

Simulación computacional

Contenido

Introducción

1. Elementos estadísticos
2. Generación de números aleatorios
3. **Simulación de sistemas de eventos discretos**
4. Algoritmos probabilísticos
5. Simulación de sistemas continuos

3. SIMULACIÓN DE SISTEMAS DE EVENTOS DISCRETOS

3.1 Introducción

3.2 Pasos de un estudio de simulación

3.3 Conceptos de simulación

3.4 Modelos específicos

3.1 INTRODUCCIÓN

Definición:

“Una simulación es la imitación del comportamiento de un proceso o sistema del mundo real” (Banks et al.)

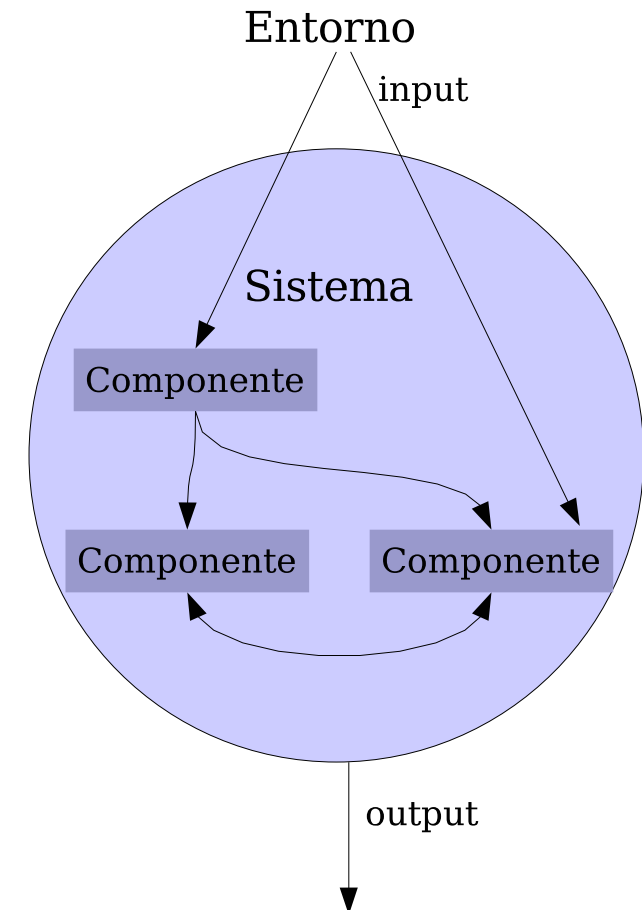
- Por el modelo de simulación se genera una historia artificial del sistema y se infiere a las características operativas del sistema real
- La simulación es una herramienta para la toma de decisiones ; se aplica si se presenta un problema en el sistema real.

Definición “Sistema”

Sistema: Colección de componentes (entidades) que interactúan entre sí para lograr un objetivo común. Un sistema tiene un input (desde el entorno) y un output. El entorno puede afectar el sistema, pero el sistema no afecta el entorno.

Funcionamiento del sistema: Dado por un conjunto de supuestos expresados como relaciones matemáticas, lógicas o simbólicas entre las entidades.

Dinámica (comportamiento) del sistema: Se deriva de la estructura y del comportamiento.



Ejemplos de sistemas

- una fábrica de montaje de automóviles
- el tráfico en una cruce de calles con semáforos
- un ecosistema
- una red de computadores con sus usuarios
- las urgencias de un hospital

OJO: de acuerdo del punto de vista y del problema a resolver existen una variedad de posibles modelos para cada uno de estos sistemas

Modelo

- Un modelo es la representación de un sistema, hecho para facilitar su estudio
- Es una simplificación del sistema real
- Debe ser suficientemente detallado para permitir conclusiones del modelo a sistema
(esto obliga a validar el modelo: se debe determinar que tan cerca se encuentra a la realidad)

Tipos de modelos

- **Modelos matemáticos:** usan notación simbólica, ecuaciones

Modelos físicos: maquetas, mapas

- Modelos determinísticos: cada entrada produce una única salida
una entrada conduce a diferentes salidas

- Modelos continuos: las variables principales son continuos

Modelos discretos: las variables principales toman valores discretos

- Modelos estáticos: son independiente del tiempo

Modelos dinámicos: tienen en cuenta el desarrollo del sistema a lo largo del tiempo

Un modelo de simulación de sistemas de eventos discretos se clasifica como modelo matemático, estocástico discreto y dinámico.

Aplicación de la simulación

- analizar el sistema real y el problema que se presenta
- traducirlo en un modelo de simulación computacional
- observar el sistema simulado (los datos que arroja) en diferentes escenarios
- concluir para estimar el desempeño del sistema real

Ventajas de simulación

- más barato que la experimentación con el sistema real
- a veces la única posibilidad de experimentar
- permite analizar un sistema en el proceso de planeación
- los modelos de simulación son reutilizables
- son más fáciles de aplicar que modelos de programación matemática
- son fáciles de entender

3. SIMULACIÓN DE SISTEMAS DE EVENTOS DISCRETOS

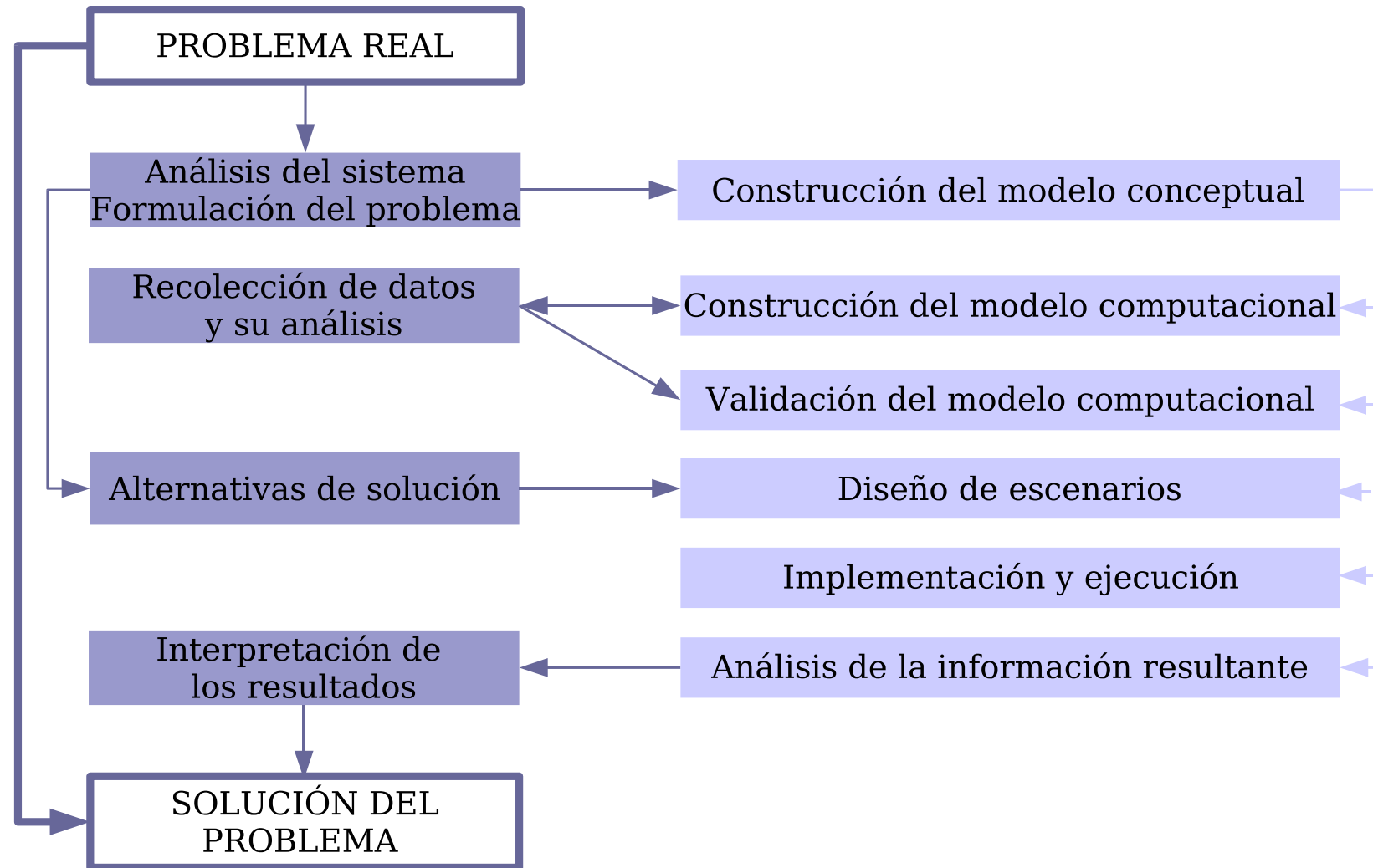
3.1 Introducción

3.2 Pasos de un estudio de simulación

3.3 Conceptos de simulación

3.4 Modelos específicos

3.2 PASOS DE UN ESTUDIO DE SIMULACIÓN



Análisis del sistema y formulación del problema (1)

Ejemplo: La peluquería

Sistema: Una pequeña peluquería con un puesto de atención y una línea de espera.

