Aflevering 4
Algoritmer og datastrukturer
Forår/Sommer 2011

Naja Mottelson (vsj465)
Søren Pilgård (vpb984)

24. maj 2011

Indhold

1 a

1.1 Algoritme

Lader vi i og j være indicer til hhv. det første og sidste element i de arrays vi arbejder med, kan vi skrive en multitrådet algoritme til at lægge arrays sammen således:

SUM-ARRAYS(A, B, C, i, j)
if $i == j$ **then**
  $C[i] = A[i] + C[i]$
else
  mid $= \lfloor \frac{(i+j)}{2} \rfloor$
  spawn SUM-ARRAYS(A, B, C, i, mid)
  SUM-ARRAYS$(A, B, C, mid + 1, j)$
  sync
end if

1.2 Paralellisme

Work for denne algoritme kan beskrives ved rekursionsligningen

$$T_1(n) = \begin{cases} \Theta(1) & \text{hvis } i = j \\ 2T_1(\frac{n}{2}) + \Theta(1) & \text{hvis } i \neq j \end{cases}$$

Vi ser at det første led bidrager med $\Theta(\lg n)$ arbejde, hvilket dominerer det konstante led fra basistilældet. Altså har vi $T_1(n) = \Theta(\lg n)$. Eftersom dybden af rekursive kald er logaritmisk, og de rekursive kald igen dominerer den konstante faktor fra basistilfældet får vi at $T_\infty(n) = \Theta(\lg n)$. Parallelismen for SUM-ARRAYS ($\frac{T_1}{T_\infty}$) bliver således $\Theta(\frac{\text{lg n}}{\text{lg n}}) = \Theta(1)$.

2 b

Når vi sætter $grain - size$ til 1 vil ADD-SUBARRAY udføre konstant arbejde eftersom vi altid vil have at $j = i$. Work for SUM-ARRAYS' vil derfor blive

$$T_1(n) = \Theta(n) \cdot \Theta(1) = \Theta(n)$$

Det samme gælder ved udregningen af span, som således kan skrives som

$$T_\infty(n) = \Theta(n) + \Theta(1) = \Theta(n)$$

Vi får derved parallelismen

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{T_\infty} &= \Theta(\frac{n}{n}) \\ &= \Theta(1) \end{aligned}$$

3 c

Vi ser at for-løkken i SUM-ARRAYS' bidrager med $\Theta(r)$ arbejde og at hjælper-outinen ADD-SUBARRAY bidrager med $\Theta(g)$ som $grain - size$ vokser.
Lader vi g være $grain - size$ ser vi at en formel for SUM-ARRAYS' i termer af n og g kan skrives på formen $T_\infty = \frac{n}{g} + g$ (her ignorerer vi afgrænsningerne i den oprindelige kvotient). For at finde den optimale værdi for $grain - size$ differentierer vi T_∞ med hensyn til g og får

$$T'_\infty(g) = 1 - (\frac{n}{g^2})$$

De optimale værdier for g må da være nulpunkterne for T'_∞:

$$\begin{aligned} 1 - (\frac{n}{g^2}) &= 0 \\ 1 &= (\frac{n}{g^2}) \\ n &= g^2 \\ g &= \sqrt[+]{n} \end{aligned}$$