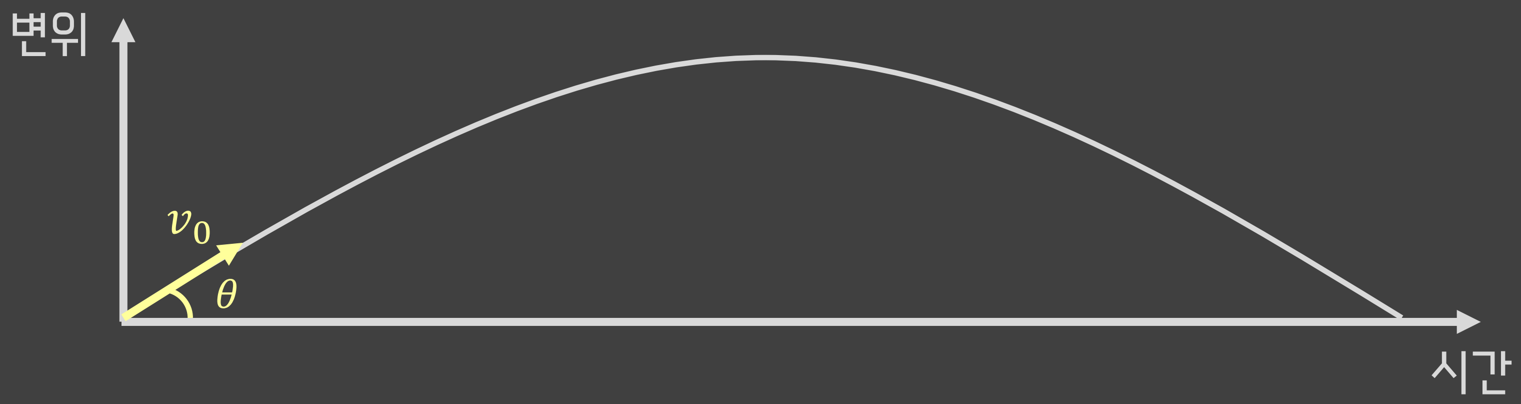
$y$방향 – 등가속도 운동

1) 초기속도 $v_0$를 $x$성분으로 분해

$$\vec{v}_x(t) = v_0 Cos\theta$$

# 2차원 운동

## 포물선 운동 풀이




$x$방향 – 등속도 운동

$y$방향 – 등가속도 운동

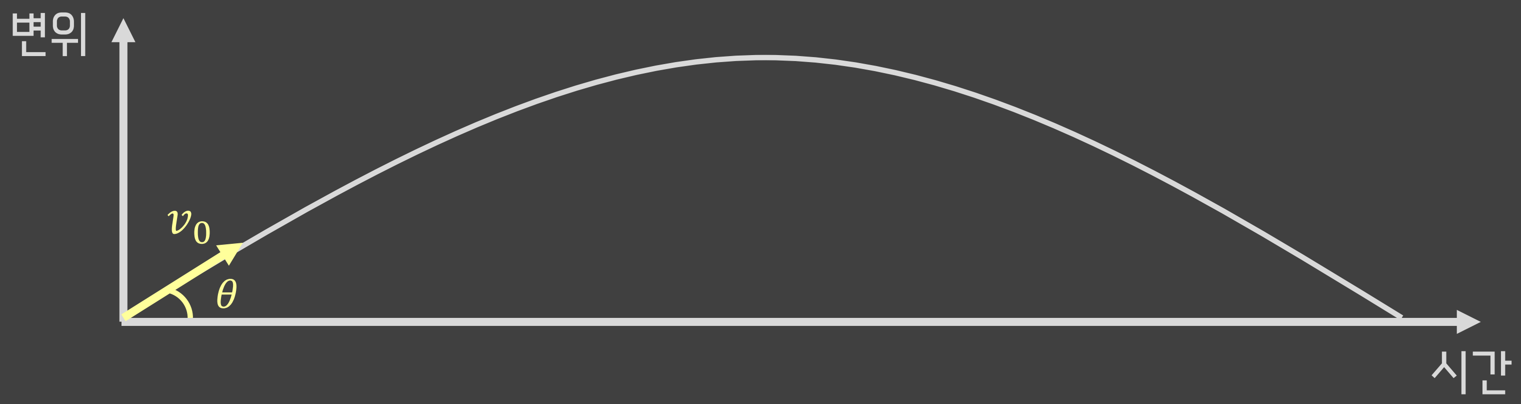
2) $x$방향 속도 식을 시간 t에 대해 적분하여 변위 식 구하기

$$\vec{v}_x(t) = v_0 Cos\theta$$

$$\vec{r}_x(t) = \int \vec{v}_x(t)dt = \int v_0 Cos\theta dt = v_0 Cos\theta t + r_{x0}$$