Funcionamiento:

- El cliente llega.
- Hace cola
- Si el peluquero se encuentra desocupado, llama al próximo cliente de la cola (FIFO) y lo atiende.
- El cliente paga y sale.

Problema: Cómo puede aumentarse el número de clientes atendidos

Análisis del sistema y formulación del problema (2)

Preguntas

- Estructura del sistema?
- Funcionamiento del sistema?
- Procesos?
- Cómo llegan los clientes?
- Cuánto se demora la atención de un cliente?
- Cómo funciona la cola?
- Cuánto espera un cliente?

Variables de entrada:

- tiempos entre llegadas
- tiempo de atención del peluquero a un cliente

Variables de estado:

- Número de las personas en la peluquería
- Estado de la entidad de servicio (ocupado/desocupado)

Variables que miden el desempeño:

- Tiempo promedio de espera
- Tamaño máximo de la cola
- Número de personas atendidas por turno
- Porcentaje del tiempo que el peluquero está ocupado

Modelo conceptual: el sistema simulado

Sistema: la peluquería

Entidades del sistema

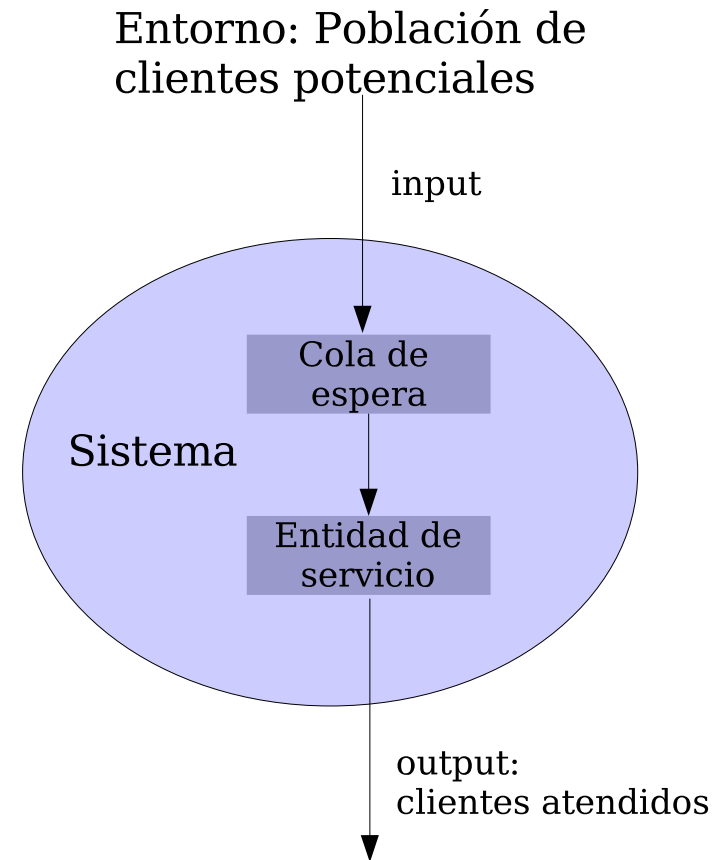
(componentes estructurales):

- Entidad de servicio (peluquero)
- Cola de espera

Entorno: Población de clientes potenciales

Input: Clientes

Output: Clientes atendidos



Modelo conceptual: Actividades

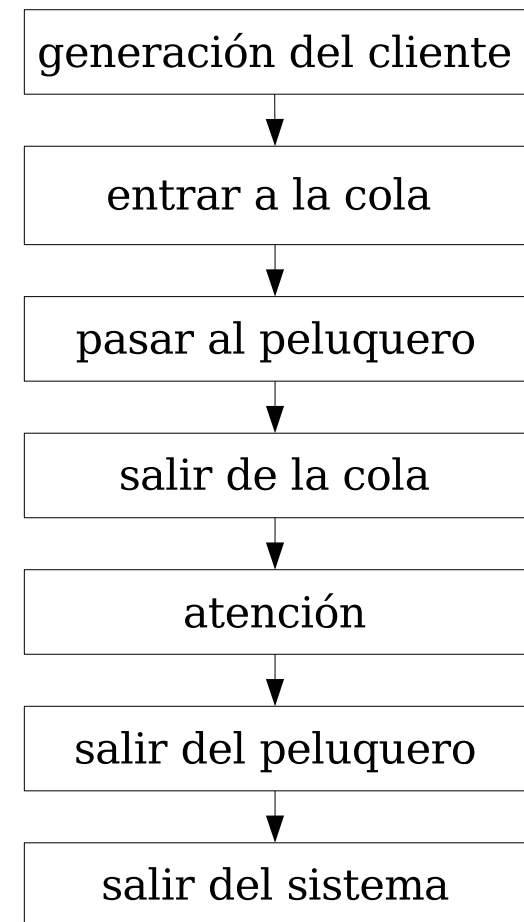
Actividades: Objetos que definen la dinámica del sistema. Pueden existir diferentes tipos de actividades. Sus procesos (representado por diagramas de flujo) pueden ser mutuamente dependientes.

- A cada actividad se define el proceso que describe cómo se mueve la actividad por el sistema.
- En cada momento, de acuerdo con la lista de eventos futuros, cada actividad avanza en lo máximo posible de acuerdo con su proceso

Ejemplos:

- los clientes
- proveedores que llagan para surtir la peluquería
- llamadas telefónicas que ocupan el peluquero
- una actividad (ficticia), responsable de terminar la simulación en un momento determinado

Diagrama de la actividad Cliente

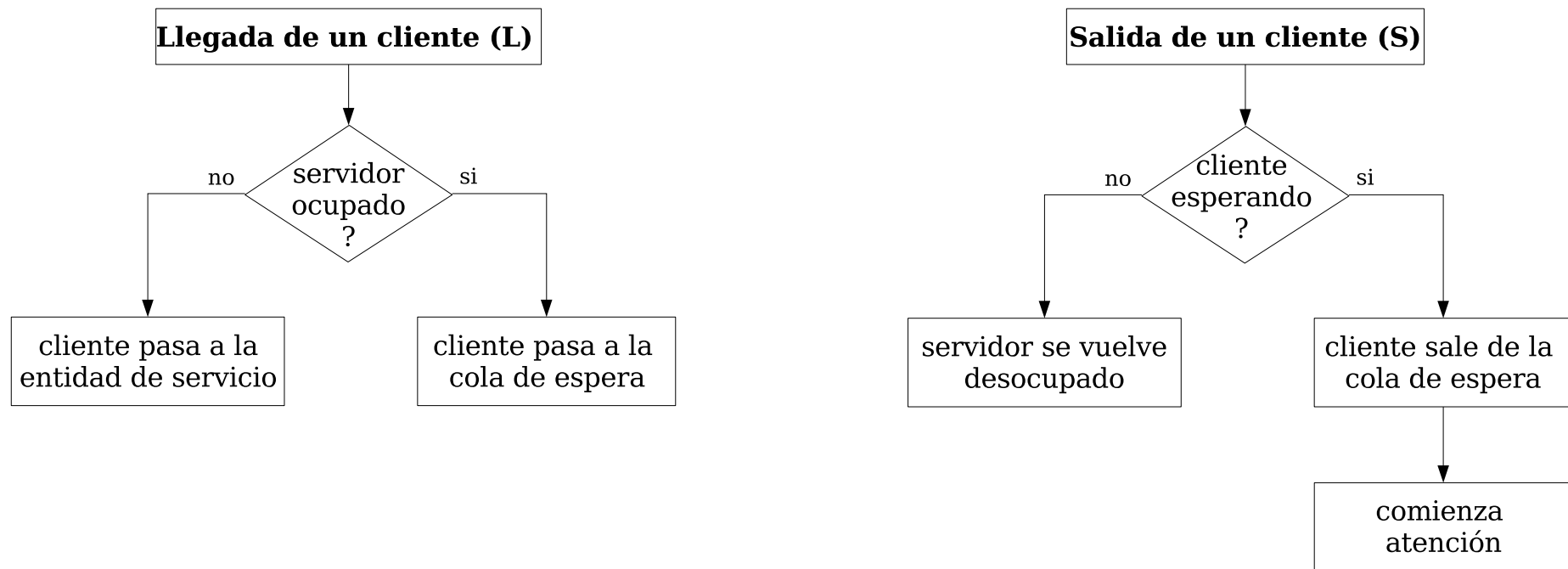


Modelo conceptual: Eventos

Eventos (responsables para cambiar el estado del sistema):

- Entrada de un cliente
- Terminación y salida de un cliente

Diagramas de flujo para los eventos



Modelo conceptual: Reloj de la simulación

El sistema simulado se cambia a través del tiempo. Es decir, se deben actualizar las variables de estado en el momento en que ocurre uno de los eventos.

