

Решение задач по курсу радиационной физики

Пилипенко К.С.

22 ноября 2021 г.

Ионизирующее излучение. Основы дозиметрии

Граница спектра тормозного рентгеновского излучения

$$\lambda = \frac{1,23}{U},$$

где U — напряжение в рентгеновской трубке, кВ; λ_{min} , нм.

Поток рентгеновского излучения

$$\Phi = kIU^2Z,$$

где I и U — сила тока и напряжения в рентгеновской трубке, Z — порядковый номер элемента вещества анода, $k = 10^{-9} B^{-1}$.

Массовый коэффициент ослабления рентгеновского излучения

$$\mu_m = k\lambda^3 Z^3,$$

где k — коэффициент пропорциональности, λ — длина волны, Z — порядковый номер вещества-поглотителя.

Линейный коэффициент ослабления рентгеновского излучения

$$\mu = \mu_m \rho,$$

где ρ — плотность вещества.

7.1 Найдите границу тормозного рентгеновского излучения (частоту и длину волны) для напряжений $U_1 = 2kВ$ и $U_2 = 20kВ$. Во сколько раз энергия фотонов этих излучений больше энергии фотона, соответствующего $\lambda = 760$ нм (красный цвет)?

7.3 При прохождении потока рентгеновского излучения через костную ткань произошло ослабление в два раза. Учитывая, что толщина слоя костной ткани составляла 20 мм, найдите линейный коэффициент ослабления.

7.7 Сравните изменение массового коэффициента ослабления кости и мягких тканей при переходе от мягкого к жесткому рентгеновскому излучению. Принять энергию фотонов для мягкого излучения равной 30 кэВ, а для жесткого 120 кэВ.

7.17 Тело поглотило фотоны рентгеновского излучения с энергией 100 эВ, что значительно превышает энергию ионизации атомов данного вещества. Считая основным эффектом взаимодействие рентгеновского излучения с веществом когерентное рассеяние, найдите длину волны вторичного рентгеновского излучения, если вторичные электроны движутся со скоростью $3,7 \times 10^6$ м/с.

Решение.

7.20 Считая, что поглощение рентгеновского излучения не зависит от того, в каком соединении атом представлен в веществе, определите, во сколько раз массовый коэффициент ослабления кости $Ca(PO_4)_2$ больше массового коэффициента ослабления воды?

Решение.

$$Z_{Ca(PO_4)_2}^3 = N_{Ca}Z_{Ca}^3 + N_PZ_P^3 + N_OZ_O^3$$

$$\frac{\mu_m^k}{\mu_m^k} = \frac{N_{Ca}Z_{Ca}^3 + N_PZ_P^3 + N_OZ_O^3}{N_HZ_H^3 + N_OZ_O^3} = \frac{1 \cdot 20^3 + 2 \cdot 31^3 + 8 \cdot 16^3}{2 \cdot 1^3}$$

Ответ: массовый коэффициент ослабления примерно в 36 раз больше, чем для воды

7.21 Для рентгенодиагностики мягких тканей применяют контрастные вещества. Например, желудок и кишечник заполняют кашеобразной массой сульфата бария $BaSO_4$. Сравните массовые коэффициенты ослабления сульфата бария и мягких тканей (воды). *Решение*

Ядро. Радиоактивность

Энергия связи ядра

$$\Delta E_{св.} = 931,5[Zm_H + (A - Z)m_n - m_a],$$

где m_H, m_n, m_a — массы соответственно изотопа водорода 1H , нейтрона и атома, а. е. м.; Z — число протонов в ядре (порядковый номер элемента), A — число нуклонов в ядре (массовое число); $\Delta E_{св.}$ выражается в мегаэлектрон-вольтах.

Основной закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 — начальное число радиоактивных ядер, N — их число к моменту времени t .

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (1)$$

— постоянная распада, $T_{1/2}$ — период полураспада.

Изменение активности препарата со временем $[A] = 1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$
Бк (Беккерель)

$$A = \frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

7.31 Выразите через постоянную λ распада или период полураспада $T_{1/2}$: а) вероятность того, что радиоактивное ядро распадется за время от

0 до t ; вероятность того, что радиоактивное ядро распадется за время от t до бесконечности; б) среднее время жизни радиоактивного ядра.