# 2차원 운동

## 포물선 운동 풀이




$x$방향 – 등속도 운동

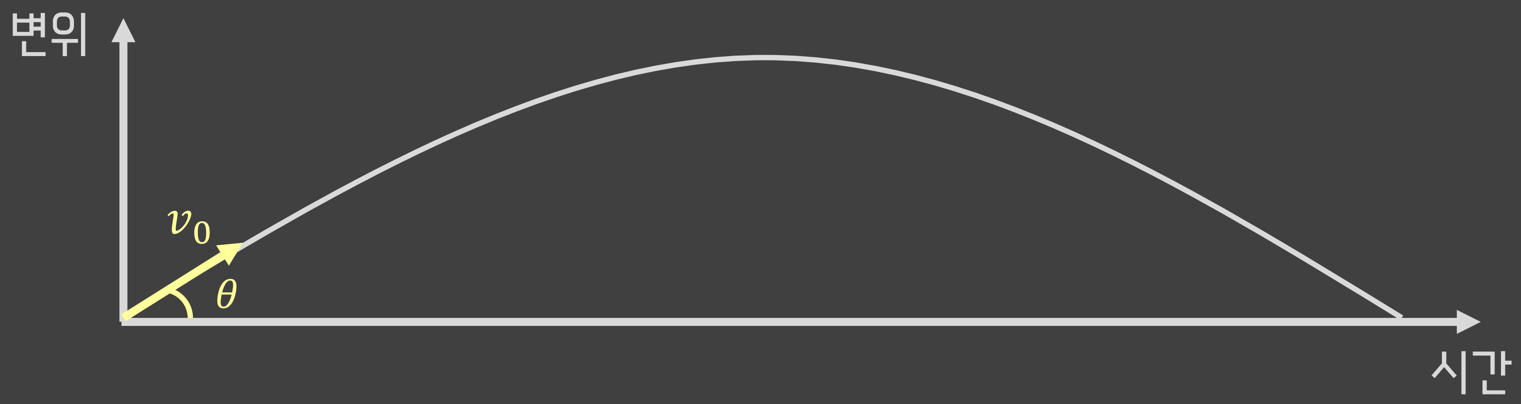
$y$방향 – 등가속도 운동

3) 중력 가속도를 고려하여 $y$ 방향 가속도 식 구하기

$$\vec{a}_y(t) = -g$$

# 2차원 운동

## 포물선 운동 풀이




$x$방향 – 등속도 운동

$y$방향 – 등가속도 운동

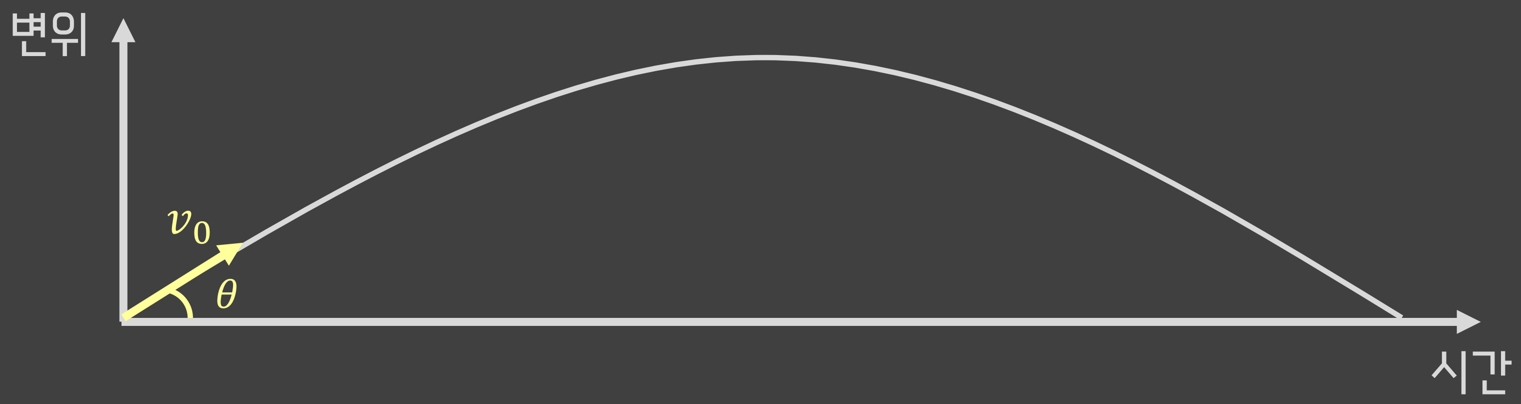
4) $y$ 방향 가속도 식으로 부터 시간 $t$에 대해 적분하여 속도 식 구하기