Se necesita un **reloj** del sistema
(variable entera que se actualiza durante la simulación)

El reloj del sistema debe ser una variable entera para evitar que por errores de redondeo se cambia el orden lógico de la ocurrencia los eventos.

Importante: definir adecuadamente la unidad del tiempo usado en la simulación.

Unidades muy pequeñas pueden hacer lenta la simulación, unidades muy grandes pueden esconder características del desempeño del sistema.

En el ejemplo de la peluquería:

Se decide tomar como unidad del tiempo un minuto.

Recolección de datos y su análisis:

Definición de los requerimientos de información (1)

Requerimientos de información para el modelo:

Parámetros (constantes)

- duración de un turno
- número de servidores

Variables de entrada

- como llegan los clientes: tiempo entre llegadas
- duración de la atención: tiempo de servicio

Recolección de datos y su análisis: Definición de los requerimientos de información (2)

Requerimientos de información para la validación

De acuerdo con el tipo de validación que se quiere hacer y la disponibilidad de información:

- seleccionar las variables de desempeño más importantes
- seleccionar un conjunto completo de datos históricos

Recolección de datos y su análisis: Modelos estadísticos de los datos

Proceso:

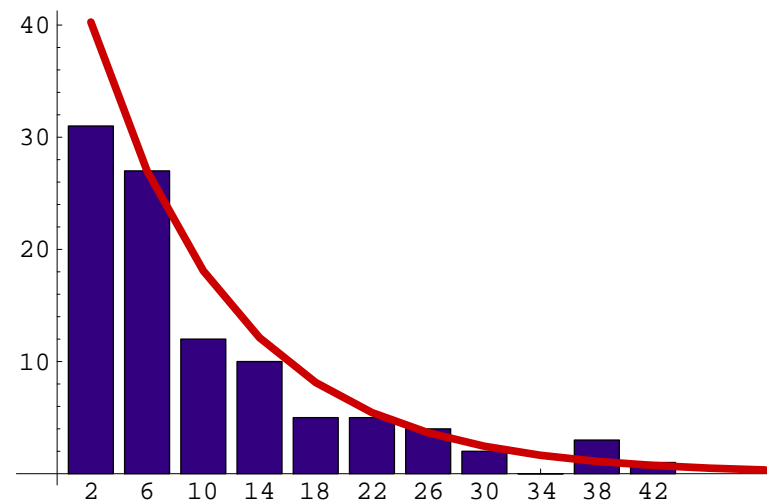
- recolectar los datos
- proponer una distribución (histograma de frecuencias)
- estimar los parámetros de la distribución
- validar la distribución propuesta (pruebas de bondad de ajuste)

Aceptado el modelo de datos, se lo usa para generar datos realistas en la simulación.

Recolección de datos y su análisis: Tiempo entre llegadas

Observando la llegada de 100 clientes, se registran las siguientes frecuencias en los **tiempos entre llegadas**:

intervalo	frecuencia
[0, 4)	31
[4, 8)	27
[8, 12)	12
[12, 16)	10
[16, 20)	5
[20, 24)	5
[24, 28)	4
[28, 32)	2
[32, 36)	0
[36, 40)	3
[40, 44)	1



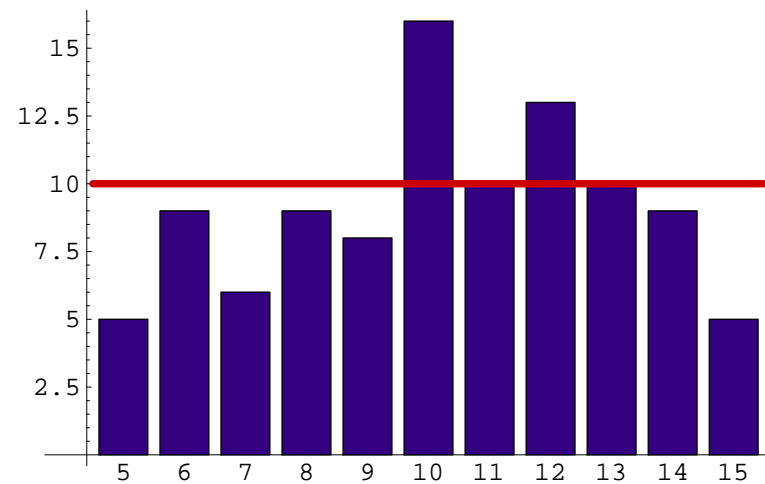
Una prueba χ^2 ($\alpha = 0.05$) muestra que los datos se ajustan satisfactoriamente a una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 0.1$ (Ejercicio: realizar la prueba)

Conclusión: Tiempo entre llegadas: $TL \sim Exp(0.1)$

Recolección de datos y su análisis: Tiempo de servicio

Observando la atención de 100 clientes, se registran las siguientes frecuencias en los **tiempos de servicio**:

valor	frecuencia
5	5
6	9
7	6
8	9
9	8
10	16
11	10
12	13
13	10
14	9
15	5



Una prueba K-S ($\alpha = 0.05$) muestra que los datos se ajustan satisfactoriamente a una distribución discreta uniforme en $[5,15]$. (Ejercicio: realizar la prueba)

Conclusión: Tiempo de servicio: $TS \sim U_d(5, 15)$

Modelo computacional

- simulación en hoja electrónica (modelos sencillos)
- simulación en un lenguaje de alto nivel (modelos complejos)
- uso de software de simulación (GPSS, Promodel, Arena, SimFactory,...)

Ejemplo: Simulación manual o en hoja electrónica (1)

Se simulan 100 minutos

actividad cliente →

TL (aleatorio)	llegada	entra en la cola	comienzo atención	sale de la cola	TS (aleatorio)	fin atención
-	0	0	0	0	6	6
7	7	7	7	7	11	18
8	15	15	18	18	18	36
2	17	17	36	36	9	45
11	28	28	45	45	15	60
1	29	29	60	60	45	105
8	36	36	105	105		
1	37	37				
7	44	44				
2	46	46				
7	53	53				
3	56	56				
41	97	97				
22	119					

Modelo computacional en un lenguaje de alto nivel

Lista de eventos futuros (LEF)

- El modelo de simulación requiere mantener una lista para almacenar los eventos futuros
- Un nodo de la lista consiste de la especificación del evento y su tiempo de ocurrencia (variable entera)
- En la simulación se trabajan los eventos en su orden de ocurrencia (se mantiene la lista ordenada cronológicamente)

Ejecución de los eventos de acuerdo con el reloj del sistema

Inicio: Comenzando la simulación, se pone el reloj en 0. se pone un evento inicial en la LEF

Iteración:

- se avanza el reloj hasta el tiempo de ocurrencia del evento más próximo
- se realiza lo correspondiente del evento (de acuerdo con su diagrama de flujo)

Condición de parada: se cumple una condición de parada, como por ejemplo:

- la lista de eventos futuros está vacía
- se llegó al total de tiempo de la simulación (reloj)
- se llegó a simular un número predeterminado de clientes

Ejemplo: simulación de la peluquería

Especificación detallada de los eventos (1)

Método: realizar evento Llegada

generar tiempo entre llegadas,

calcular tiempo de la próxima llegada (sumar tiempo entre llegadas al reloj) y

colocarla en la lista de eventos futuros

si la cola está vacía

- generar tiempo de servicio,

- calcular tiempo de la próxima salida y

- colocar el evento de salida en la lista de eventos futuros

- poner peluquero en ocupado

si no

- aumentar el número de personas en la cola en 1

Ejemplo: simulación manual de la peluquería

Especificación detallada de los eventos (2)

Método: realizar evento Salida

poner peluquero en desocupado

si la cola no está vacía

- reducir el número de personas en la cola en 1

- generar tiempo de servicio,

- calcular tiempo de la próxima salida y

- colocar el evento de salida en la lista de eventos futuros

- poner peluquero en ocupado

si no

- aumentar el número de personas en la cola en 1

Ejecución de la simulación

reloj	evento	LEF	servidor	cola
0	L	6S, 7L	0-1	0
6	S	7L	1-0	0
7	L	15L, 18S	0-1	0
15	L	17L, 18S		1
17	L	18S, 28L		2
18	S	28L, 36S	1-0-1	1
28	L	29L, 36S		2
29	L	36S, 36L		3
36	S	36L, 45S	1-0-1	2
	L	37L, 45S		3
37	L	44L, 45S		4
44	L	45S, 46L		5
45	S	46L, 60S	1-0-1	4
46	L	53L, 60S		5
53	L	56L, 60S		6
56	L	60S, 97L		7
60	S	97L, 105S	1-0-1	6
97	L	105S, 119S		7
105				

Involucrar las variables de desempeño

En el modelo anterior todavía no están involucradas las variables que miden el desempeño. Para obtener los valores de estas variables, se deben incluir actualizaciones en el modelo computacional:

- **Número de personas atendidas por turno:** cada vez que sale un cliente, se debe aumentar un contador
- **Tamaño máximo de la cola:** se debe actualizar el tamaño de la cola, aumentándola cuando llega un cliente, reduciéndola cuando sale de la cola para ser atendido. Cada vez que aumenta la cola, se actualiza del tamaño máximo de la cola.
- **Comportamiento de la cola:** si se quiere más detalles del comportamiento de la cola, se puede guardar en una lista, el momento cuando cambia la cola y su tamaño en este momento. Es decir, se almacenan los valores de la variable aleatoria Tamaño de la cola.