Решение

7.35 Возраст древних деревянных предметов можно приближенно определить по удельной массовой активности изотопа $^{14}_6\text{C}$ в них. Сколько лет тому назад было срублено дерево, которое пошло на изготовление предмета, если удельная массовая активность углерода в нем составляет $3/4$ от удельной массы активности растущего дерева? Период полураспада изотопа $^{14}_6\text{C}$ равен $T = 5570$ лет.

Решение

7.46 Препарат фосфора $^{32}_{15}\text{P}$ содержат нерадиоактивные примеси. Определите процентное соотношение радиоактивного и нерадиоактивного фосфора в 10 мг препарата, если его активность равна 25 мкКи.

Решение

Подсчитаем сначала массу радиоактивного фосфора $^{32}_{15}\text{P}$. По определению активность препарата A определяется как

$$A = \lambda N, \quad (1)$$

где λ - постоянная распада, N - число атомов в препарате. Тогда их общая масса будет равна

$$m = \frac{N}{N_A} \mu, \quad (2)$$

где N_A - число Авогадро, μ - молярная масса. Объединение (1) и (2) позволяет записать:

$$m = \frac{A \mu}{\lambda N_A}. \quad (3)$$

Отношение массы радиоактивного фосфора к массе M препарата есть

$$P = \frac{A \mu T}{\ln 2 N_A M}, \quad (4)$$

где T - период полураспада фосфора 32. Отметим, что выражение (4) безразмерное. Подставим числа:

$$P = \frac{25 \cdot 10^{-6} \cdot 3.7 \cdot 10^{10} \cdot 32 \cdot 14.268 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln 2 \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 8.742 \cdot 10^{-9}$$

Чтобы получить долю $P_{\%}$ радиоактивного препарата в процентах, нужно воспользоваться соотношением:

$$P_{\%} = 100P.$$

Ответ: процентное соотношение радиоактивного фосфора в препарате примерно равно $8.7 \cdot 10^{-7}\%$. Для нерадиоактивного фосфора процентная доля равна $100 - P_{\%}$.

7.48 В 1 мл морской воды содержится 10^{-15} г радона $^{222}_{88}\text{Rn}$ ($T_{1/2} = 3,825$ суток). Какое количество воды имеет активность, равную 10 мКи?

Решение

Активность через количество радиоактивных частиц определяется как:

$$A = \lambda N$$

Используя уравнению 1 и соотношение $N = \frac{m}{\mu} N_A$ получим активность через период полураспада:

$$A = \frac{N \ln 2}{T_{1/2}} = \frac{m N_A \ln 2}{\mu T_{1/2}},$$

где μ — молярная масса радона. Если $V_1 \sim m_1$ и $V_2 \sim m_2$, то тогда справедливо следующее:

$$V_2 = V_1 \frac{m_2}{m_1},$$

где m_2 — масса радона с активностью 10мКи. Тогда искомый объём V_2 будет равен:

$$V_2 = V_1 \frac{A \mu T_{1/2}}{N_A m_1 \ln 2}.$$

Переводя активность в систему СИ ($A_0 = 10 \text{ мКи} = 3,7 \cdot 10^8 \text{ Бк}$) получим:

$$V_2 = 1 \text{ мл} \frac{3,7 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1} \cdot 226 \text{ г} \cdot 3,825 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}}{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-15} \text{ г} \cdot \ln 2} = 662267,4 \cdot 10^2 \text{ мл} \approx 66 \text{ м}^3 \quad (2)$$

7.52 Для исследования щитовидной железы больному ввели 20 мл 10%-ного раствора глюкозы с радиоактивным йодом. Удельная активность йода в момент введения составляла 0,08 мКи/мл. Найдите массу йода в растворе. Учтите, что каждая молекула глюкозы связывает один йод.