$$\vec{a}_y(t) = -g$$

$$\vec{v}_y(t) = \int \vec{a}_y\,(t)dt = \int -g\,dt = -gt + v_{y0}$$

# 2차원 운동

## 포물선 운동 풀이




$x$방향 – 등속도 운동

$y$방향 – 등가속도 운동

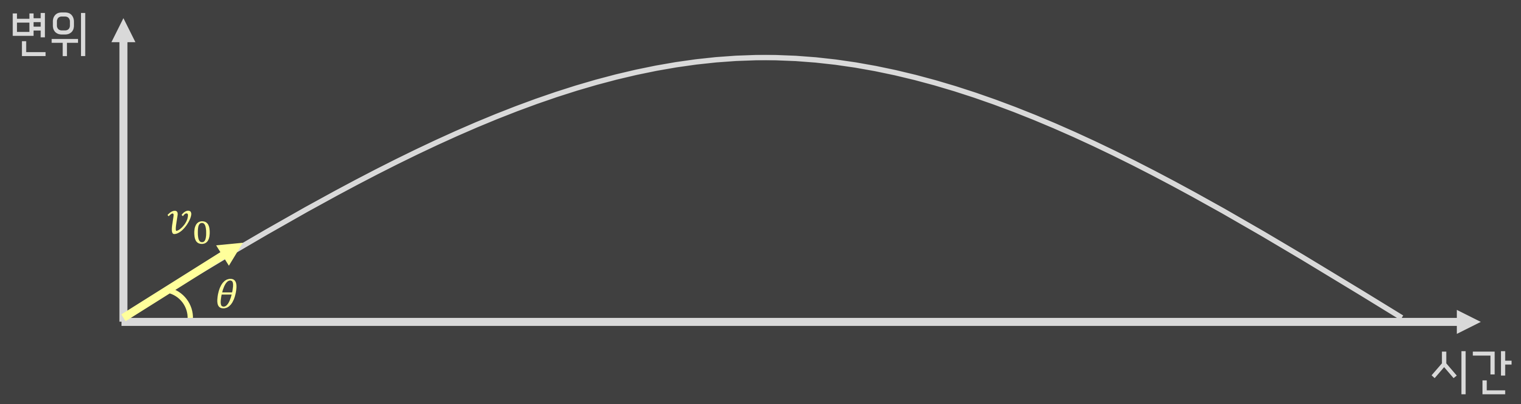
5) 초기 속도 $v_0$를 $y$성분으로 분해하여 초기속도 반영하기

$$\vec{a}_y(t) = -g$$

$$\vec{v}_y(t) = \int \vec{a}_y\,(t)dt = \int -g\,dt = -gt + v_{y0} = -gt + v_0 Sin\theta$$

# 2차원 운동

## 포물선 운동 풀이




$x$방향 – 등속도 운동

$y$방향 – 등가속도 운동

5) $y$방향 속도식을 시간 $t$에 대해서 적분하여 변위 식 구하기

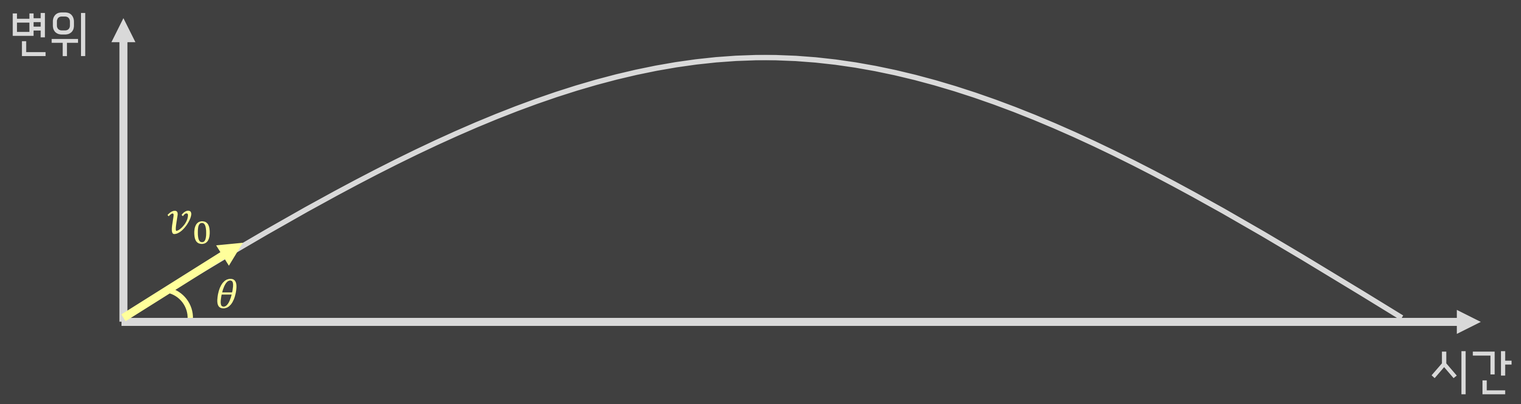
$$\vec{a}_y(t) = -g$$

$$\vec{v}_y(t) = \int \vec{a}_y\,(t)dt = \int -g\,dt = -gt + v_{y0} = -gt + v_0 Sin\theta$$

$$\vec{r}_y(t) = \int \vec{v}_y(t)dt = \int (-gt + v_0 Sin\theta)dt = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 Sin\theta t + r_{y0}$$

# 2차원 운동

## 포물선 운동 풀이




$x$방향 – 등속도 운동

$y$방향 – 등가속도 운동

6) $x, y$ 방향 변위 식을 통해 운동 해석하기

$$\vec{r}_x(t) = v_0 Cos\theta t + r_0$$

$$\vec{r}_y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 Sin\theta t + r_0$$

# 2차원 운동

## 포물선 운동 코딩

$$\vec{r}_x(t) = v_0 Cos\theta t + r_0$$

$$\vec{r}_y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 Sin\theta t + r_0$$

**1/2P**

```
Web VPython 3.2
ball = sphere()
ball.pos.x = 0
ball.pos.y = 0
ball_theta = 60
ball_v_0 = 10
g = 9.81

t = 0
dt = 0.1

motion_graph = graph(title = 'yPosition-xPosition', xtitle = 'xPosition', ytitle ='yPosition')
g_ball_pos = gcurve(color = color.red)
```

