Решение задач по курсу радиационный физики

Пилипенко К.С.

7 ноября 2021 г.

Ионизирующее излучение. Основы дозиметрии

Граница спектра тормозного рентгеновского излучения

$$\lambda = \frac{1,23}{U},\tag{1}$$

где U — напряжение в рентгеновской трубке, кВ; λ_{min} , нм.

Поток рентгеновского излучения

$$\Phi = kIU^2Z,\tag{2}$$

где I и U — сила тока и напряжения в рентгеновской трубке, Z — порядковый номер элемента вещества анода, $k=10^{-9}B^{-1}$.

Массовый коэффициент ослабления рентгеновского излучения

$$\mu_m = k\lambda^3 Z^3,\tag{3}$$

где k — коэффициент пропорциональности, λ — длина волны, Z — порядковый номер вещества-поглотителя.

Линейный коэффициент ослабления рентгеновского сизлучения

$$\mu = \mu_m \rho, \tag{4}$$

где ρ — плотность вещества.

- 7.1 Найдите границу тормозного рентгеновского излучения (частоту и длину волны) для напряжений $U_1 = 2kB$ и $U_2 = 20kB$. Во сколько раз энергия фотонов этих излучений больше энергии фотона, соответствующего $\lambda = 760$ нм (красный цвет)?
- 7.3 При прохождении потока рентгеновского излучения через костную ткань произошло ослабление в два раза. Учитывая, что толщина слоя костной ткани составляла 20 мм, найдите линейный коэффициент ослабления.
- 7.7 Сравните изменение массового коэффициента ослабления кости и мягких тканей при переходе от мягкого к жесткому рентгеновскому излучению. Принять энергию фотонов для мягкого излучения равной 30 кэВ, а для жесткого 120 кэВ.
- 7.17 Тело поглотило фотоны рентгеновского излучения с энергией 100 эВ, что значительно превышает энергию ионизации атомов данного вещества. Считая основным эффектом взаимодействие рентгеновского излучения с веществом когерентное рассеяние, найдите длину волны вторичного рентгеновского излучения, если вторичные электроны движутся со скоростью 3.7×10^6 м/с.

Решение.

7.20 Считая, что поглощение рентгеновского излучения не зависит от того, в каком соединении атом представлен в веществе, определите, во сколько раз массовый коэффициент ослабления кости $Ca(PO_4)_2$ больше массового коэффициента ослабления воды?

Решение.

$$Z_{Ca(PO_4)_2}^3 = N_{Ca}Z_{Ca}^3 + N_P Z_P^3 + N_O Z_O^3$$
(5)

$$\frac{\mu_m^k}{\mu_m^k} = \frac{N_{Ca}Z_{Ca}^3 + N_P Z_P^3 + N_O Z_O^3}{N_H Z_H^3 + N_O Z_O^3} = \frac{1 \cdot 20^3 + 2 \cdot 31^3 + 8 \cdot 16^3}{2 \cdot 1^3}$$
(6)

Ответ: массовый коэффициент ослабления примерно в 36 раз больше, чем для воды

7.21 Для рентгенодиагностики мягких тканей применяют контрастные вещества. Например, желудок и кишечник заполняют кашеобразной массой сульфата бария $BaSO_4$. Сравните массовые коэффициенты ослабления сульфата бария и мягких тканей (воды). Решение

Ядро. Радиоактивность

Энергия связи ядра

$$\Delta E_{\text{cB.}} = 931.5[Zm_H + (A - Z)m_n - m_a],\tag{7}$$

где m_H, m_n, m_a — массы соответственно изотопа водорода 1H , нейтрона и атома, а. е. м.; Z — число протонов в ядре (порядковый номер элемента), A — число нуклонов в ядре (массовое число); $\Delta E_{\rm cb}$ выражается в мегаэлектрон-вольтах.

Основной закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},\tag{8}$$

где N_0 — начальное число радиоактивных ядер, N — их число к моменту времени t.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \tag{9}$$

— постоянная распада, $T_{1/2}$ — период полураспада.

