2004 年光电子专业 线性代数试题参考答案

【注意：此次课本为《高等数学》，四川大学版】

1. –2 (n-2)!

2. $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & & \\ -4/5 & 3/5 & 1/5 \\ -3/5 & 1/5 & 2/5\end{pmatrix}$ ， rank(B)=2 ， $X=\begin{pmatrix}8/5 & -1/5 & -2/5 \\ 1/5 & 2/5 & -1/5 \\ -8/5 & 3/5 & 1/5\end{pmatrix}$ 或

$X=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}8 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -8 & 3 & 1\end{pmatrix}$

3. 反证法。假设α_1， α_2， $\cdots$ ，α_m 线性相关，则存在一组非全零的数$\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m$使得

$$\lambda_1\alpha_1+\lambda_2\alpha_2+\cdots+\lambda_m\alpha_m=0 \qquad (1)$$

设向量β由向量组α_1， α_2， $\cdots$ ，α_m 线性表出，表示法为

$$h_1\alpha_1+h_2\alpha_2+\cdots+h_m\alpha_m=\beta \qquad (2)$$

(2)+(1)得 $\beta=(h_1+\lambda_1)\alpha_1+(h_2+\lambda_2)\alpha_2+\cdots+(h_m+\lambda_m)\alpha_m$

显然，$h_1,h_2,\cdots,h_m$ 与 $h_1+\lambda_1,h_2+\lambda_2,\cdots,h_m+\lambda_m$ 不全相等，因此β由向量组 α_1， α_2， $\cdots$ ，α_m 线性表出有两种表示法，这与表示法唯一矛盾。故α_1， α_2， $\cdots$ ，α_m 线性无关。

4. $y_1^2+y_2^2+y_3^2$， $C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$，正定

5. 由基底$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3$到基底$\eta_1,\eta_2,\eta_3$的过渡矩阵为$M_1=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$故由$\eta_1,\eta_2,\eta_3$到

$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3$的过渡矩阵为$M=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & -2\end{pmatrix}$，特征根$\lambda_1=\lambda_2=-1$，

对应特征向量$\eta_1=(-1,1,0)$， $\eta_2=(-1,0,1)$， $k_1\eta_1+k_2\eta_2$， k_1 与 k_2 取遍同时不为零的所有实数对；特征根$\lambda_3=2$对应特征向量$\eta_3=(1,1,1)$， $k_3\eta_3$， k_3取遍所有不为零实数，

$P=(\eta_1,\eta_2,\eta_3)=\begin{pmatrix}-1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$，则$P^{-1}AP=D=\begin{pmatrix}-1 & & \\ & -1 & \\ & & 2\end{pmatrix}$