- **Tiempo promedio de espera:** se debe acumular el tiempo de espera de cada cliente. Cuando termina la simulación se determina el tiempo promedio de espera dividiendo el total acumulado por el número de clientes atendidos.
- **Tiempo de espera:** si se interesa por el comportamiento del tiempo de espera como variable aleatoria, se guarda una lista con los tiempos de espera de cada cliente.
- **Porcentaje del tiempo que el peluquero está ocupado:** se acumulan los tiempos en que el peluquero está ocupado (tiempos de servicio). Finalizando se divide por el tiempo total simulado y multiplica por 100%.

Resultados

Se simulan 10 turnos de 8 horas (=480 min), encontrando:

- **Número de personas atendidas por turno:**
49, 46, 44, 48, 41, 40, 41, 49, 43, 43
- **Tamaño máximo de la cola:**
13, 8, 6, 10, 7, 8, 7, 11, 12, 10
- **Tiempo promedio de espera:**
53.6, 33.9, 15.1, 36.9, 24.25, 43.8, 19.0, 41.0, 22.12, 39.8
- **Porcentaje del tiempo que el peluquero está ocupado:**
100.0, 96.7, 88.3, 99.2, 91.95, 90.8, 87.1, 101.0, 93.1, 91.7

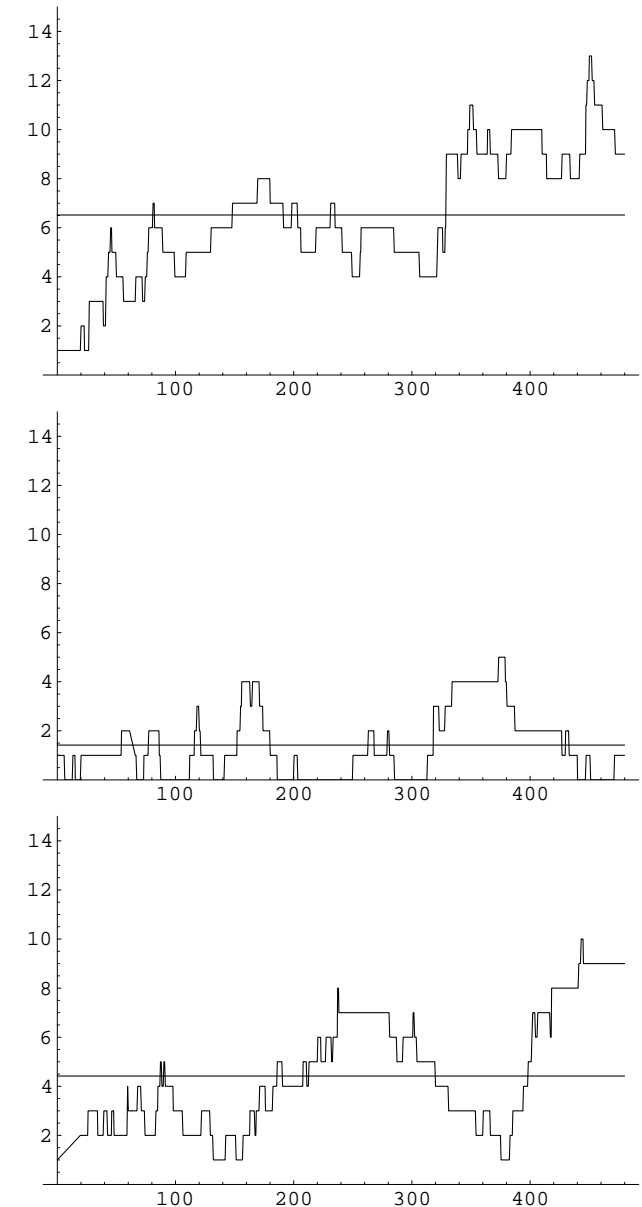
- **Comportamiento de la cola:**

El comportamiento de la cola es una variable aleatoria **dinámica** (depende del tiempo) y **discreta** (tiene saltos solamente enteros)

El **tiempo promedio** en cola se determina como el área por debajo de la curva dividido por el tiempo simulado

Se observa diferentes comportamientos:

- sistema en equilibrio (el tamaño de la cola oscila alrededor de su valor esperado); este comportamiento se observa en figura 2.
- tendencia creciente de la cola; este comportamiento se observa en la mayoría de las 10 simulaciones (figura 1)



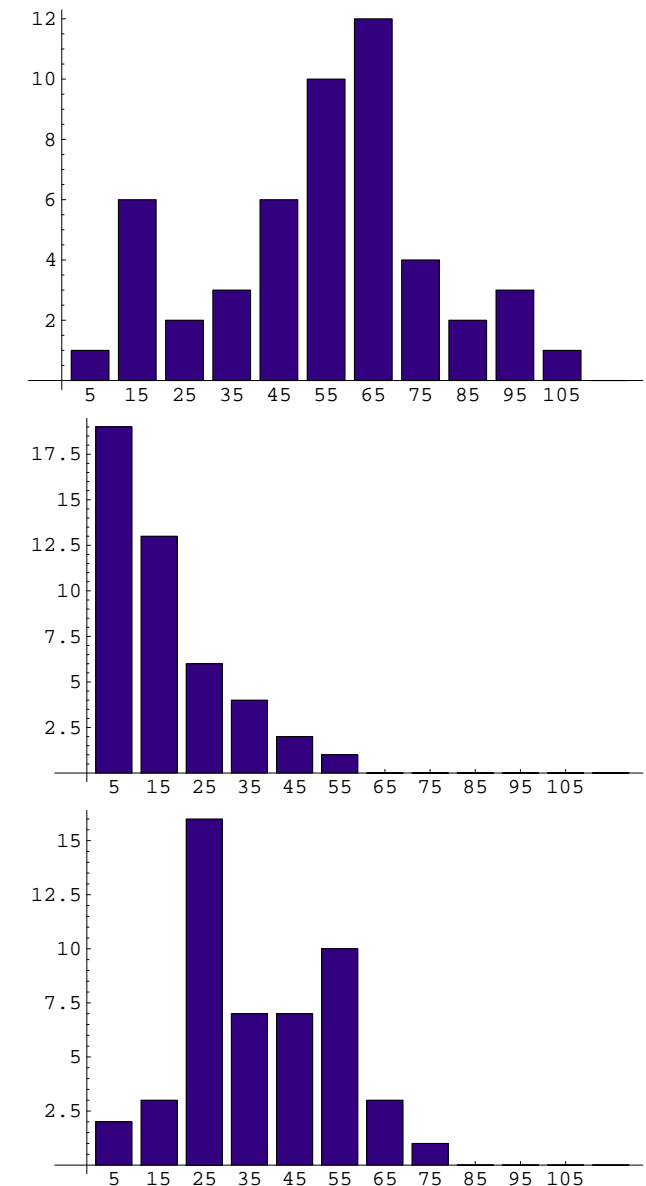
- **Tiempo de espera:**

La variable aleatoria tiempo de espera se puede representar por un diagrama de frecuencias.

Se observa resultados muy distintos en las diferentes simulaciones:

La figura 2 es típica para muchos sistemas de colas en estado de equilibrio: tiempos de espera cortos son más frecuentes que los largos, sin embargo se puede dar con probabilidad diferente de 0 tiempos de espera largos.

Cuando el sistema se congestiona (colas siempre más largas, Figura 1), los tiempos largos de espera son más probables.



