Лабораторная работа №5
Использования метода наименьших квадратов для аппроксимации результатов совместных измерений

К.С. Пилипенко

2023

Пусть имеется два набора экспериментальных данных: x_i и y_i, где i=1,...n такие что между ними предполагается зависимость вида $y = f(x)$. Вводится некоторая (в простейшем случае линейная) функция $f(x, \{a_i\})$, которая определяется множеством неизвестных параметров $\{a_i\}$, где i=1,...n.

Ставится задача получить такое множество, чтобы совокупность погрешностей $r_i = y_i - f(x_i, \{a_i\})$ была в некотором смысле минимальной.

Согласно методу наименьших квадратов решением этой задачи является набор параметров $\{a_i\}$, который минимизирует некоторую функцию:

$$g(\{a_i\}) = \sum_{i=0}^{n}(y_i - f(x_i, \{a_i\}))^2. \tag{1}$$

Пусть между данными предположительно имеется линейная зависимость, того n=2 и $\{a_i\} = \{a_1,a_2\}$, а функция $f(x, a_1, a_2) = a_1 x + a_2$. Чтобы функция $g(a_1,a_2)$ из уравнения 1 была минимальна достаточным условием является равенство нулю её частных производных:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial g(a_1,a_2)}{\partial a_1}\right)_{a_2} = 0 \\ \left(\frac{\partial g(a_1,a_2)}{\partial a_2}\right)_{a_1} = 0 \end{cases}, \tag{2}$$

где $\left(\frac{\partial g(a_1,a_2)}{\partial a_1}\right)_{a_2}$ — производная функции по a_1 при постоянной a_2.

Ход работы

1. Аппроксимировать зависимость будем квадратичной функцией вида $f(x,a,b,c) = ax^2 + bx + c$;

2.

Приложение

Листинг 1: Код генератора выборки

```
    Dim i As Long
    Dim mean As Integer
    Dim sigma As Integer
    Dim random As Double

    mean = 10 * Rnd + 6
    sigma = 3 * Rnd + 2
    i = 501
    Range("A1").Select
    For i = 2 To i
        random = WorksheetFunction.NormInv(Rnd, mean,
            sigma)
        ActiveCell.Value = random
        ActiveCell.Offset(1, 0).Select
    Next i
```