

Лабораторная работа №2

Погрешность косвенных измерений

К.С. Пилипенко 

2023

Пусть некоторая величина f зависит от n величин, получаемых в результате прямого измерения x_1, x_2, \dots, x_n (это могут быть температура, напряжение, длина и др.), причём вид этой зависимости $f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ известен и называется **рабочей формулой**, тогда, используя выражение для полного дифференциала функции нескольких аргументов, абсолютная погрешность косвенных измерений будет определяться по формуле:

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1} \right|_{x_2, \dots, x_n} \Delta x_1 + \dots + \left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_n} \right|_{x_1, \dots, x_{n-1}} \Delta x_n, \quad (1)$$

где $\left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x} \right|_{x_2, \dots, x_n}$ — частная производная по x_1 при постоянных x_2, \dots, x_n ; $\Delta x_1 \dots \Delta x_n$ — абсолютные погрешности прямых измерений.

Пример. Студент хочет измерить мощность силы, которая заставляет кирпич равномерно двигаться вверх по наклонной плоскости. Проведя теоретические расчёты студент получил рабочую формулу $N = Fv \cos \alpha$, где F, v, α — величины, получаемые в результате прямых измерений. Применив формулу 1 найдём частные производные:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial N(F, v, \alpha)}{\partial F} \right|_{v, \alpha} &= v \cos \alpha; \\ \left| \frac{\partial N(F, v, \alpha)}{\partial v} \right|_{F, \alpha} &= F \cos \alpha; \\ \left| \frac{\partial N(F, v, \alpha)}{\partial \alpha} \right|_{F, v} &= Fv \sin \alpha. \end{aligned}$$

И тогда абсолютная погрешность мощности будет определяться по формуле:

$$\Delta N = v \Delta F \cos \alpha + F \Delta v \cos \alpha + F v \Delta \alpha \sin \alpha,$$

где $\Delta \alpha$ измеряется в радианах ($1^\circ \sim \pi/180$). Пусть в результате эксперимента и из паспортных данных были получены следующие значения:

| $F, \text{ Н}$ | $\Delta F, \text{ Н}$ | $v, \text{ см/с}$ | $\Delta v, \text{ см/с}$ | $\alpha, \text{ рад}$ | $\Delta \alpha, \text{ рад}$ |
|----------------|-----------------------|-------------------|--------------------------|-----------------------|------------------------------|
| 7 | 0,1 | 5 | 0,2 | $\frac{\pi}{6}$ | $0,002\pi$ |

И тогда можно посчитать значение абсолютной погрешности косвенных измерений:

$$\Delta N = 5 \cdot 0,1 \cos \pi/6 + 7 \cdot 0,2 \cos \pi/6 + 7 \cdot 5 \cdot 0,002\pi \sin \pi/6 \approx 1,68 \text{ Вт.} \quad (2)$$

Ход работы

Задание №1.

Используя формулу 1 получить формулу абсолютной погрешности для следующих физических зависимостей: $H(I, R, \alpha) = \frac{NI}{2R \cdot \tan \alpha}$, $Z(R, \omega, C) =$

$$\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Задание №2.

1. Создать таблицу. Верхнюю строчку отвести под название выбранной лабораторной работы (Например: «Определение плотности образца», «Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса», «Определение радиуса кривизны вогнутой поверхности методом катающегося шара»);
2. Заполнить первые колонки (не менее трёх колонок) результатами **прямых** измерений.
3. Составьте столбец из косвенно измеренных значений $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$;
4. Найти формулу погрешности косвенных измерений $\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ используя уравнение 1 и $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

5. В отдельных колонках по формулам рассчитать абсолютную и относительную погрешность косвенного измерения ($\delta = \frac{\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}$);

Контрольные вопросы

1. Что такое аддитивная и мультипликативная погрешность измерения?
2. Что такое погрешность косвенных измерений? Как находят эту погрешность?
3. Что такое совместные и совокупные измерения? Приведите примеры.

Методические рекомендации к заданию для обучающихся:

Результаты выполнения задания оформляются в тетради, или на листочке, а также в файле с расширением ".xlsx"