Изменение активности препарата со временем [A]=1 $Ku=3.7\cdot 10^{10}c^{-1}$ Бк (Беккерель)

$$A = \frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$
 (10)

^{7.31} Выразите через постоянную λ распада или период полураспада $T_{1/2}$: а) вероятность того, что радиоактивное ядро распадётся за время от

0 до t; вероятность того, что радиоактивное ядро распадётся за время от t до бесконечности; б) среднее время жизни радиоактивного ядра.

Решение

7.35 Возраст древних деревянных предметов можно приближенно определить по удельной массовой активности изотопа $^{14}_{6}\mathrm{C}$ в них. Сколько лет тому назад было срублено дерево, которое пошло на изготовление предмета, если удельная массовая активность углерода в нем составляет $^{3}/_{4}$ от удельной массы активности растущего дерева? Период полураспада изотопа $^{14}_{6}\mathrm{C}$ равен T=5570 лет.

Решение

7.46 Препарат фосфора $^{32}_{15}$ Р содержат нерадиоактивные примеси. Определите процентное соотношение радиоактивного и нерадиоактивного фосфора в 10 мг препарата, если его активность равна 25 мкКи.

Решение

Подсчитаем сначала массу радиоактивного фосфора $^{32}_{15}P$. По определению активность препарата A определяется как

$$A = \lambda N , (1)$$

где λ - постоянная распада, N - число атомов в препарате. Тогда их общая масса будет равна

$$m = \frac{N}{N_A} \mu \,, \tag{2}$$

где $N_{\scriptscriptstyle A}$ - число Авогадро, μ - молярная масса. Объединение (1) и (2) позволяет записать:

$$m = \frac{A\mu}{\lambda N_A}.$$

Отношение массы радиоактивного фосфора к массе M препарата есть

$$P = \frac{A\mu T}{\ln 2N_{A}M},$$

где T - период полураспада фосфора 32. Отметим, что выражение (4) безразмерное. Подставим числа:

$$P = \frac{25 \cdot 10^{-6} \cdot 3.7 \cdot 10^{10} \cdot 32 \cdot 14.268 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln 2 \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 8.742 \cdot 10^{-9}$$

Чтобы получить долю $P_{\%}$ радиоактивного препарата в процентах, нужно воспользоваться соотношением:

$$P_{\%} = 100P$$
.

Ответ: процентное соотношение радиоактивного фосфора в препарате примерно равно $8.7 \cdot 10^{-7}\%$. Для нерадиоактивного фосфора процентная доля равна $100 - P_{\%}$.

7.48 В 1 мл морской воды содержится 10^{-15} г радона $^{222}_{88}$ Rn ($T_{1/2}=3,825$ суток). Какое количество воды имеет активность, равную 10 мКи? Pешение

Активность через количество радиоактивных частиц определяется как:

$$A = \lambda N \tag{11}$$

Используя уравнению $\frac{9}{4}$ и соотношение $N=\frac{m}{\mu}N_A$ получим активность через период полураспада:

 $A = \frac{Nln2}{T_{1/2}} = \frac{mN_A ln2}{\mu T_{1/2}},\tag{12}$

где μ — молярная масса радона. Если $V_1 \sim m_1$ и $V_2 \sim m_2$, то тогда справедливо следующее:

 $V_2 = V_1 \frac{m_2}{m_1},\tag{13}$

где m_2 — масса радона с активностью 10млКи. Тогда искомый объём V_2 будет равен:

$$V_2 = V_1 \frac{A\mu T_{1/2}}{N_A m_1 ln2}. (14)$$

Переводя активность в систему СИ ($A_0 = 10$ м $Ku = 3.7 \cdot 10^8 Бк)$ получим:

$$V_2 = 1$$
мл $\frac{3.7 \cdot 10^8 c^{-1} \cdot 226 c \cdot 3.825 \cdot 24 \cdot 3600 c}{6.02 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-15} c \cdot ln2} = 662267.4 \cdot 10^2$ мл ≈ 66 м³ (15)

7.52 Для исследования щитовидной железы больному ввели 20 мл 10%ного раствора глюкозы с радиоактивным йодом. Удельная активность йода в момент введения составляла 0,08 мкКи/мл. Найдите массу йода в растворе. Учесть, что каждая молекула глюкозы связывает один йод.

