

# Лабораторная работа №2

## Погрешность косвенных измерений

К.С. Пилипенко 

2023

Пусть некоторая величина  $f$  зависит от  $n$  величин, получаемых в результате прямого измерения  $x_1, x_2, \dots, x_n$  (это могут быть температура, напряжение, длина и др.), причём вид этой зависимости  $f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  известен и называется **рабочей формулой**, тогда, используя выражение для полного дифференциала функции нескольких аргументов, абсолютная погрешность косвенных измерений будет определяться по формуле:

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1} \right|_{x_2, \dots, x_n} \Delta x_1 + \dots + \left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_n} \right|_{x_1, \dots, x_{n-1}} \Delta x_n, \quad (1)$$

где  $\left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1} \right|_{x_2, \dots, x_n}$  — частная производная по  $x_1$  при постоянных  $x_2, \dots, x_n$ ;  $\Delta x_1 \dots \Delta x_n$  — абсолютные погрешности прямых измерений.

**Пример.** Студент хочет измерить мощность силы, которая заставляет кирпич равномерно двигаться вверх по наклонной плоскости. Проведя теоретические расчёты студент получил рабочую формулу  $N = Fv \cos \alpha$ , где  $F, v, \alpha$  — величины, получаемые в результате прямых измерений. Применив формулу 1 найдём частные производные:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial N(F, v, \alpha)}{\partial F} \right|_{v, \alpha} &= v \cos \alpha; \\ \left| \frac{\partial N(F, v, \alpha)}{\partial v} \right|_{F, \alpha} &= F \cos \alpha; \\ \left| \frac{\partial N(F, v, \alpha)}{\partial \alpha} \right|_{F, v} &= Fv \sin \alpha. \end{aligned}$$

И тогда абсолютная погрешность мощности будет определяться по формуле:

$$\Delta N = v \Delta F \cos \alpha + F \Delta v \cos \alpha + F v \Delta \alpha \sin \alpha,$$

где  $\Delta \alpha$  измеряется в радианах ( $1^\circ \sim \pi/180$ ).

Пусть в результате эксперимента и из паспортных данных были получены следующие значения:

$F, \text{ Н}$	$\Delta F, \text{ Н}$	$v, \text{ см/с}$	$\Delta v, \text{ см/с}$	$\alpha, \text{ рад}$	$\Delta \alpha, \text{ рад}$
7	0,1	5	0,2	$\frac{\pi}{6}$	$0,002\pi$

И тогда можно посчитать значение абсолютной погрешности косвенных измерений:

$$\Delta N = 5 \cdot 0,1 \cos \frac{\pi}{6} + 7 \cdot 0,2 \cos \frac{\pi}{6} + 7 \cdot 5 \cdot 0,002\pi \sin \frac{\pi}{6} \approx 1,68 \text{ Вт.} \quad (2)$$

## Ход работы

### Задание №1.

Используя формулу 1 получить формулу абсолютной погрешности для следующих физических зависимостей:  $H(I, R, \alpha) = \frac{NI}{2R \cdot \tan \alpha}$ ,  $Z(R, \omega, C) =$

$$\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

### Задание №2.

1. Создать таблицу. Верхнюю строчку отвести под название выбранной лабораторной работы (Например: «Определение плотности образца», «Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса», «Определение радиуса кривизны вогнутой поверхности методом катающего шара» );
2. Заполнить первые колонки (не менее трёх колонок) результатами **прямых** измерений.
3. Составьте столбец из косвенно измеренных значений  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ;
4. Найти формулу погрешности косвенных измерений  $\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  используя уравнение 1 и  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

5. В отдельных колонках по формулам рассчитать абсолютную и относительную погрешность косвенного измерения ( $\delta = \frac{\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}$ );

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое аддитивная и мультипликативная погрешность измерения?
2. Что такое погрешность косвенных измерений? Как находят эту погрешность?
3. Что такое совместные и совокупные измерения? Приведите примеры.

### **Методические рекомендации к заданию для обучающихся:**

Результаты выполнения задания оформляются в тетради, или на листочке, а также в файле с расширением «.xlsx»