Validación del modelo

Validación de apariencia: revisar el realismo del modelo

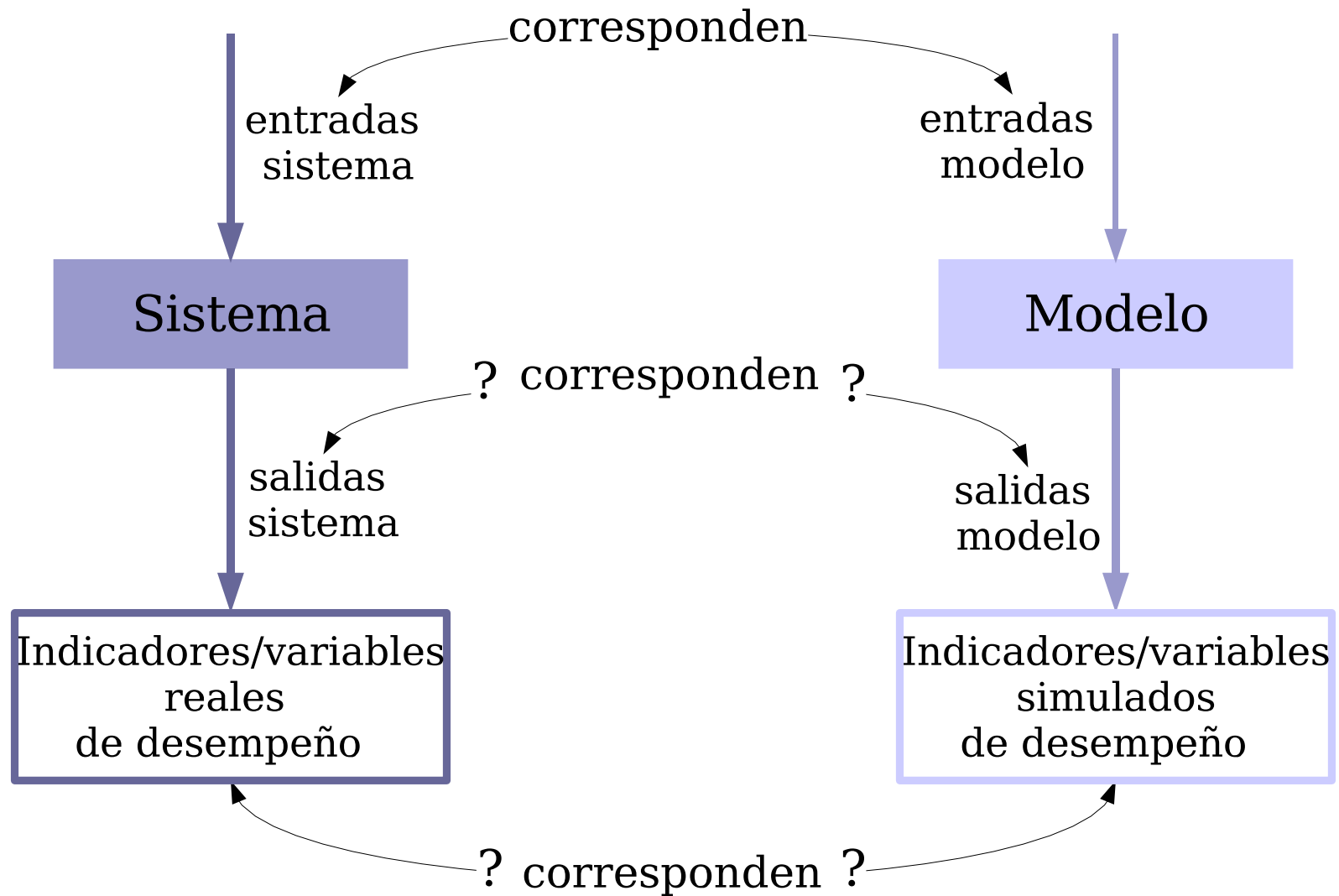
- estructura del sistema
- comportamiento en situaciones normales
- comportamiento en situaciones extremas
- confiabilidad de los datos

Validación de supuestos: contrastar sistema y modelo

- verificar el impacto de las simplificaciones que hace el modelo
- validar el modelo de datos

Validación de transformaciones input-output: comparar el output del sistema con el output del modelo para un input similar.

Validación de transformaciones input-output



Validación de transformaciones input-output: Indicadores de desempeño

Procedimiento

- Seleccionar un indicador de desempeño importante
- Simular varias veces, calculando el indicador cada vez
- Compararla con el indicador del sistema real
- Prueba de hipótesis: Los datos simulados provienen de la mismo población?

Criterio de aceptación:

Si el promedio de los datos simulados se encuentra en el intervalo de confianza del valor para el sistema real, se acepta el modelo como representación válida del sistema real y se puede experimentar con el modelo.

Validación de transformaciones input-output: Indicadores de desempeño (2)

- Sea Y la variable aleatoria que describe el indicador de desempeño (por ejemplo: número de clientes atendidos por día).

Por las simulaciones se obtienen valores Y_1, Y_2, \dots, Y_n de Y

- Se determina el valor del indicador en el sistema real Y_{real} (una valor constante obtenido por muchas observaciones)
- Hipótesis:

$$H_0: E(Y) = Y_{real}$$

$$H_1: E(Y) \neq Y_{real}$$

Validación de transformaciones input-output: Indicadores de desempeño (3)

Prueba de hipótesis:

- Seleccionar un nivel de significancia α
- Calcular a partir de las muestras simuladas:

la media: $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ y la desviación estándar: $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$

- Calcular la estadística t_0 (sigue una distribución t con $(n-1)$ grados de libertad)

$$t_0 = \frac{\bar{Y} - Y_{real}}{S/\sqrt{n}}$$

- Conclusión:

si $|t_0| > t_{\alpha/2, n-1}$ rechazar H_0 , sino: no rechazar H_0

Si H_0 no se rechaza, no hay razón de considerar en modelo inválido
(respecto al indicador escogido)

Si H_0 se rechaza, el modelo se considera inválido y tiene que ser mejorado.

Validación: Alcance y limitaciones de la prueba de hipótesis

- El nivel de significancia α es la probabilidad de rechazar a H_0 aun que está cierta. Es decir el error de asumir que el modelo es inválido, cuando de verdad no o es, es pequeño (error tipo 1)
- Si se rechaza el modelo, se debe corregirlo (revisando los supuestos y simplificaciones hechos)
- Si la prueba resulta en no rechazar H_0 , existen dos posibilidades:
 - el modelo es verdaderamente válido
 - no se hicieron suficientes ensayos simulados para hacer evidente que no lo es (error tipo 2: se acepta el modelo si no es válido)
 - Test: Potencia de la prueba para determinar el número de simulaciones requeridos)

Ejemplo Peluquería: validación del modelo (1)

Número de clientes atendidos

Asumimos que del sistema nos reportan que por día se atiende en promedio 44 personas ($Y_{real} = 44$)

- De las 10 simulaciones se obtiene:

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i = 44.24; \quad S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = 3.40588.$$

- Se calcula el valor de la distribución t con 9 gl:

$$t_0 = \frac{\bar{Y} - Y_{real}}{S/\sqrt{n}} = \frac{44.24 - 44}{3.40588/\sqrt{10}} = 0.3714$$

- El valor crítico de esta distribución para $\alpha = 0.05$ es $t_{\alpha/2} = 2.2621$
- Conclusión: Dado que $-t_{\alpha/2} \leq t_0 \leq t_{\alpha/2}$ se acepta la hipótesis que el modelo describe bien el sistema real en cuanto al número de clientes atendidos.

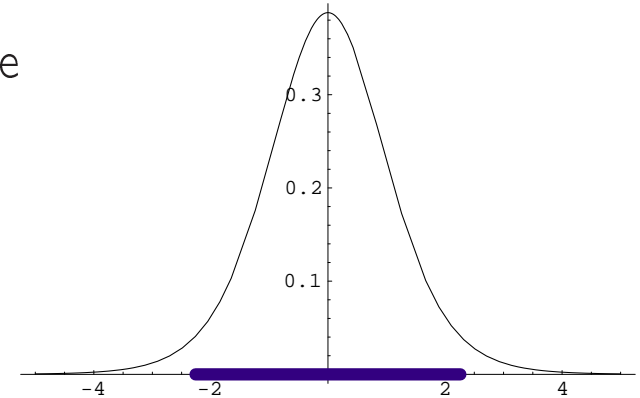
Ejemplo Peluquería: validación del modelo (2)

Número de clientes atendidos

Asumimos ahora que del sistema nos reportan que por día se atiende en promedio 47 personas ($Y_{real} = 47$)

- Con los datos de las 10 simulaciones se obtiene:

$$t_0 = \frac{\bar{Y} - Y_{real}}{S/\sqrt{n}} = \frac{44.24 - 47}{3.40588/\sqrt{10}} = -2.41404$$



- Conclusión: Dado que $2.441404 = |t_0| > t_{\alpha/2} = 2.2621$ se rechaza la hipótesis que el modelo describe bien el sistema real. Se debe revisar el modelo

Asumimos ahora que del sistema nos reportan el promedio de 47 personas ($Y_{real} = 47$), pero que hemos simulado sólo 5 veces.

Las primera 5 simulaciones dan los valores 49, 46, 44, 48, 41, de manera que se obtiene:

$$\bar{Y} = 45.6; \quad S = 3.2093$$

Usando t con 4 gl, se obtiene: $t_0 = -0.975426$; $t_{\alpha/2} = 2.7765$.

En este caso se aceptaría la hipótesis por falta de observaciones simuladas, siendo el modelo inválido.

Ejercicio

Aplicar pruebas de hipótesis a los indicadores

- Tamaño máximo de la cola
- Tiempo promedio de espera
- Porcentaje del tiempo que el peluquero está ocupado

ensayando diferentes valores para numéricos del indicador real del sistema.

Validación de transformaciones input-output: La prueba F (Análisis de varianzas ANOVA)

Objetivo: se tiene dos (o más) conjuntos de datos, resultado de un experimento que se lleva a cabo bajo dos (o más) condiciones diferentes. Se necesita saber las condiciones afectan o no los resultados, es decir si los resultados son estadísticamente diferentes o iguales.