# 2차원 운동

## 포물선 운동 코딩

$$\vec{r}_x(t) = v_0 Cos\theta t + r_0$$

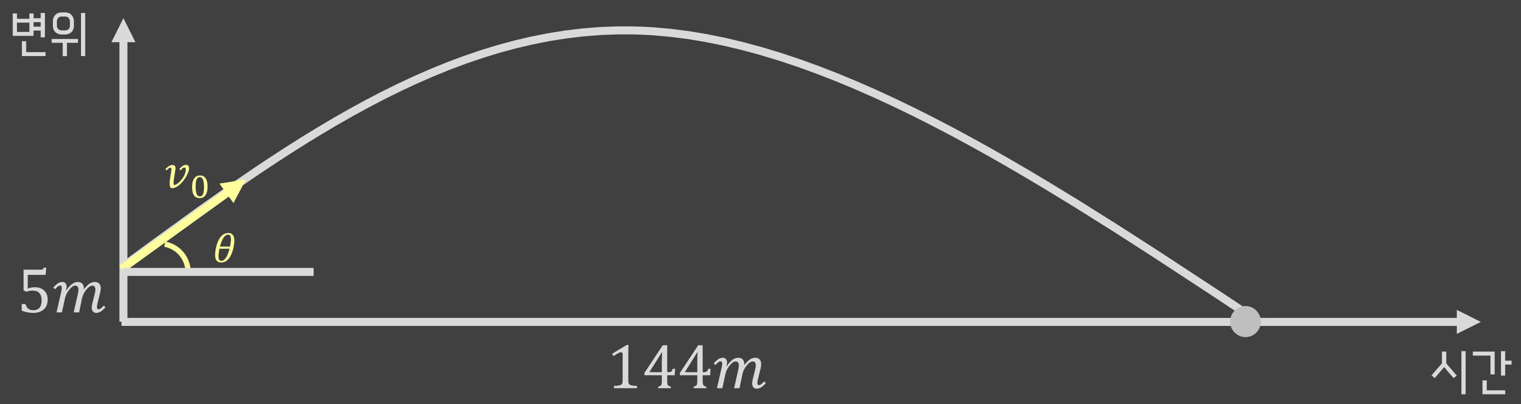
$$\vec{r}_y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 Sin\theta t + r_0$$

2/2P

```
while True :
  sleep(dt)
  ball.pos.x = ball_v_0*cos((pi/180) * ball_theta)*t
  ball.pos.y = -0.5*g*t**2 +  ball_v_0*sin((pi/180) * ball_theta )*t
  g_ball_pos.plot(pos = ( ball.pos.x, ball.pos.y))
  print('t : ', t, ", rx : ", ball.pos.x, ", ry : ", ball.pos.y)
  t = t + dt
  if ball.pos.y < 0 :
    break
```

# 2차원 운동

## 포물선 운동 프로그램 작성하기

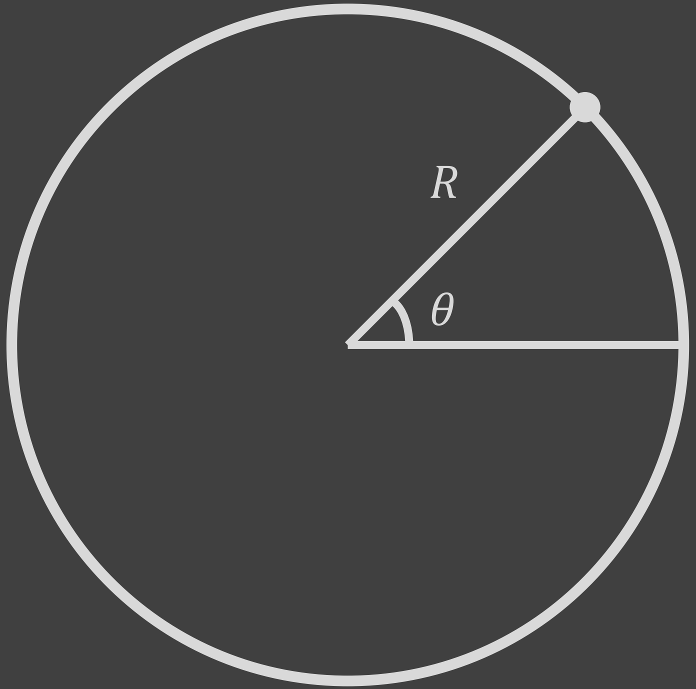



투석기 문제 ) $5m$높은 지점에서 $x$방향으로 $144m$떨어진 목표물을 투석기로 맞추는 것을 코딩하고, 얼마의 초기속도 $v_0$, 각도 $\theta$의 값을 가졌을 때 맞출 수 있는지 알아내기

