

Prvi Domaći

Prvi deo: Analiza tržišta u slučaju N kompanija

1. Pretpostavka

1. Funkcija cene:

$$p(Q) = b - aQ, \quad \text{gde je } Q = \sum_{i=1}^N q_i$$

- b : Maksimum koji neko može da plati
- a : Stopa pada cene, neki vid inflacije
- Q : Ukupan broj proizvedenih proizvoda

2. Funkcija cene svake kompanije:

$$c_i(q_i) = cq_i + d$$

gde je c cena proizvodnje svakog pojedinačnog proizvoda za svaku i kompaniju, a d je neka fiksna cena održavanja

3. Prihod (Profit) za kompaniju :

$$u_i(q_i, Q_{-i}) = q_i \cdot p(Q) - c_i(q_i)$$

Dalje:

$$u_i(q_i, Q_{-i}) = q_i b - a q_i Q - c q_i - d$$

2. Optimizacija

Da bismo maksimizovali u_i , radimo izvod po proizvedenoj količini q_i i postavimo ga na 0:

$$\frac{\partial u_i}{\partial q_i} = b - aQ - a q_i - c = 0$$

Ubacivanjem dela $Q = q_i + Q_{-i}$:

$$b - a(q_i + Q_{-i}) - a q_i - c = 0$$

Dalje:

$$b - 2a q_i - a Q_{-i} - c = 0$$

Rešenje za q_i :

$$q_i = \frac{b - c - a Q_{-i}}{2a}$$

3. Simetrični slučaj

Iz teksta zadatka, pretpostavimo da sve kompanije imaju istu cenu proizvodnje i istu cenu održavanja, odnosno tržište je jednako i simetrično za sve učesnike: $q_i = q$. Onda:

$$Q = Nq$$

Za svaku kompaniju, količina proizvedenog proizvoda postaje:

$$\begin{aligned}q &= \frac{b - c - a(N - 1)q}{2a} \\q + \frac{a(N - 1)q}{2a} &= \frac{b - c}{2a} \\q \left(1 + \frac{N - 1}{2}\right) &= \frac{b - c}{2a} \\q \cdot \frac{N + 1}{2} &= \frac{b - c}{2aa} \\q &= \frac{b - c}{a(N + 1)}\end{aligned}$$

4. Konačna cena

Ukupan broj proizvoda

$$Q = Nq = N \cdot \frac{b - c}{a(N + 1)} = \frac{N(b - c)}{a(N + 1)}$$

Cena

Kad uvrstimo Q u funkciju cene dobija se:

$$\begin{aligned}p(Q) &= b - aQ \\p &= b - a \cdot \frac{N(b - c)}{a(N + 1)}\end{aligned}$$

Odnosno:

$$\begin{aligned}p &= b - \frac{N(b - c)}{N + 1} \\p &= \frac{b(N + 1) - N(b - c)}{N + 1} \\p &= \frac{b + Nc}{N + 1}\end{aligned}$$

5. Profiti

Profit svake od N kompanija iznosi:

$$u_i = q_i \cdot p - c_i(q_i)$$

Uvrštavanjem $q_i = \frac{b - c}{a(N + 1)}$ i $(p = \frac{b + Nc}{N + 1})$:

$$u_i = \left(\frac{b-c}{a(N+1)} \right) \cdot \frac{b+Nc}{N+1} - \left(c \cdot \frac{b-c}{a(N+1)} + d \right)$$

Odnosno:

1. Ukupan prihod:

$$\frac{(b-c)(b+Nc)}{a(N+1)^2}$$

2. Deo koji se uložio u proizvodnju:

$$\frac{c(b-c)}{a(N+1)} + d$$

Na kraju, celokupan profit je:

$$u_i = \frac{(b-c)(b+Nc)}{a(N+1)^2} - \frac{c(b-c)}{a(N+1)} - d$$

6. Zaključak

1. Ako se broj kompanija povećava $N \rightarrow \infty$ Cena proizvoda će se približavati ceni proizvodnje, sprečavajući neku od kompanija da preuzme monopol na tržištu, diktira i kontroliše cenu.
2. Za manje N , odnosno manji broj kompanija, broj proizvoda će biti manji čime će svaka od kompanija imati veću slobodu u dizanju cene dokle god potražnja može da je isprati.

