

Лабораторная работа №7

Анализ выборки. Критерий согласия Пирсона.

К.С. Пилипенко 

2023

Критерий согласия Пирсона (Хи-квадрат) был придуман для проверки значимости расхождения эмпирических (наблюдаемых) и теоретических (ожидаемых) частот. Выражается следующей формулой:

$$\chi^2 = \sum_i^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}, \quad (1)$$

где O_i — наблюдаемые частоты (Observed), E_i — ожидаемые частоты (Expected).

Полученное значение χ^2 сравнивают с теоретически рассчитанным критическим значением $\chi_{\text{кр.}}^2$, которое зависит от значения доверительной вероятности (как правило принимается равным 95%) и числа степеней свободы k , которое на один меньше количества уникальных значений в выборке ($k = N - 1$).

Для расчета критического значения критерия $\chi_{\text{кр.}}^2$ можно воспользоваться специальной таблицей, но лучше и проще всего воспользоваться функцией `ХИ2.ОБР.ПХ`

Для получения нормального распределения используется функция `НОРМ.РАСП(x ; \bar{x} ; σ ; интегральная)`, где

x — значение, для которого строится распределение.

\bar{x} — среднее арифметическое распределения.

σ — стандартное отклонение распределения.

интегральная — логическое значение, определяющее форму функции. Если ИСТИНА функция возвращает значение функции распределения $f(x)$, если ЛОЖЬ то, возвращается значение функции плотности вероятности $\omega(x)$.

Последний аргумент является необязательным и по умолчанию стоит как ЛОЖЬ. Более подробно о синтаксисе этой функции можно узнать [здесь](#).

Ход работы

Задание №1. Генерация выборки

- Создайте файл с расширением `.xlsm`. По умолчанию вкладка Разработчик скрыта, поэтому надо её включить. Заходим по пути Файл→Параметры→Настроить ленту и ставим галочку на вкладке Разработчик;
- В разделе Разработчик нажмите на макросы, дайте любое название макроса и создайте его. Далее в открывшемся окне введите код из листинга 1;

```
1      Sub NormDistGen ()  
2          ' Сюда надо поместить код из листинга  
3      End Sub
```

- При запуске кода в первом столбце таблицы появится сгенерированная выборка объемом 500 элементов;

Задание №2. Получение наблюдаемых и ожидаемых частот

- Найдём максимальный и минимальный элементы выборки с помощью функций МАКС и МИН соответственно.
- Создайте столбец из целых чисел, значения которого будут использованы в качестве границ интервалов (N). Первое и последнее числа столбца должны быть больше минимального и максимального значения выборки соответственно.

Пример. Если $x_{min} = -0,961$ и $x_{max} = 25,983$ то получится столбец от 0 до 26 с шагом 1;

- Следующий шаг — получить частоты попадания элементов выборки в эти интервалы. Для этого необходимо воспользоваться функцией `ЧАСТОТА(массив данных; массив верхних границ диапазонов)`. Перед тем как задавать функцию нужно выделить диапазон ячеек, размер которого соответствует размеру массива границ. После нажатия комбинации `CTRL+SHIFT+ENTER` сформируется массив частот $O(N)$;
- Постройте график зависимости массива частот O от массива границ N ;
- Теперь нужно получить столбец $E(N)$. Перед этим нужно посчитать столбец вероятностей (P_i) для каждого N (значения из массива границ) с помощью функции `НОРМ.РАСП` с пустым последним параметром. Остаётся открытым вопрос, откуда брать среднее (\bar{N}) и σ ? Эти параметры можно подобрать вручную построив два графика в одних координатах $E(N)$ и $O(N)$, и добившись их наилучшего соответствия;
- Чтобы найти ожидаемые (теоретические) частоты E_i нужно умножить соответствующие вероятности (P_i) на объём выборки, то есть на 500. Ож. частоты E_i должны быть целыми ненулевыми числами, поэтому стоит использовать функцию `ОКРУГЛВВЕРХ`;

Задание №3. Оценка критерия Пирсона

- Используя формулу 1 посчитать критерий Пирсона;
- Используя функцию `ХИ2.РАСП` постройте график плотности распределения $\omega_{\chi^2_{кр.}}(N)$ (последний параметр должен быть ЛОЖЬ);
- В отдельном столбце посчитать критическое значение пользуясь функцией `ХИ2.ОБР.ПХ`. Указать это значение на графике $\omega(\chi^2_{кр.})$. Сравнить полученное значение с экспериментальным;
- Получить p-value используя функцию `ХИ2.РАСП.ПХ` для посчитанного χ^2
- Чтобы убедиться в правильности полученного результата сравните p-value со значением функции `ХИ2.ТЕСТ`, которая принимает на вход массивы наблюдаемых и ожидаемых частот.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте нулевую гипотезу H_0 . Назовите условие, при котором можно отклонить нулевую гипотезу.
2. Можно ли в программе Excel сгенерировать выборку имеющую нормальное распределение? Если можно, то как это можно реализовать?
3. Что такое p-value (p-значение)? Чему численно равно это значение?
4. В каких случаях используется функция ХИ2.ОБР? Что она позволяет оценить

Приложение

Листинг 1: Код генератора выборки с нормальным распределением

```
1  Dim i As Long
2  Dim mean As Integer
3  Dim sigma As Integer
4  Dim random As Double
5
6  mean = 10 * Rnd + 6
7  sigma = 3 * Rnd + 2
8  i = 501
9  Range("A1").Select
10 For i = 2 To i
11     random = WorksheetFunction.NormInv(Rnd, mean,
12         sigma)
12     ActiveCell.Value = random
13     ActiveCell.Offset(1, 0).Select
14 Next i
```