# 2차원 운동

## 원 운동

$$(RCos\theta, RSin\theta) = (RCos\omega t, RSin\omega t)$$



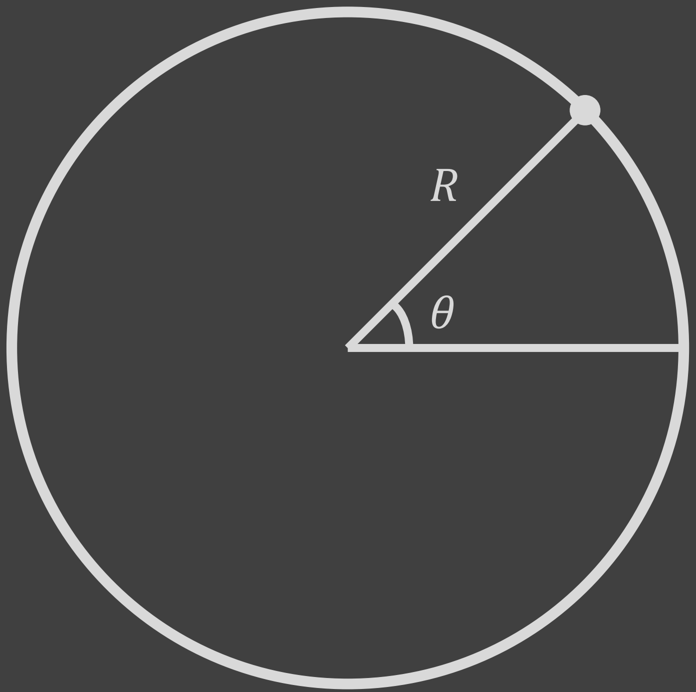

$$\theta$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

# 2차원 운동

## 원 운동 코딩

$$(RCos\theta, RSin\theta) = (RCos\omega t, RSin\omega t)$$




$$\theta$$

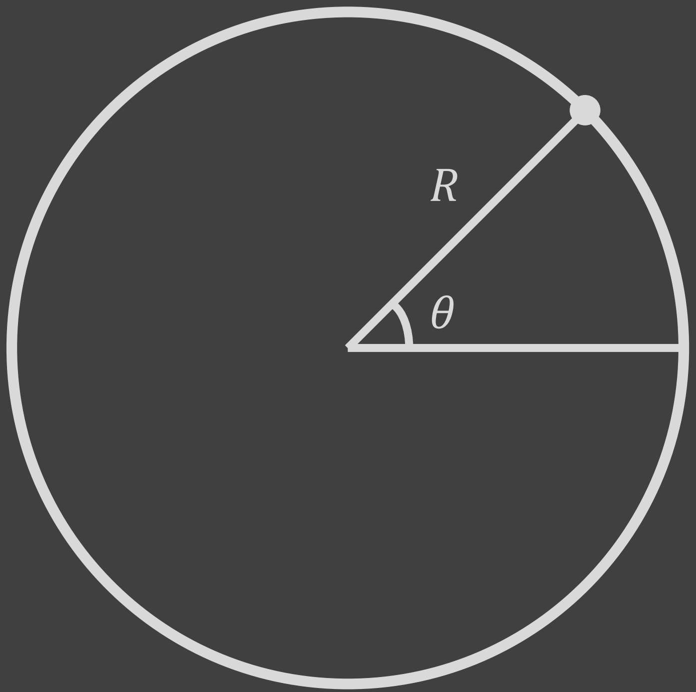
$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

```
Web VPython 3.2

ball = sphere()

radius = 10
omega = pi  # 각속도
t = 0
dt = 0.01 # 시간 간격

while True:
  sleep(dt)
  ball.pos.x = radius * cos(omega * t)
  ball.pos.y = radius * sin(omega * t)
  t = t + dt
```

# 2차원 운동

## 원 운동 코딩

$$(RCos\theta, RSin\theta) = (RCos\omega t, RSin\omega t)$$



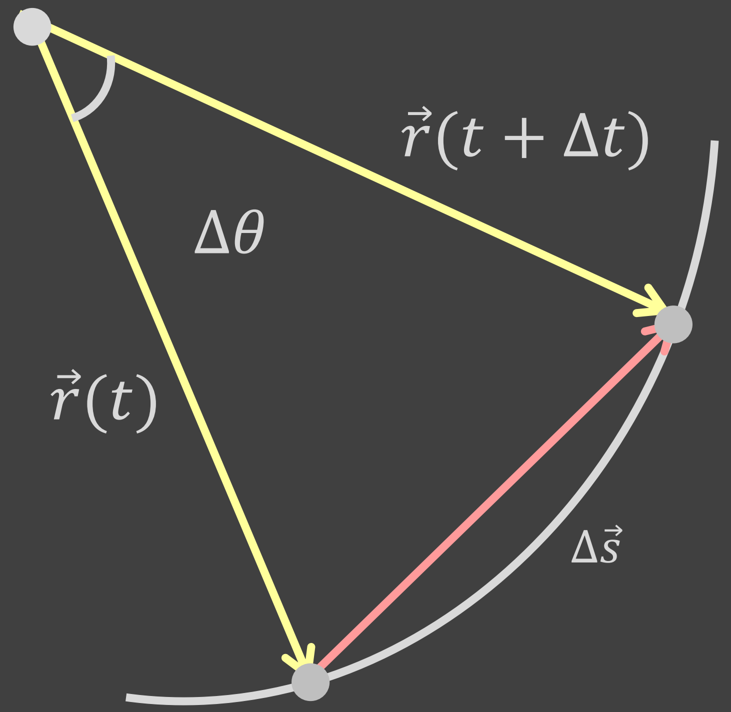

$$\theta$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

```
Web VPython 3.2

ball = sphere()

radius = 10
omega = pi  # 각속도
t = 0
dt = 0.01 # 시간 간격

while True:
  sleep(dt)
  ball.pos.x = radius * cos(omega * t)
  ball.pos.y = radius * sin(omega * t)
  t = t + dt
```

