

1 Задача 4.2 Сортировка почти упорядоченной последовательности

Дана последовательность целых чисел $a_1 \dots a_n$ и натуральное число k , такое что для любых i, j : если $j \geq i + k$, то $a[i] \leq a[j]$. Требуется отсортировать последовательность. Последовательность может быть очень длинной. Время работы $O(n \log(k))$. Доп. память $O(k)$. Использовать слияние.

2 Описание алгоритма

- Считаем первые $2k$ чисел, отсортируем их сортировкой слиянием и выведем первые k .
- Будем считывать по k символов вместо первых k в массиве, сортировать весь массив и выводить первые k в массиве, пока не дойдем до "хвоста".
- Введем, отсортируем и выведем "хвост".

3 Доказательство корректности работы

Заметим, что все элементы на позициях $[t..t + k]$ меньше всех элементов на позициях $[t + 2k..t + 3k]$ для произвольного t . Тогда нет смысла сравнивать подмассивы элементов на расстоянии более k , так как любой элемент одного меньше любого из элементов другого. Соответственно, можно сравнивать два подряд идущих подмассива по k элементов и выводить первые k наименьших. Следующий подмассив будет сравниваться только с наибольшими из оставшихся, поэтому выведется корректная числовая последовательность.

Корректность работы сортировки слиянием см. по [ссылке](#)

4 Время работы и доп. память

- Время работы $O(n \log(k))$
- Доп. память $O(k)$

5 Доказательство времени работы

Выполняется $\lceil n/k \rceil$ сортировок $2k$ чисел. соответственно, время работы равно $O(\lceil n/k \rceil 2k \log(2k)) = O(n \log(k))$. Потребляемая память равна $O(2k) + O(2k) = O(k)$, т.к. мы считываем и обрабатываем $2k$ чисел и сортировка слиянием потребляет $O(2k)$ памяти.

См. время работы и потребляемую память сортировкой слиянием по [ссылке](#)