Ejemplos:

- se compara la producción de leche de dos grupos de vacas, dando a cada grupo otro tipo de alimento.
- se analizan los resultados del ECAES en diferentes universidades, para determinar si los resultados dependen de la universidad
- se comparan resultados de un sistema simulado con los resultados del sistema real para validar el modelo de simulación
- se comparan los resultado de dos escenarios simulados para poder determinar si entre ellos hay diferencia significativa.

Otras formas de validación

Pruebas con datos históricos del sistema real:

En vez de generar aleatoriamente los datos en la simulación, se usa un conjunto de datos obtenidos del sistema real. Se espera que los indicadores de desempeño del sistema simulado estén cerca a los obtenidos de los datos históricos directamente.

Prueba de Turing:

Se preparan 10 reportes de salida idénticos, 5 obtenidos del sistema real, otros 5 resultados de la simulación. Se mezclan bien estos reportes y pide a una persona experta del sistema real que identifique los reportes reales y simulados.

Si el experto está capaz de identificar la mayoría de ellos, el modelo describe bien el sistema.

Si el experto no nota la diferencia, el modelo está válido.

Definir alternativas de solución

Si el modelo está validado, se puede usarlo para realizar experimentos (**experimentación simulada**).

La definición de alternativas de solución es una actividad donde deben participar los expertos que conocen bien el sistema.

Entre los factores a considerar en la definición de alternativas de solución se tiene:

- la factibilidad de su implementación en el sistema real
- el costo asociado y tiempo requerido para realizar los cambios
- la disposición al cambio de las personas afectadas
- dificultad de transición al sistema cambiado

Definir alternativas de solución: Ejemplo de la peluquería

- La cola está creciente a lo largo de tiempo
- Se presentan tamaños muy grandes de la cola
- El peluquero está ocupado casi todo el tiempo

Esto parece indicar que la demanda para el servicio es alta en comparación con la capacidad del sistema. Se sospecha que se pierden clientes que no entran al la peluquería dado que la ven muy llena.

Se buscan alternativas que permiten atender los clientes más eficientemente.

Alternativas de solución

Se plantean 3 alternativas:

1. Un ayudante que permite al peluquero trabajar más rápido

Se espera que con un ayudante el peluquero puede bajar los tiempos de atención en un 20 %.

2. Instalar una caja que permite que el peluquero sólo atiende sus clientes, la cancelación está a cargo de otra persona.

Se estima que un cliente se demora 4 ± 1 minutos para pagar; el peluquero ahorra entre 2 y 3 minutos en la atención del cliente.

3. Instalar un segundo puesto de servicio. Se supone que el segundo peluquero trabaja con la misma velocidad que el primero.

Indicadores para el análisis

Se analizan los siguientes indicadores de desempeño:

- el número de personas atendidas por día
- el tamaño promedio de la cola (se continua observando el comportamiento de la cola para saber si el sistema está en equilibrio)
- porcentaje de clientes que esperan más de 30 minutos
- porcentaje del tiempo que el servidor (o los servidores) está ocupado

Una alternativa de solución se define como aceptable, si

- el número de personas atendidas por día está mayor que el actual
- el tamaño promedio de la cola es bajo y el sistema está en estado de equilibrio en la mayoría de los casos
- no más del 10% de los clientes que esperan más de 30 minutos
- el servidor (o los servidores) está ocupado no más que el 80% de su tiempo

Diseño de los escenarios

Se consideran los siguientes escenarios de simulación:

Escenario 0: la situación actual

Escenario 1: peluquero con ayudante

Escenario 2: peluquero con cajero

Escenario 3: dos peluqueros

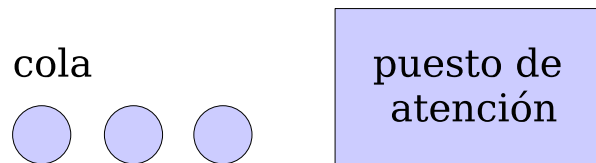
Implementación de los escenarios y ejecución

Análisis de los resultados

- Se define el número de simulaciones en cada escenario.
- Se hacen la modificaciones pertinentes del modelo para adaptarlo a cada uno de los escenarios.
- Se simula, guardando los valores de la indicadores seleccionados.
- Se analiza cada escenario y lo compara con el escenario 0.

Ejemplo peluquería: Escenario 0

Es el modelo ya validado, donde se incluye los nuevos indicadores de desempeño a considerar.



Resultados:

	por simulación	promedio
clientes atendidos	{45, 44, 49, 46, 41, 45, 43, 37, 46, 42}	43.8
tamaño promedio de la cola	{9.4, 7.9, 2.9, 10.2, 1.35, 1.2, 4.8, 0.8, 6.5, 2.2}	4.7
porcentaje de clientes que espera más de 30 min	{89.1, 86.7, 38.0, 87.2, 11.9, 2.2, 56.8, 0.0, 59.6, 32.6}	46.4
porcentaje del tiempo que el servidor está ocupado	{95.8, 100., 99.6, 100.2, 83.5, 90.6, 87.5, 78.1, 99.8, 89.6}	92.5

Análisis de Escenario 0

Se confirman los resultados ya obtenidos en la validación del modelo:

- se atienden alrededor de 44 personas por día
- el peluquero se encuentra muy ocupado

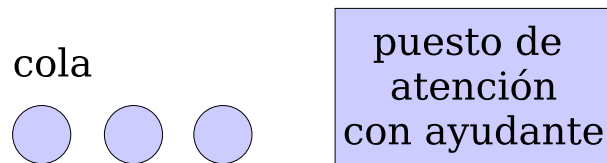
En cuanto a los indicadores nuevos:

- el tamaño promedio de la cola llega a valores muy altos (hasta 10.2 personas) (la cola tiende a crecer a lo largo del día)
- en promedio esperan el 46.4% de los clientes más de 30 minutos

Ejemplo peluquería: Escenario 1

En este escenario se pone el peluquero más eficiente por la ayuda del ayudante.

Se puede incorporar este cambio en el modelo básico, modificando los tiempos de atención: 20 % del tiempo original.



Resultados:

	por simulación	promedio
clientes atendidos	{55, 59, 50, 51, 44, 41, 48, 47, 53, 37}	48.5
tamaño promedio de la cola	{4.6, 2.5, 1.4, 2.4, 1., 0.8, 1., 0.8, 1.9, 0.7}	1.7
porcentaje de clientes que espera más de 30 min	{58.9, 20., 7.8, 35.3, 4.4, 0, 4.1, 4.3, 16.7, 5.4}	15.7
porcentaje del tiempo que el servidor está ocupado	{94.2, 100.4, 84.6, 81.7, 77.1, 68.5, 81.7, 76., 89.4, 64.6}	81.8

Análisis de Escenario 1

Indicadores:

- se atienden en promedio 48.5 personas por día [en Escenario 1: 43.8]
- el peluquero se encuentra muy ocupado (81.8 % del tiempo) [en Escenario 1: 92.5]
- el tamaño promedio de a cola bajó (1.7 personas) [en Escenario 1: 4.7]
(el sistema se encuentra en estado de equilibrio respecto a la cola en la mayoría de los casos)
- en promedio esperan el 15.7% de los clientes más de 30 minutos, también considerablemente menos que en escenario 0 [en Escenario 1: 46.4].

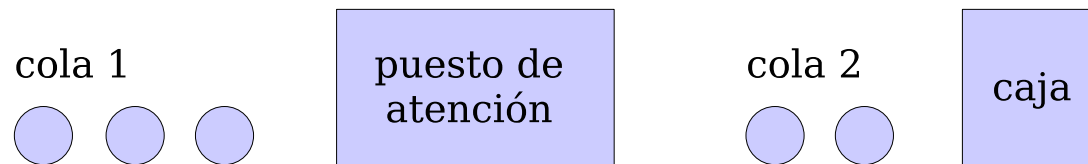
Resumen:

En el Escenario 1 se atienden más personas, la cola se reduce y el sistema tiende a equilibrarse. Sin embargo, hay más de 10% de clientes que esperan más que 30 minutos y el peluquero está ocupado más del 80% del tiempo, que se exigen de una solución aceptable.

Ejemplo peluquería: Escenario 2

En este escenario se trabaja con un peluquero y un cajero. Se supone que se requiere 4 ± 1 minutos para pagar, tiempo por lo cual se reduce el tiempo de atención y que es requerido en la caja.

Se considera ahora un sistema de 2 servidores con sus respectivas colas en secuencia: el peluquero y el cajero.



Al usar la caja (entidad de servicio) con la segunda cola, se tiene que introducir las siguientes modificaciones:

- **Modificar el evento de salida:** en vez de salir del sistema, el cliente sale del puesto de atención y entra en la cola 2 para poder pagar
- **Modificar el tiempo de servicio,** restando al tiempo original 2 o 3 minutos (con igual probabilidad)
- **Introducir un nuevo evento,** la salida de la caja: funciona en forma análoga al evento salida del escenario 0; el tiempo de servicio en la caja está dado por 4 ± 1 minutos.