# 2차원 운동

## 구심가속도와 접선 가속도

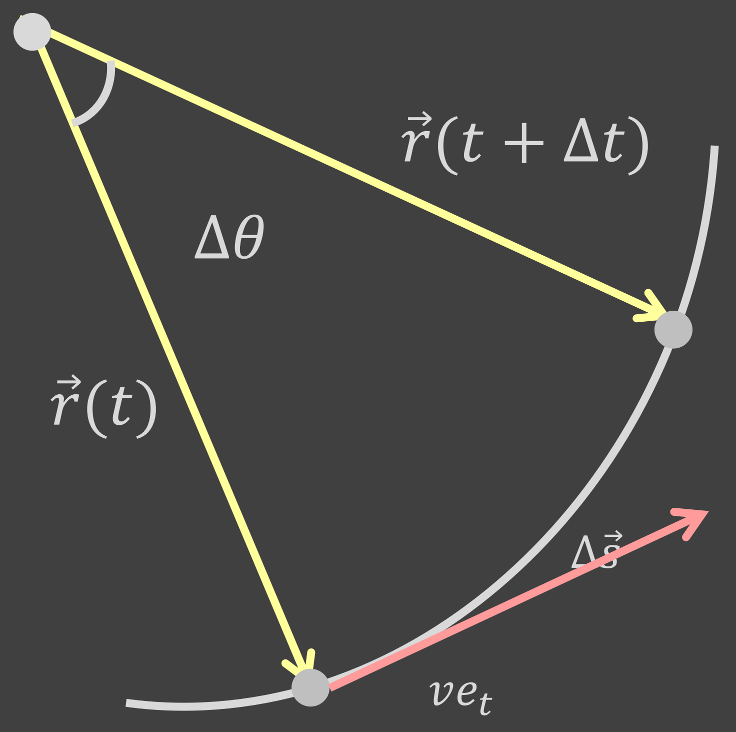



$$\Delta\vec{s} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} = \vec{v}$$

# 2차원 운동

## 구심가속도와 접선 가속도

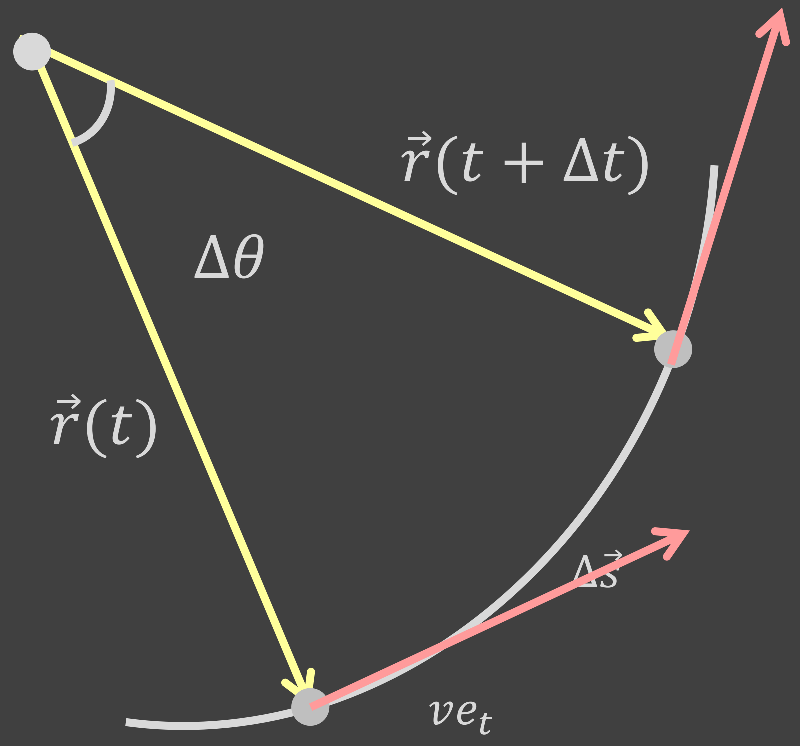



$$\Delta\vec{s} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} = ve_t$$

# 2차원 운동

## 구심가속도와 접선 가속도



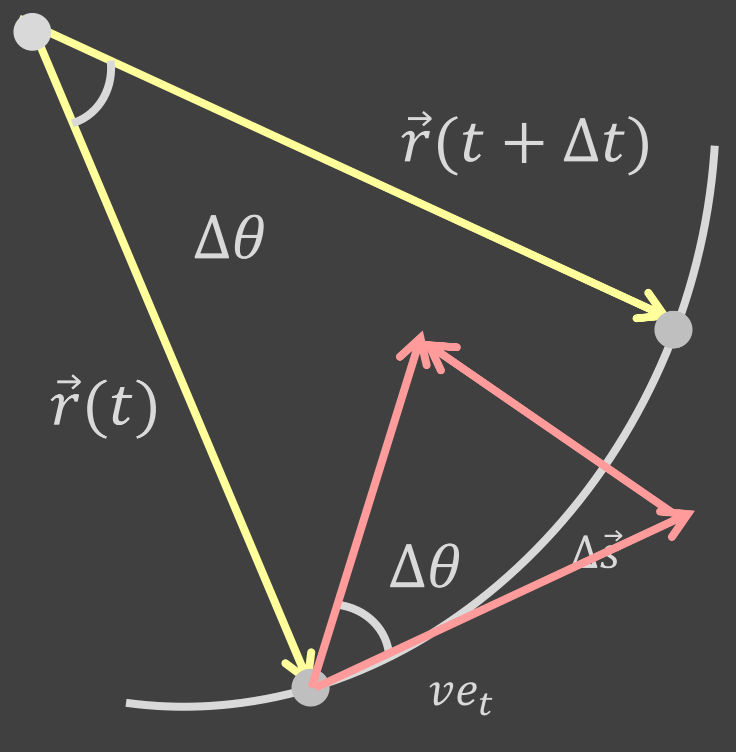

$$\Delta\vec{s} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} = ve_t$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{v}(t+\Delta t)-\vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}e_t + v\frac{de_t}{dt}$$