Рошоши

Обозначим объём всего раствора V. Тогда объём V_1 глюкозы будет равен

$$V_1 = \frac{P}{100}V, (16)$$

где P — выраженное в процентах содержание глюкозы в растворе. Полная активность A йода будет тогда определятся как

$$A = aV_1 = a\frac{P}{100}V,\tag{17}$$

zде a — yдельная активность. C другой стороны, активность A есть

$$A = \lambda N, \tag{18}$$

где λ — постоянная распада, N — число атомов. Если умножить отношение N/N_A , где N_A — число Авогадро, на молярную массу μ радиоактивного йода,

то можно получить массу т всего йода в растворе, поэтому:

$$m = \mu N = \mu \frac{A}{\lambda} = \frac{\mu TaPV}{N_A \cdot 100 \cdot ln2}.$$
 (19)

Подставим числа:

$$m = \frac{130.906 \cdot 10^{-3} \cdot 8.021 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 0.08 \cdot 10^{-6} \cdot 3.7 \cdot 10^{10} \cdot 10 \cdot 20}{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 100 \cdot ln2} = 1.29 \cdot 10^{-15} \text{кг}. \tag{20}$$

Ответ: масса йода в препарате примерно равна $1.29 \cdot 10^{-15}$ кг.

Основы дозиметрии

Удельная активность источника

$$A_m = \frac{A}{m},\tag{21}$$

где т — масса препарата.

Поглощённая доза

$$D = \frac{dE}{dm},\tag{22}$$

где dE — энергия излучения, поглощённая в данном объёме, m — масса вещества в этом объёме. В СИ: [D] = Дж/кг = Гр(Грей), внесистемные единицы: [D] = 1 рад = 10^{-2} Гр.

Экспозиционная доза

$$X = \frac{dQ}{dm},\tag{23}$$

dQ — электрический заряд ионов одного знака, порождённый фотонами в элементарном объёме воздуха, m — масса воздуха в этом объёме. В СИ: $[X] = K\pi/\kappa \Gamma$, внесистемные единицы: $[X] = 1 \ K\pi/\kappa \Gamma = 3880 \ P$ (рентген).

Связь поглощённой и экспозиционной доз

$$D = fX, (24)$$

где f — переходный коэффициент (для воды и мягких тканей человека f = 1), если D измеряется в радах, а X — в рентгенах.

Связь эквивалентной и поглощённой доз

$$H = kD, (25)$$

где k — коэффициент качества, или относительная биологическая эффективность (ОБЭ). Коэффициент качества для рентгеновского и γ -излучения равен 1, для α -излучения он равен 20.

Предельно допустимая эквивалентная доза для населения составляет 0,05 бэр в год, а для профессионалов она равна 5 бэр в год.

Связь между активностью радиоактивного препарата (A) и мощностью экспозиционной дозы X/t

$$\frac{X}{t} = k_{\gamma} \frac{A}{r^2},\tag{26}$$

где k_{γ} — γ -постоянная, которая характерна для данного радионуклида; r — расстояние от источника ионизирующего излучения.

	Поглощённая	Экспозиционная	Эквивалентная
	доза D	доза X	доза Н
СИ	1 Дж/кг = 1 Грей	Кл/кг	Зиверт(Зв)
	(Гр)		
Внесистемые	рад $1 \text{ рад} = 10^{-2} \text{ Гр}$	рентген (Р) 1 Кл/кг = 3880 Р	бэр (биологический эквивалент рада) $1 \text{ бэр} = 10^{-2} \text{ 3в}$

7.59 В m = 10 г ткани поглощается $10^9~\alpha$ -частиц с энергией около E = 5 МэВ. Найдите поглощенную и эквивалентную дозы. Коэффициент качества k для α -частиц равен 20.