Drugi deo: Analiza tržišta u slučaju da jedna kompanija plaća manje

Opis

Dve kompanije prodaju isti proizvod. Svi parametri proizvodnje su im isti sem jednog: cene proizvodnje po jedinici. Jedna kompanija (Kompanija 1) plaća upola manje cenu proizvodnje od Kompanije 2. Parametri i notacija ostaju isti:

- p : Cena proizvoda koju će kupac da plati. Može se posmatrati kao prihod kompanije od prodaje.
- q_1, q_2 : Broj proizvoda koji će proizvesti kompanija 1 i kompanija 2.
- c : cena proizvoda.
- d : Fiksna cena proizvodnje (poput održavanja, poreza, struje, i tako to nzm).
- b : Maksimalna cena koju je kupac voljan da plati za proizvod.
- a : Faktor koji zavisi od potražnje i dostupnosti proizvoda na tržištu.

Relacije ostaju iste:

- Funkcija cene:

$$p(q_1, q_2) = b - a \cdot (q_1 + q_2).$$

- Stim da se funkcija cene proizvodnje promenila za jednu kompaniju:

$$c_1(q_1) = \frac{c}{2} \cdot q_1 + d, \quad c_2(q_2) = c \cdot q_2 + d.$$

- Profiti:

$$u_1(q_1, q_2) = q_1 \cdot p(q_1, q_2) - c_1(q_1), \quad u_2(q_1, q_2) = q_2 \cdot p(q_1, q_2) - c_2(q_2).$$

Nalaženje optimalnog broja proizvoda i cene, maksimizacija po dobiti

1. Za Kompaniju 1:

$$\frac{\partial u_1}{\partial q_1} = b - a \cdot (q_1 + q_2) - a \cdot q_1 - \frac{c}{2} = 0.$$

$$q_1^* = \frac{b - \frac{c}{2} - a \cdot q_2}{2a}.$$

2. Za Kompaniju 2:

$$\frac{\partial u_2}{\partial q_2} = b - a \cdot (q_1 + q_2) - a \cdot q_2 - c = 0.$$

$$q_2^* = \frac{b - c - a \cdot q_1}{2a}.$$

1. Zamenom prethodnog izraza dobija se:

$$q_1^* = \frac{b - \frac{c}{2} - a \cdot \frac{b - c - a \cdot q_1}{2a}}{2a}.$$

$$q_1^* = \frac{2b - 3c}{6a}.$$

2. Uvrštavanjem q_1^* nazad:

$$q_2^* = \frac{b - c - a \cdot \frac{2b - 3c}{6a}}{2a}.$$

odnosno:

$$q_2^* = \frac{b - c}{3a}.$$

Funkcija optimalne cene

Totalna količina je:

$$q_1^* + q_2^* = \frac{2b - 3c}{6a} + \frac{b - c}{3a} = \frac{3b - 3c}{6a} = \frac{b - c}{2a}.$$

Uvrštavanjem:

$$p^* = b - a \cdot (q_1^* + q_2^*) = b - a \cdot \frac{3b - 3c}{6a}.$$

Dobija se:

$$p^* = \frac{2b + 3c}{6}.$$

Konačan rezultat i rezime

1. Optimalna količina:

- $q_1^* = \frac{2b-3c}{6a}$
- $q_2^* = \frac{b-c}{3a}$

2. Ukupna količina:

$$q_1^* + q_2^* = \frac{b-c}{2a}.$$

3. Optimalna cena:

$$p^* = \frac{2b + 3c}{6}.$$

Zaključak

- Kompanija 1, sa manjom cenom proizvodnje $c/2$, proizvodi više od Kompanije 2.
- Optimalna cena p^* zavisi i od maksimalne cene b i od cene proizvodnje c .
- Smanjenjem parametra d smanjenjem koštanja proizvodnje c kompanije mogu uvećati svoj dobit i zaradu.