# 2차원 운동

## 구심가속도와 접선 가속도




$$\Delta\vec{s} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} = ve_t$$

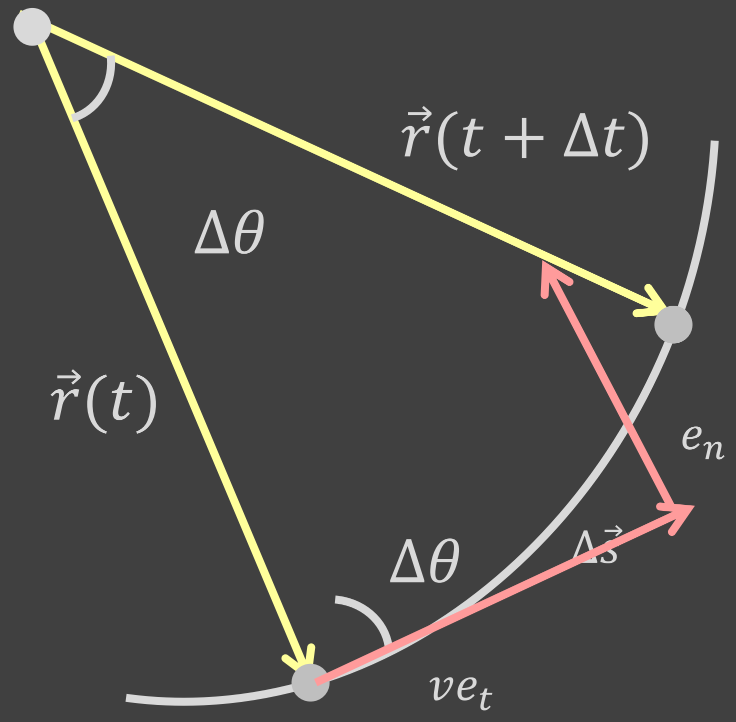
$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{v}(t+\Delta t)-\vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}e_t + v\frac{de_t}{dt}$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta e_t}{\Delta t} = \frac{de_t}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{e_t(t+\Delta t)-e_t(t)}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{2Sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{2Sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\Delta\theta}\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{Sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\frac{\Delta\theta}{2}}\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

# 2차원 운동

## 구심가속도와 접선 가속도




$$\Delta\vec{s} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} = ve_t$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{v}(t+\Delta t)-\vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}e_t + v\frac{de_t}{dt}$$

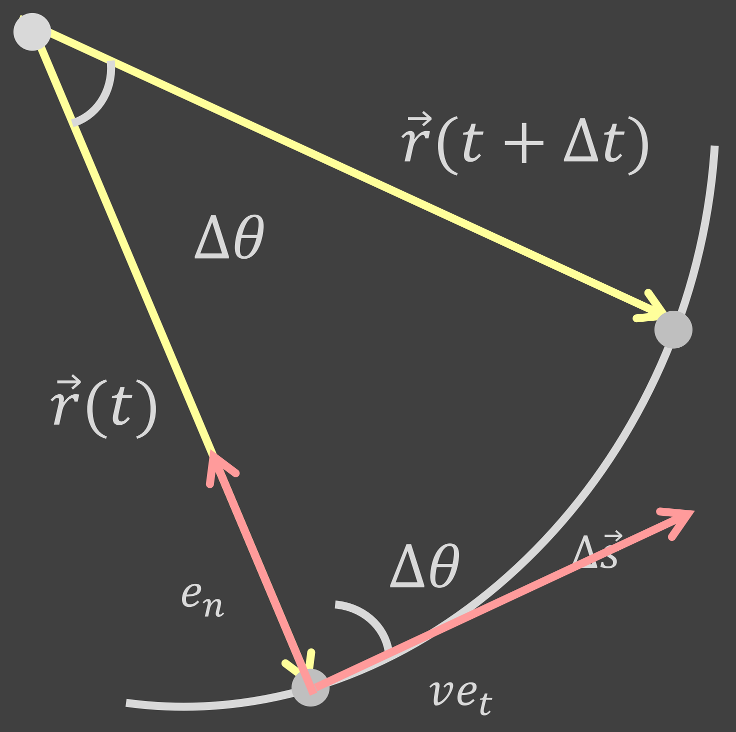
$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta e_t}{\Delta t} = \frac{de_t}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{e_t(t+\Delta t)-e_t(t)}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{2Sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{2Sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\Delta\theta}\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{Sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\frac{\Delta\theta}{2}}\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}e_n$$

# 2차원 운동

## 구심가속도와 접선 가속도




$$\Delta\vec{s} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} = ve_t$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{v}(t+\Delta t)-\vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}e_t + v\frac{de_t}{dt}$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta e_t}{\Delta t} = \frac{de_t}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{e_t(t+\Delta t)-e_t(t)}{\Delta t}$$

