

Projet Interpolation et Approximation numérique Implémentation d'un modèle de représentation de surfaces de subdivision - modèle "Racine de 3"

Youssef Bendagha - Marya Rezzouk

12 avril 2018

Table des matières

1	Introduction	1
2	Avantages du modèle	1
3	Explication de l'algorithme	2
3.1	Etapas de la subdivision	2
3.2	exemples de résultat	3
4	Conclusion	4

1 Introduction

Le schéma de subdivision "Racine de 3" est un schéma triadic (raffinement 1-3) pour maillage triangulaire (rotation de la topologie locale) avec une étape de raffinement plus fine que le schéma loop.

2 Avantages du modèle

L'avantage de l'algorithme racine de 3 réside dans sa complexité inférieure à celle de l'algorithme loop, et ce malgré que le nombre de triangles continue de croître exponentiellement.

De plus, le schéma racine de 3 atteint la surface limite plus rapidement que le schéma loop.

Remarque : La surface limite du modèle est C^2 .

3 Explication de l'algorithme

On dispose au départ d'un maillage triangulaire auquel on applique l'algorithme racine de 3 de subdivision qui permet d'effectuer l'approximation voulu en fixant un nombre d'itérations (plus on augmente le nbre d'itérations, plus on s'approche de la surface limite).

Dans cet algorithme, on utilise des données de type faces et sommets, avec :

- . sommets : contient la liste des sommets du maillage tel que sommet(j, :) contient les coordonnées x y z du sommet j.
- . faces : la liste des faces tel que faces(i, :) contient les indices des trois sommets de la face i.

3.1 Etapes de la subdivision

. Première étape : On commence par placer les sommets impairs qui s'avèrent être les barycentre des différentes faces.

. Deuxième étape : On effectue une rotation de la topologie locale i.e on modifie les emplacements des sommets pairs en utilisant la formule suivante :

$$S(p) = (1 - \alpha_n)p + \alpha_n \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} p_i$$

avec

$$\alpha_n = \frac{4 - 2 \cos(\frac{2\pi}{n})}{9}$$

. Troisième étape : on effectue le remaillage en sélectionnant les nouvelles faces calculées suivant la méthode suivante :

- Pour une face f1 d'arêtes [S1 S2 S3] de barycentre B1, on sélectionne une arête [S2 S3].

- On cherche une face f2 (de barycentre B2) voisine de f1 qui partage avec celle-ci l'arête [S2 S3].

1. Cas 1 : f2 existe.

Deux faces s'ajoutent alors au nouveau maillage, de sommets respectifs [B1 B2 S2] et [B1 B2 S3].

2. Cas 2 : f2 n'existe pas.

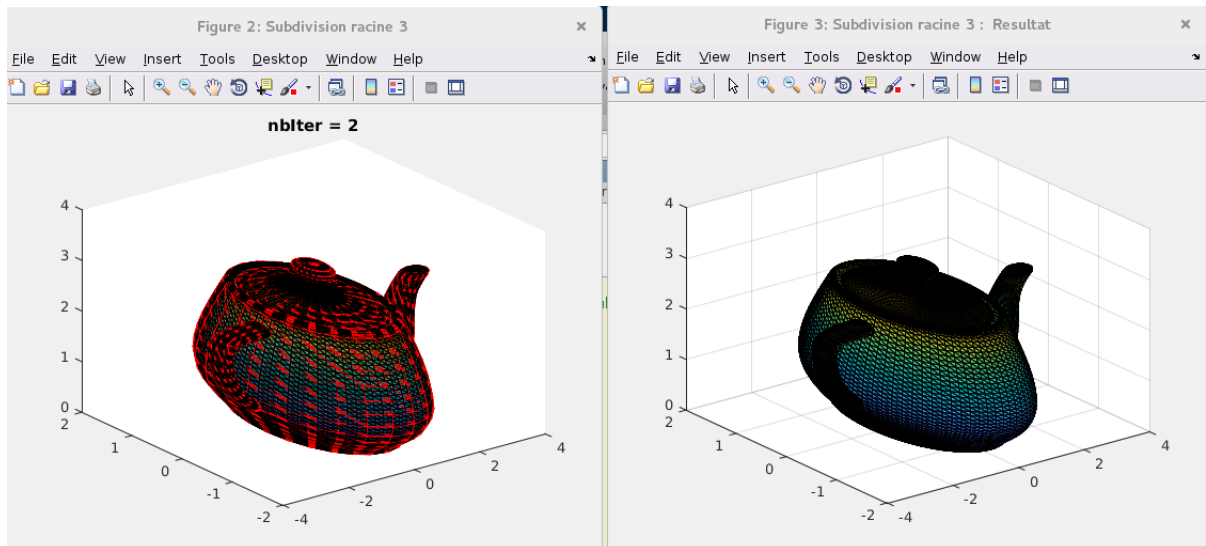
Une seule face s'ajoute alors au nouveau maillage, de sommets [B1 S2 S3].

On réitère ce procédé sur chaque arête de chaque face du maillage original (après application de l'étape 2).