Решение

Полная энергия Q поглощённых N α -частиц будет равна

$$Q = NE. (27)$$

Тогда поглощённая доза может быть вычислена как:

$$D = \frac{NE}{m}. (28)$$

Для эквивалентной дозы H по определению 25 можно написать

$$H = kD = k\frac{NE}{m}. (29)$$

Отметим, что коэффициент качества k зависит от и энергии ионизирующих частиц (электронов, α-частиц, тяжёлых ионов) или излучений (электромагнитное излучение с малой длиной волны), но и от состава облучаемого образца. Подставим числа из условия задачи:

$$D = \frac{10^9 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10 \cdot 10^{-3}} = 8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = 8 \cdot 10^{-2} \text{Гр} = 8 \text{рад}, \tag{30}$$

$$H = 8 \cdot 10^{-2} \cdot 20 = 1,63$$
иверт = 160бэр. (31)

Ответ: поглощённая доза $D=8\cdot 10^{-2} {\rm Гp}=8 {\rm рад}$, эквивалентная доза H=

1,63в = 160бэр.

7.60 Мощность экспозиционной дозы γ -излучения на расстоянии r_1 = 1 м от точечного источника составляет $P_1=2.15\times 10^{-7}$ Кл/(кг·с). Определите минимальное расстояние от источника (r_{min}), на котором можно ежедневно работать по 6 ч без защиты. Предельно допустимой эквивалентной дозой при профессиональном облучении считать $H_{min}=5\times 10^{-2}$ Дж/кг в течение года. Поглощение γ -излучения воздухом не учитывать.

Решение

Запишем уравнение 26 для мощности экспозиционной дозы на расстоянии $r_1=1\,\mathrm{M}$

$$P_1 = k_\gamma \frac{A}{r_1^2},\tag{32}$$

Для r_{min} соответственно мощность будет равна

$$\frac{X_{min}}{t} = k_{\gamma} \frac{A}{r_{min}^2},\tag{33}$$

Используя уравнения 24 и 25 можно получить связь между эквивалентной и экспозиционной дозой в системе СИ:

$$H = \frac{kfX}{38.8}. (34)$$

Поделим 32 на 33 с учётом 34:

$$\frac{k \cdot f \cdot P_1 \cdot t}{H_{min}} = \frac{r_{min}^2}{r_1^2},\tag{35}$$

где t — время облучения за год, выраженное в секундах. Так как для мягких тканей f = 1, а для γ -излучения k = 1 то имеем:

$$r_{min} = r_1 \sqrt{\frac{38.8 \cdot P_1 \cdot t}{H_{min}}} \tag{36}$$

7.61 Средняя мощность экспозиционной дозы облучения в рентгеновском кабинете равна 6.45×10^{-12} Кл/(кг·с). Врач находится в течение дня 5 ч в этом кабинете. Какова его доза облучения за шесть рабочих дней?

Решение

Согласно уравнению 26 экспозиционную дозу можно определить как:

$$X = P \cdot t \cdot n,\tag{37}$$

где P — мощность экспозиционной дозы, n — количество дней, t — время облучения в течении дня Экспозиционная доза X в рентгенах связана с поглощённой

дозой D в радах по уравнению 24:

$$D = f \cdot X,\tag{38}$$

где $f=1\frac{pad}{P}$, если мы примем человека за совокупность только мягких тканей. Эквивалентная доза H определяется из уравнения 25:

$$H = kD = kfPnt. (39)$$

Для рентгеновского излучения справедливо $k=1\frac{\textit{бэр}}{\textit{pad}}$. Поставляя числа получим:

$$H = 1 \frac{69p}{pa\partial} \cdot 1 \frac{pa\partial}{P} \cdot \left(6,45 \cdot 10^{-12} \cdot 3880 \frac{P}{c}\right) \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3600c = 2,7 \cdot 10^{-3} 69p = 2,7 \cdot 10^{-5} 3e. \tag{40}$$

Ответ: эквивалентная доза равна $H = 2.7 \cdot 10^{-3}$ бэ $p = 2.7 \cdot 10^{-5}$ Зв

7.62 Смертельная доза для человека массой 70 кг при облучении всего тела рентгеновскими или γ-лучами равна 600 рад. На сколько градусов от нормальной поднимется температура тела человека при таком облучении, если считать его однородным фантомом с удельной теплоёмкостью 3,33 кДж/(кг·К)?