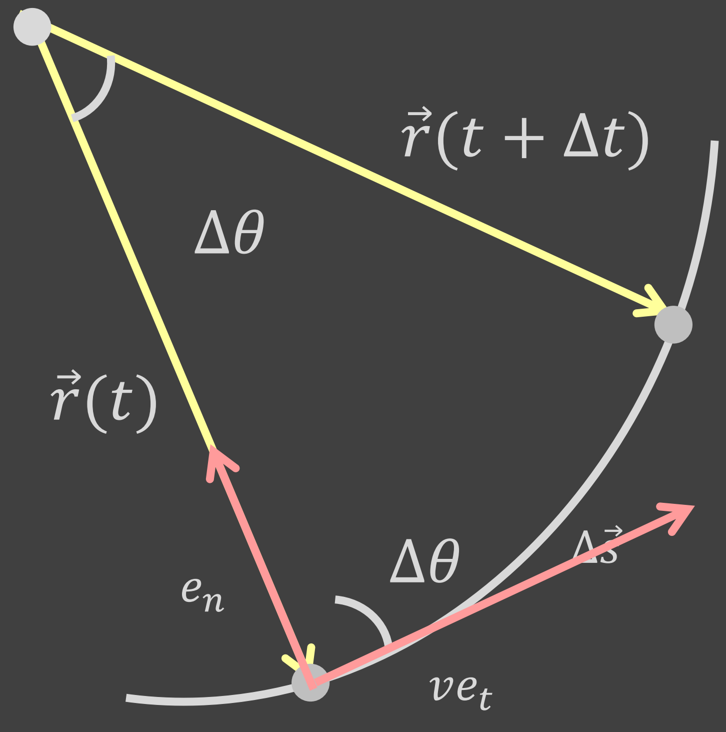
$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{2Sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{2Sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\Delta\theta}\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{Sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\frac{\Delta\theta}{2}}\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}e_n$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}e_t + v\frac{d\theta}{dt}e_n$$

# 2차원 운동

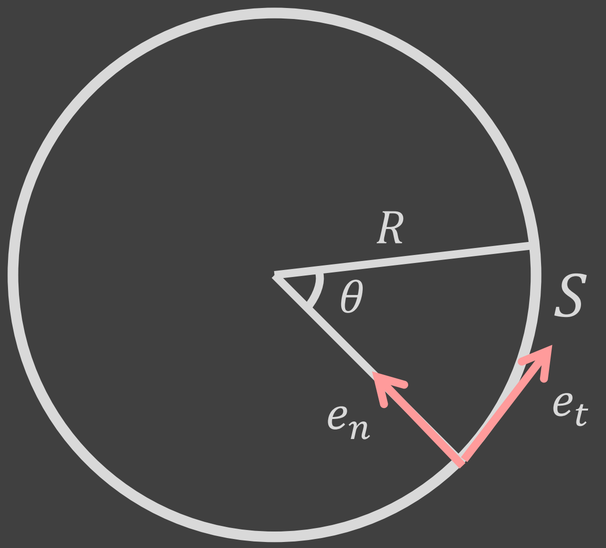
## 구심가속도와 접선 가속도




$$\Delta\vec{s} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\vec{v} = ve_t = R\omega e_t$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}e_t + v\frac{d\theta}{dt}e_n$$




$$S = R\theta$$

$$\Rightarrow \frac{dS}{dt} = \frac{d(R\theta)}{dt} \Rightarrow v = R\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v = R\omega$$

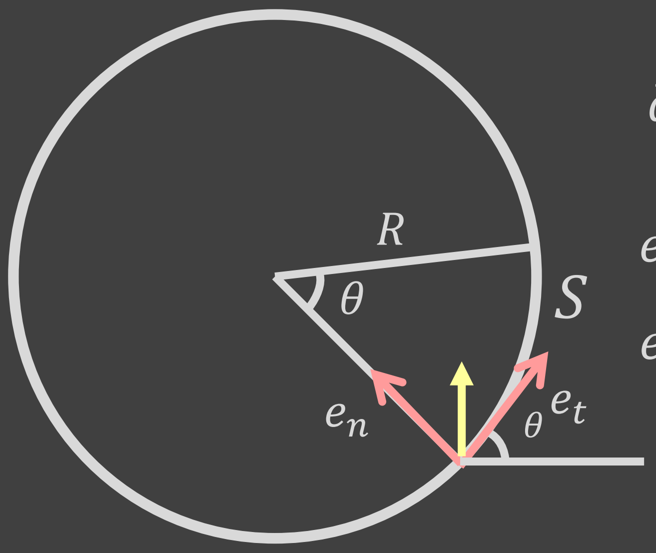
접선가속도 = $R\alpha$ 접선방향 속도 = $R\omega$

구심가속도 = $\frac{v^2}{R}, R\omega^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2(R\theta)}{dt^2} = R\frac{d^2\theta}{dt^2} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

# 2차원 운동

## 구심가속도와 접선 가속도




$$\vec{a} = R\alpha e_t + R\omega^2 e_n \qquad |\vec{a}| = \sqrt{(R\alpha)^2 + (R\omega^2)^2}$$

$$e_t = Cos\theta\hat{r}_x + Sin\theta\hat{r}_y$$
$$e_n = -Sin\theta\hat{r}_x + Cos\theta\hat{r}_y$$

$$\Rightarrow$$

$$e_t = Cos\omega t\hat{r}_x + Sin\omega t\hat{r}_y$$
$$e_n = -Sin\omega t\hat{r}_x + Cos\omega t\hat{r}_y$$

$$\Rightarrow \quad \vec{a} = R\alpha(Cos\omega t\hat{r}_x + Sin\omega t\hat{r}_y) + R\omega^2(-Sin\omega t\hat{r}_x + Cos\omega t\hat{r}_y)$$