Resultados: (se introducen indicadores para describir el desempeño del cajero)

	por simulación	promedio
clientes atendidos por el peluquero	{50, 49, 61, 49, 48, 51, 48, 50, 45, 48}	49.9
tamaño promedio de la cola	{2.2, 0.6, 1.7, 0.8, 0.9, 2.1, 1.6, 1.1, 0.5, 0.9}	1.2
porcentaje de clientes que espera más de 30 min	{21.6, 0, 12.9, 2., 2., 30.8, 14.3, 5.9, 0, 10.2}	10.0
porcentaje del tiempo que el servidor está ocupado	{77.3, 75.6, 91.9, 72.1, 77.5, 79.8, 77.5, 82.3, 70.4, 65.2}	77.0
clientes atendidos en la caja	{50, 49, 60, 49, 48, 50, 48, 50, 45, 48}	49.7
cola máxima de la caja	{1, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	-
porcentaje del tiempo que el cajero está ocupado	{41.7, 40., 52.3, 40., 38.8, 44., 39.4, 41.7, 36.9, 40.4}	41.5

Análisis de Escenario 2

Indicadores:

- se atienden en promedio 49.7 personas por día, incluyendo el proceso de pago [en Escenario 1: 43.8]
- el peluquero se encuentra ocupado el 77 % del tiempo [en Escenario 1: 92.5]
- el tamaño promedio de la cola bajó (1.2 personas) [en Escenario 1: 4.7]
(el sistema se encuentra siempre en estado de equilibrio respecto a la cola)
- en promedio esperan el 10.0% de los clientes más de 30 minutos, también considerablemente menos que en escenario 0 [en Escenario 1: 46.4].

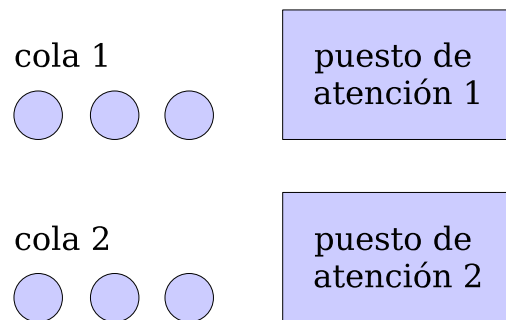
Resumen:

El Escenario 2 cumple con las exigencias para una solución aceptable en todos los aspectos especificados.

Ejemplo peluquería: Escenario 3

En este escenario se trabaja con dos peluqueros, asumiendo que trabajan a igual velocidad (el mismo tiempo de atención).

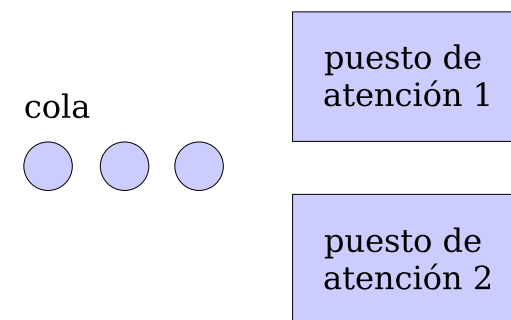
Hay dos maneras de operar un sistema con puestos de trabajo en paralelo:



Sistema de dos puestos de atención y dos colas en paralelo

Modificaciones requeridas del modelo:

- Se implementa dos sistema iguales pero con un solo evento de llegada
- Al llegar el cliente se decide por una de las colas (por ejemplo la más corta)



Sistema de dos puestos de atención en paralelo y una sola cola

Modificaciones requeridas del modelo:

- Hay que implementar dos eventos de salida.
- El puesto que se desocupa hala al próximo cliente de la cola

Para la situación de la peluquería es más adecuado el sistema de dos puestos de atención con una cola en común.

Resultados:

	por simulación	promedio
clientes atendidos, servidor 1	{43, 34, 38, 34, 28, 30, 28, 33, 32, 33}	33.3
clientes atendidos, servidor 2	{26, 19, 18, 20, 18, 21, 14, 19, 19, 17}	19.1
total atendidos	{69, 53, 56, 54, 46, 51, 42, 52, 51, 50}	52.4
tamaño promedio de la cola	{1.6, 0.4, 0.4, 0.2, 0.1, 0.3, 0.1, 0.6, 0.4, 0.2}	0.4
porcentaje de clientes que espera más de 30 min	{24.6, 2.1, 16.3, 0, 0, 12.8, 0, 16.3, 6.5, 2.2}	8.1
porcentaje del tiempo que el servidor 1 está ocupado	{84.2, 76.9, 75., 67.1, 62.1, 64., 55.4, 72.7, 69.6, 66.}	69.3
porcentaje del tiempo que el servidor 2 está ocupado	{57.3, 41.9, 40.2, 41.9, 36.9, 41., 29.4, 41.7, 35.6, 35.6}	40.1

Análisis de Escenario 3

Indicadores:

- se atienden en promedio 52.4 personas por día por los dos servidores [en Escenario 1: 43.8]
- los peluqueros se encuentran ocupado 69.3% y el 40.1% del tiempo [en Escenario 1: 92.5]
- el tamaño promedio de la cola bajó (0.4 personas) [en Escenario 1: 4.7]
(el sistema se encuentra siempre en estado de equilibrio respecto a la cola)
- en promedio esperan sólo el 8.1% de los clientes más de 30 minutos [en Escenario 1: 46.4].

Resumen:

El Escenario 3 cumple con las exigencias para una solución aceptable en todos los aspectos especificados.

Sin embargo se encuentra que la utilización de los dos peluqueros es muy baja: son capaces de atender más personas. Ejecutando simulaciones con modificaciones del tiempo entre llegadas se determina cuántas personas se pueden atender entre los dos peluqueros sin violar las condiciones de aceptación de la solución.

Interpretación de los resultados obtenidos

- Entre las alternativas planeadas, alternativa 2 y 3 cumplen las exigencias para una solución.
- La alternativa 3 es mejor que la alternativa 2 respecto a las indicadores definidas.
- Sin embargo, alternativa 3 es probablemente más costosa que alternativa 2 (conseguir los datos de costos y precios). Un análisis económico podría mostrar cual de las dos alternativas es más rentable.
- En alternativa 3, los dos peluqueros son subutilizados. Se debería llevar a cabo un estudio de mercado para saber si es posible aumentar el número de clientes.

3. SIMULACIÓN DE SISTEMAS DE EVENTOS DISCRETOS

3.1 Introducción

3.2 Pasos de un estudio de simulación

3.3 Conceptos de simulación

3.4 Modelos específicos

3.3 CONCEPTOS DE SIMULACIÓN

- Aplicación de la simulación
- Estructura del sistema (los componentes)
- Estado del sistema (la situación actual)
- Dinámica del sistema (cambios a lo largo del tiempo)
- Comportamiento del sistema

Aplicación de la simulación

Modelo básico (escenario 0):

análisis, diseño, implementación, validación

Experimentación simulada (escenarios):

análisis, diseño, implementación, análisis de los resultados y recomendaciones (o representación de los indicadores)

Parámetros operativos:

de simulaciones,
tiempo total de la simulación y/o otras condiciones de parada,
tiempo de calentamiento (si el sistema se demora para llegar al estado de equilibrio)

Sistema

- estructura (los componentes)
- estado (la situación actual)
- funcionamiento (los procesos)
- dinámica (cambios a lo largo del tiempo)

Estructura del sistema

Entidad de servicio (servidor)

- Variable de desempeño asociada: *utilización*
- Variable de estado asociado: *estado* (ocupado/desocupado)
- Atributos: nombre, estado actual
- Métodos: cambiar la variable *estado*, actualizar *utilización*

Entidad de almacenamiento (multiservidor)

- Variable de desempeño asociada: *utilización de la capacidad*
- Variable de estado: número de unidades almacenadas
- Atributos: nombre, capacidad, estado actual
- Métodos: cambiar *estado*, actualizar *utilización de la capacidad*

Ejemplo: una bodega, el conjunto de varias entidades de servicio con iguales características en paralelo

Ejercicio: Modelar el escenario con dos peluqueros con una entidad de almacenamiento

Cola

- Variables de desempeño asociadas: tamaño promedio y máximo de la cola, tiempo promedio de espera
- Variable de estado: tamaño actual de la cola
- Atributos: nombre, capacidad de la cola (puede tener un límite), disciplina de la cola (FIFO,...), estado actual
- Métodos: cambiar *estado*, actualizar variables de desempeño

Ejemplos: cola física, uso de una cola para obtener información sobre retrasos entre dos puntos del procesos

Ejercicio: Usar una cola para recoger información sobre el tiempo total que un cliente se demora en la peluquería

Estado del sistema

Descrito por las variables de estado:

- Una variable de estado describe un aspecto del sistema
- El conjunto de las variables de estado describe completamente el estado del sistema en un momento dado

Modificado por la ocurrencia de eventos:

- La ocurrencia de un evento está programada por la lista de eventos futuros y
- provoca un cambio en algunas variables de estado

Dinámica del sistema: Actividades

Actividades

- Son responsables para la dinámica del sistema.
- Se **generan** (por un evento de llegada), **pasan** por el sistema de acuerdo con sus procesos definidos y se **destruyen** cuando no más forman parte del sistema.
- Se pueden usar en un modelo de simulación diferentes tipos de actividades
- Si se requiere de actividades “personalizados” deben incluirse como objetos.