Решение

По формуле 22 имеем следующее:

$$D = \frac{E}{m}. (41)$$

удельная теплоёмкость определяется как:

$$C_{yo.} = \frac{Q}{m\Delta T} \tag{42}$$

Если считать, что вся энергия излучения расходуется на нагрев организма E=Q то изменение температуры можно получить как:

$$\Delta T = \frac{D \cdot m}{m \cdot C_{yo.}} = \frac{D}{C} = \frac{6 \cdot \frac{\cancel{D} \cdot \cancel{K}}{\cancel{K2} \cdot \cancel{K}}}{3330 \cdot \frac{\cancel{D} \cdot \cancel{K}}{\cancel{K2} \cdot \cancel{K}}} \approx 1.8 \cdot 10^{-3} \, K. \tag{43}$$

Ответ: на $1.8 \cdot 10^{-3} \, K$

7.63 Радиационный фон в некотором городе составляет 30 мкР/ч. Определите поглощенную и экспозиционную дозы, полученные жителями этого города в течении года.

Решение

Экспозиционная доза за время X за время t равна

$$X = P \cdot t, \tag{44}$$

где P — мощность дозы, t — время. Если данный фон обусловлен рентгеновскими или γ -излучением, то поглощённая доза равна

$$D = f \cdot X$$

где f=1 рад/Р. Подставим числа:

$$X = 30 \cdot 10^{-6} \frac{P}{q} \cdot 365 \cdot 24q = 0.263 P.$$

$$D = 1 \frac{pa\partial}{P} \cdot 0.263 P = 0.263 pa\partial.$$

Ответ: поглощённая доза D=0.263 рад, экспозиционная доза X=0.263 P.

7.64 При исследовании радиочувствительности живых организмов крыс облучали рентгеновскими лучами в течение 4 ч. При этом полученная ими суммарная доза составила 300 бэр. Найдите мощность экспозиционной и поглощенной дозы в этом эксперименте (в системе СИ).

Решение

Поглощённая и экспозиционная дозы связаны между собой уравнением 24:

$$D = \frac{H}{k},\tag{45}$$

где k — коэффициент пропорциональности k=1 бэр/рад = 1 бэр/рад = 1 Зв/Гр. Мощность доз D и X можно выразить как:

$$P_D = \frac{D}{t}; \quad P_X = \frac{X}{t} \tag{46}$$

7.72 Интенсивность γ-излучения уменьшилось в шесть раз при прохождении через слой вещества толщиной 5 см. Найдите линейный коэффициент ослабления вещества.

Решение

7.73 На каком расстоянии от препарата с радием активностью 100 мКи можно находиться, чтобы эквивалентная доза за шестичасовой рабочий день не превышала допустимую за сутки для профессионалов? Ионизационная постоянная радия $\gamma=8,4~{\rm P\cdot m^2/c\cdot Ku}$

Решение

Предельно допустимая эквивалентная (H) доза для профессионалов составляет 5 бэр в год. Расстояние можно выразить из уравнения 26 как

$$r = \sqrt{k_{\gamma} \frac{A \cdot t}{X}} \tag{47}$$

7.75 Мощность экспозиционной дозы на расстоянии 10 см от источника

составляет 85 мР/ч. На каком расстоянии от источника можно находиться без защиты, если допустимая мощность дозы равна 0,017 мР/ч?

Решение

Отношение мощностей доз равно:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{r^2}{r_1^2} \tag{48}$$

Отсюда расстояние выражается как:

$$r = r_1 \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} = 10 \text{ cm} \sqrt{\frac{85\text{м}P/u}{0,017\text{м}P/u}} = 707.1 \text{ cm} \approx 7.07 \text{ m}.$$
 (49)

Ответ: расстояние $r \approx 7.07$ м.