

1 4.2 Сумма длин до остальных.

Для каждой вершины определите сумму расстояний до всех остальных вершин. Время работы должно быть $O(n)$.

2 Описание алгоритма

- Будем хранить вершины в массиве, храня с каждой вершиной так же массив ее детей, ее родителя, количество вершин в ее поддереве и сумму расстояний до вершин ее поддерева.
- Рекурсивно подсчитаем количество вершин в каждом поддереве, просуммировав для каждой вершины количество вершин в поддереве каждого ребенка и добавив ее саму.
- Рекурсивно вычислим для каждой вершины сумму расстояний до вершин ее поддерева, складывая сумму расстояний до вершин поддерева каждого ребенка и количество вершин в его поддереве, так как расстояние до каждой вершины поддерева ребенка от данной вершины на единицу больше.
- Будем считать суммой расстояний до всех остальных вершин корня сумму расстояний до вершин поддерева корня, так как у корня нет родителя.
- Пройдемся по массиву и для каждой вершины, кроме корня, вычислим сумму расстояний до всех остальных вершин следующим образом:
 - Прибавим сумму расстояний до вершин поддерева
 - Прибавим сумму расстояний до всех остальных вершин, которая вычисляется следующим образом:
 - * Прибавим сумму расстояний до всех вершин дерева родителя. Она уже вычислена, так как по построению индекс родителя меньше индекса ребенка.
 - * Вычислим из этой суммы расстояние от родителя до вершин поддерева данной вершины. Оно равно сумме расстояний от данной вершины плюс количество вершин в под-

дереве данной вершины, так как расстояний до каждой вершины от родителя на единицу больше.

- * Прибавим количество остальных вершин, которые не являются вершинами поддерева данной вершины. Оно равно количеству вершин в дереве минус количество вершин в поддерева данной вершины.

3 Доказательство корректности работы

Элементы доказательства присутствуют в описании алгоритма.

4 Время работы и доп. память

- Время работы $O(n)$, где n - количество вершин.
- Доп. память $O(n)$.

5 Доказательство времени работы

Подсчет количества вершин в данном поддерева произойдет за линейное время, так как от каждой вершины она будет вызвана по разу и значение, вычисленное функцией, будет присвоено не более одного раза. Аналогично за линейное время произойдет подсчет расстояний до всех вершин поддерева. Подсчет суммы расстояний до всех вершин дерева для каждой вершины будет выполнен за линейное время, так как мы лишь по разу вычисляем ее для каждой вершины за константной время. Итого время работы алгоритма линейное.