Actividad:

- Atributos: identificación, parámetros (prioridad, tipo de proceso requerido, clasificaciones...)
- Métodos: relacionados con el proceso correspondiente de la actividad

Ejemplo: Las urgencias de un hospital. Llegan pacientes en condiciones muy críticas, críticas y normales (de acuerdo con una distribución de probabilidad). Se quiere determinar el tiempo promedio de espera de los paciente en cada grupo, ensayando diferentes estrategias de usar los recursos disponibles.

Dinámica del sistema: Eventos

Evento:

- Atributos: tipo de evento, otros parámetros (por ejemplo actividad involucrada)
- Métodos: Ejecución del evento, que incluye
actualización de variables de estado
actualización de variables de desempeño
generación de otros eventos

Ejercicio: un sistema con una cola y un servidor. Una actividad entra y tiene que visitar el servidor varias veces. Se está interesada en el tiempo promedio que la actividad pertenece en el sistema.

Ejemplo: un maestro en una escuela da una tarea a sus alumnos. Ellos trabajan sólo, si piensan que están listos, consultan para aprobar o seguir modificando su trabajo.

Dinámica del sistema: Manejo del tiempo

Reloj del sistema:

- variable global para el manejo de la ocurrencia de los eventos
- se actualiza con el tiempo de ocurrencia del evento más próximo a la lista de eventos futuros

Lista de eventos futuros (LEF)

- lista ordenada cronológicamente
- un ítem de la LEF consiste por lo menos de {tiempo de ocurrencia, tipo de evento}
- métodos:
 - insertar** un ítem (cronológicamente, después de los ítems existentes con igual tiempo de ocurrencia);
 - eliminar** un evento (después de haber lo realizado)

En un momento determinado (reloj del sistema) una actividad se puede detener por ser sometido a un **retraso** o a un proceso que tiene una **duración** conocida en este instante.

Retraso (demora): las condiciones del sistema no permiten que avance la actividad. No se conoce en este instante cuando puede continuar. No se programan demoras, se dan. Con frecuencia se quiere medir la demora por una variable de desempeño.

Duración: La actividad tiene que pasar por un proceso con una duración que se conoce (o se genera) en este instante. Es un valor numérico determinado por una variable de entrada. Se programa un evento futuro con ocurrencia = reloj + duración, que describe la finalización de este proceso.

Ejemplo: la espera en una cola significa un retraso, el tiempo de servicio corresponde a una duración.

Comportamiento del sistema

Las variables de desempeño describen el comportamiento del sistema.

- son variables globales
- se actualizan durante la ejecución de un evento
- generalmente finalizando la simulación se tiene que procesar datos recolectados para obtener la información requerida.

Ejemplos:

- número de personas atendidas (no requiere procesamiento)
- porcentaje de utilización de un servidor: determinado a partir del tiempo total ocupado
- permanencia promedio de un cliente en el sistema: $\text{total de permanencia} / \# \text{ clientes}$
- comportamiento del tiempo de permanencia en el sistema: diagrama de frecuencias, posiblemente ajuste a una distribución
- comportamiento de una cola: valor esperado (tener en cuenta el tiempo y el estado de la cola), posiblemente tendencia

3. SIMULACIÓN DE SISTEMAS DE EVENTOS DISCRETOS

3.1 Introducción

3.2 Pasos de un estudio de simulación

3.3 Conceptos de simulación

3.4 Modelos específicos

3.4 MODELOS ESPECÍFICOS

- El banco
- Proceso de manufactura
- Fallas de máquinas
- Semáforo
- Control de calidad

El banco

Determinar el número de cajeros que requiere un banco, teniendo como objetivo mantener una utilización entre 85 y 60%. Los clientes llegan de acuerdo con una distribución Poisson con media de 1 cliente por minuto. Hay una sola línea de espera. El tiempo de servicio sigue una distribución exponencial con media de 3 minutos.

Variantes:

1. Un cliente que llega y encuentra una cola con más de 10 personas se va. se quiere saber también el número de personas que no se atiende por esta razón perdidas
2. Hay diferentes transacciones que pueden realizar los clientes: consignaciones (el 40% de los clientes), consultas (10%) y retiros (50%), que requieren diferentes tiempos de atención (exponencial con media 4, 1 y 3 minutos respectivamente).
3. Compara con un sistema donde hay una cola de espera separada por cada cajero. Sin embargo, si se desocupa un cajero, ayuda a despachar a los demás.
4. Los cajeros deben realizar además transacciones enviados por la gerencia. Estas transacciones llegan cada 30 ± 10 minutos, están atendidos por el cajero que termina primero la atención con el cliente actual.
5. Las transacciones de la gerencia interrumpen el trabajo de uno de los cajeros (seleccionado al azar)
6. El 30 % de los clientes realiza las operaciones con tarjeta. El tiempo promedio de atención de ellos se reduce a 2 minutos, sin embargo estos clientes no están dispuestos de esperar más de 5 minutos. ensayar una estrategia con uno o varios cajeros especialmente para este tipo de cliente.

Proceso de manufactura

La manufactura de cierto tipo de componente requiere un tiempo relativamente largo de ensamblaje, seguido por un tiempo corto dentro de un horno. Existe un solo horno, así que varias máquinas ensambladoras lo comparten aunque sólo puede contener un componente a la vez. El tiempo de ensamblaje es uniforme (30 ± 5 minutos) y el tiempo en el horno es también uniforme (8 ± 2 minutos). Cuantas ensambladoras se deben usar para maximizar la cantidad de piezas terminadas?

Variantes:

1. Se tiene que dejar enfriar el horno durante 5 minutos antes de retirar las piezas
2. Se tiene 2 hornos
3. En el horno caben 10 piezas
4. El espacio donde esperan las piezas al horno está limitado, caben sólo 4 piezas. Si este espacio está ocupado, las piezas quedan la máquina (bloqueándola) hasta que se libere el espacio

Fallas de máquinas

En una fábrica funcionan 50 máquinas que son operadas 8 horas al día durante 5 días de la semana. Cada máquina está sujeta a fallas. Una máquina dañada se reemplaza por una de repuesto inmediatamente o cuando haya una disponible. Al mismo tiempo, la máquina con daño se manda a reparación, una vez reparada se convierte en una máquina de repuesto disponible. Se quiere saber cuantos reparadores se debe contratar y cuantas máquinas adicionales se deben alquilar, si se quiere mantener la capacidad de producción al 93 a 96% de la que se tiene con 50 máquinas funcionando.

Reparar una máquina dañada se demora 8 ± 3 , si la máquina resume el trabajo sigue funcionando 160 ± 30 horas hasta que se presente otro daño. El tiempo remover una máquina dañada y reemplazarla por una de repuesto es muy pequeño.

Variantes:

1. Considerar el costo de arrendar una máquina y el costo de un reparador. Se busca una estrategia de contratar reparadores y alquilar máquinas a costo bajo, conservando por lo menos el 90% de la capacidad de producción
2. La máquinas que se puede arrendar son menos susceptible a fallas (220 ± 30 horas)
3. Las máquinas arrendadas no se reparan sino se reemplazan. la máquina nueva llega a los 1 a 5 horas después de ser solicitada.

El semáforo

Un puente en construcción permite el paso de carros sólo en una dirección. Los carros llegan al puente con una distribución exponencial con media 3, al extremo norte del puente con media de 3 minutos, al sur con media 5. Se coloca un semáforo a cada lado del puente. Se puede programar la duración de las fases de semáforo (verde/rojo, rojo/rojo y rojo/verde en el norte y el sur del puente respectivamente). Inicialmente se selecciona duraciones de 8, 3 y 5 minutos respectivamente. Un carro requiere 1 minuto para pasar por el puente. Desde el instante que el semáforo se pone en verde, los carros que esperan arrancan de la siguiente manera: el primer carro empieza a atravesar a los 7 segundos después del cambio, el segundo a los 6 segundos, el tercero 5 segundos y los demás carros a los 4 segundos después del carro anterior. Se busca una buena combinación de fases.

Variantes:

1. Si el semáforo se pone en rojo, siguen hasta 3 carros de los que estaban esperando y bloquean la otra dirección
2. Un sistema de semáforos en un cruce

Control de calidad

En una línea de producción sale un producto cada 3 segundos. Se inspeccionan los productos terminados, seleccionando el 15% para una revisión más detallada. De ellos, el 5% requiere un ajuste que tarde 5 a 10 minutos. Luego se los vuelve a revisar y el proceso se repite. La duración de una inspección es distribuido normalmente con media de 30 y desviación de 5 segundos. Hay un solo inspector. Determinar la utilización del inspector, posibles cuellos de botella y el tiempo promedio de productos en el proceso de inspección.