

1 **Задача 4. Двудольный граф.**

Дан невзвешенный неориентированный граф. Определить, является ли он двудольным. Требуемая сложность $O(V + E)$.

2 **Описание алгоритма**

Произведём серию поисков в глубину. Т.е. будем запускать поиск в глубину из каждой непосещённой вершины. Ту вершину, из которой мы начинаем идти, мы помещаем в первую долю. В процессе поиска в глубину, если мы идём в какую-то новую вершину, то мы помещаем её в долю, отличную от доли текущей вершины. Если же мы пытаемся пройти по ребру в вершину, которая уже посещена, то мы проверяем, чтобы эта вершина и текущая вершина находились в разных долях. В противном случае граф двудольным не является.

По окончании работы алгоритма мы либо обнаружим, что граф не двудолен, либо найдём разбиение вершин графа на две доли.

3 **Доказательство корректности работы**

Теорема. Граф является двудольным тогда и только тогда, когда все его простые циклы имеют чётную длину.

Таким образом, если мы попадем в вершину того же цвета, то мы найдем простой цикл с нечетной длиной.

4 **Время работы и доп. память**

- Время работы $O(V + E)$, где n - количество вершин.
- Доп. память $O(V + E)$.

5 **Доказательство времени работы**

Время работы следует из времени работы поиска в глубину.