

1 Задача 2.3 Закраска прямой

На числовой прямой окрасили N отрезков. Известны координаты левого и правого концов каждого отрезка $[L_i, R_i]$. Найти длину окрашенной части числовой прямой. $N \leq 10000$. L_i, R_i — целые числа в диапазоне $[0, 10^9]$.

2 Описание алгоритма

- Считаем каждый отрезок как структуру, содержащую левый и правый концы отрезка.
- Отсортируем массив отрезков, используя локальную пирамидальную сортировку и модифицированный оператор сравнения: сначала сравниваем по левому краю, если они равны, то по правому.
- Пройдемся по отсортированному массиву по следующему принципу: если начала следующего элемента меньше сохраненной правой границы, то обновляем правую границу и идем дальше, иначе вычитаем из данной правой границы сохраненную левую границу, добавляем эту разность к суммарной длине и обновляем левую и правую границу на левую и правую границу следующего элемента.

3 Доказательство корректности работы

При обработке каждого отрезка возможны следующие случаи

- Начало следующего левее или совпадает с концом предыдущего. Тогда мы ни в каком месте не теряем длину закрашки, обновляя правый край.
- начало следующего правее. Тогда у нас возникает незакрашенный слой, который не пойдет в ответ в силу работы алгоритма.

Корректность работы пирамидальной сортировки см. в [ссылке](#).

4 Время работы и доп. память

Время работы и доп. память равны соответствующим локальной пирамидальной сортировке, т. к. сам алгоритм работает за $O(n)$ (проходится по массиву) и потребляет $O(1)$ памяти, т. е.

- Время работы $O(n \log(n))$
- Доп. память $O(1)$

5 Доказательство времени работы

Время работы алгоритма линейно, что выходит из того, что обработка каждого элемента происходит лишь единожды. Доказательство времени работы пирамидальной сортировки см. в [ссылке](#).