

## 1 Задача №6. Дополнение до сильносвязного

Дан ориентированный граф. Определите, какое минимальное количество ребер необходимо добавить, чтобы граф стал сильносвязным. В графе возможны петли.

## 2 Описание алгоритма

Для нахождения компонент сильной связности используем алгоритм Косарайю(доказательство корректности работы и времени работы см. [тут](#) ) Для нахождения ребер между КСС в процессе второго обхода графа при нахождении черной вершины добавляем ребро, соединяющее вершины, в наш конденсированный граф. После построения конденсированного графа подсчитываем вершин, в которые не входит ни одной вершины и количество вершин, из которых не выходит ни одной вершины. Ответом будет максимум из количества стоков и истоков, или, если КСС всего одна, то 0.

## 3 Доказательство корректности работы

Если при обходе натываемся на черную вершину, то она уже обработана. Значит она находится в другой КСС, так как второй обход строит деревья обхода КСС. Корректность ответа исходит из необходимости проведения графов в истоки и из стоков, так как иначе мы не сможем пройти из стоков и попасть в сток.

## 4 Время работы и доп. память

- $V$  - количество вершин,  $E$  - количество ребер
- Время работы  $O(V + E)$
- Доп. память  $O(V + E)$

## 5 Доказательство времени работы

Время работы алгоритма Косарайю  $O(V + E)$ , построения КСС  $O(V + E)$ , поиск по вершинам  $O(V + E)$ . Доп. память тратится на хранение графа ( $O(V + E)$ ), хранение порядка обхода, стек (по  $O(V)$ ) и КСС ( $O(V + E)$ ).