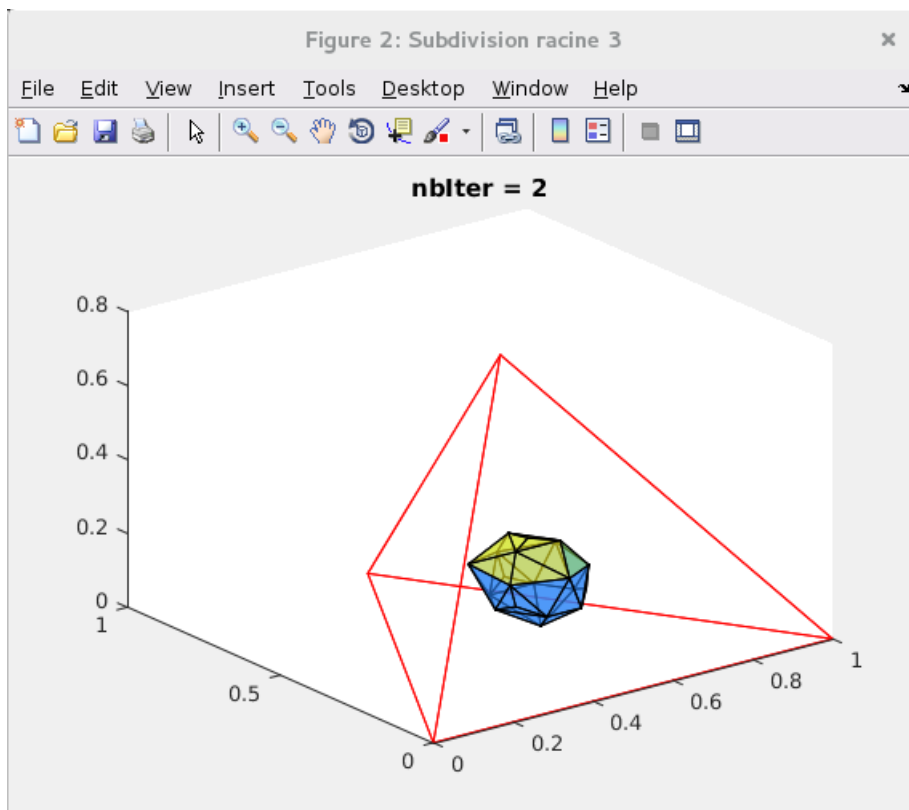
Ce processus constitue alors une seule subdivision, que l'on peut réitérer nbIter fois.

3.2 exemples de résultat

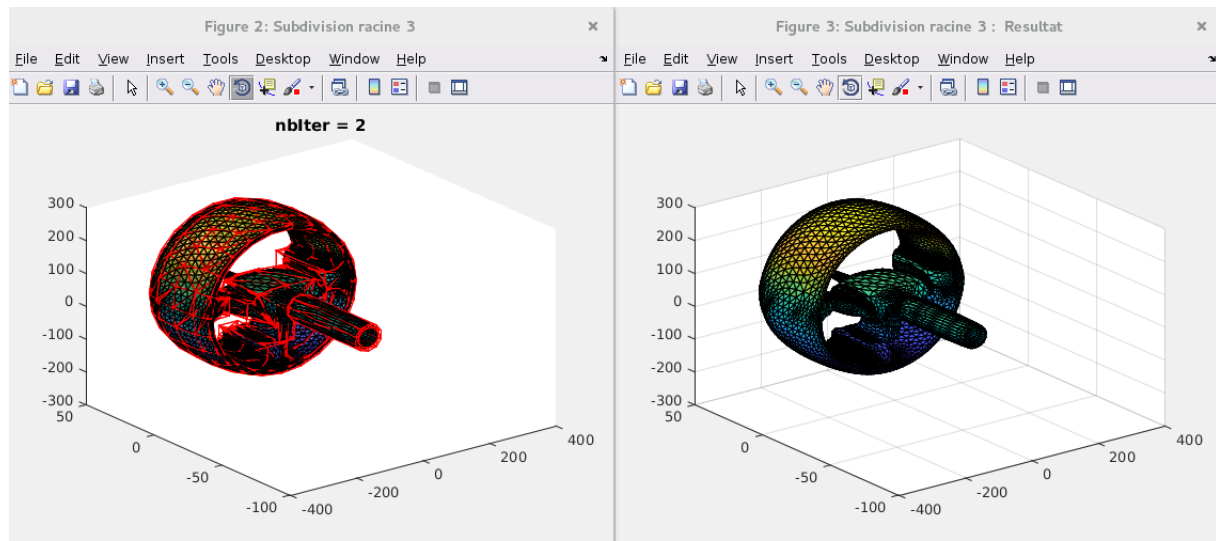
théière



tetraédre



volant



4 Conclusion

Le schéma racine de 3 s'est avéré être un schéma particulièrement efficace pour approximer une surface voulue, néanmoins il pour une plus grande précision et donc un grand nombre de subdivisions, il faut des ordinateurs particulièrement performants (au delà de 3 subdivisions pour un polygone assez grand, le calcul du maillage prend beaucoup trop de temps - une dizaine de minutes environ sur les ordinateurs des salles de TP).