Решение

Обозначим объём всего раствора V . Тогда объём V_1 глюкозы будет равен

$$V_1 = \frac{P}{100} V,$$

где P — выраженное в процентах содержание глюкозы в растворе. Полная активность A йода будет тогда определяться как

$$A = a V_1 = a \frac{P}{100} V,$$

где a — удельная активность. С другой стороны, активность A есть

$$A = \lambda N,$$

где λ — постоянная распада, N — число атомов. Если умножить отношение N/N_A , где N_A — число Авогадро, на молярную массу μ радиоактивного йода,

то можно получить массу m всего йода в растворе, поэтому:

$$m = \mu N = \mu \frac{A}{\lambda} = \frac{\mu T_a P V}{N_A \cdot 100 \cdot \ln 2}.$$

Подставим числа:

$$m = \frac{130.906 \cdot 10^{-3} \cdot 8.021 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 0.08 \cdot 10^{-6} \cdot 3.7 \cdot 10^{10} \cdot 10 \cdot 20}{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 100 \cdot \ln 2} = 1.29 \cdot 10^{-15} \text{ кг}.$$

Ответ: масса йода в препарате примерно равна $1.29 \cdot 10^{-15} \text{ кг}$.

Основы дозиметрии

Удельная активность источника

$$A_m = \frac{A}{m},$$

где m — масса препарата.

Поглощённая доза

$$D = \frac{dE}{dm}, \quad (3)$$

где dE — энергия излучения, поглощённая в данном объёме, m — масса вещества в этом объёме. В СИ: $[D] = \text{Дж/кг} = \text{Гр}(\text{Грей})$, внесистемные единицы: $[D] = 1 \text{ рад} = 10^{-2} \text{ Гр}$.

Экспозиционная доза

$$X = \frac{dQ}{dm},$$

dQ — электрический заряд ионов одного знака, порождённый фотонами в элементарном объёме воздуха, m — масса воздуха в этом объёме. В СИ: $[X] = \text{Кл/кг}$, внесистемные единицы: $[X] = 1 \text{ Кл/кг} = 3880 \text{ Р}(\text{рентген})$.

Связь поглощённой и экспозиционной доз

$$D = fX, \quad (4)$$

где f — переходный коэффициент (для воды и мягких тканей человека $f = 1$), если D измеряется в радах, а X — в рентгенах.

Связь эквивалентной и поглощённой доз

$$H = kD, \quad (5)$$

где k — коэффициент качества, или относительная биологическая эффективность (ОБЭ). Коэффициент качества для рентгеновского и γ -излучения равен 1, для α -

излучения он равен 20.

Предельно допустимая эквивалентная доза для населения составляет 0,05 бэр в год, а для профессионалов она равна 5 бэр в год.

Связь между активностью радиоактивного препарата (A) и мощностью экспозиционной дозы X/t

$$\frac{X}{t} = k_{\gamma} \frac{A}{r^2}, \quad (6)$$

где k_{γ} — γ -постоянная, которая характерна для данного радионуклида; r — расстояние от источника ионизирующего излучения.

	Поглощённая доза D	Экспозиционная доза X	Эквивалентная доза H
СИ	1 Дж/кг = 1 Грей (Гр)	Кл/кг	Зиверт(Зв)
Внесистемные	рад 1 рад = 10^{-2} Гр	рентген (Р) 1 Кл/кг = 3880 Р	бэр (биологический эквивалент рада) 1 бэр = 10^{-2} Зв

7.59 В $m = 10$ г ткани поглощается 10^9 α -частиц с энергией около $E = 5$ МэВ. Найдите поглощенную и эквивалентную дозы. Коэффициент качества k для α -частиц равен 20.

Решение

Полная энергия Q поглощённых N α -частиц будет равна

$$Q = NE.$$

Тогда поглощённая доза может быть вычислена как:

$$D = \frac{NE}{m}.$$

Для эквивалентной дозы H по определению 5 можно написать

$$H = kD = k \frac{NE}{m}.$$

Отметим, что коэффициент качества k зависит от энергии ионизирующих частиц (электронов, α -частиц, тяжёлых ионов) или излучений (электромагнитное излучение с малой длиной волны), но и от состава облучаемого образца. Подставим числа из условия задачи:

$$D = \frac{10^9 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10 \cdot 10^{-3}} = 8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = 8 \cdot 10^{-2} \text{Гр} = 8 \text{рад},$$

$$H = 8 \cdot 10^{-2} \cdot 20 = 1,6 \text{Зиверт} = 160 \text{бэр}.$$

Ответ: поглощённая доза $D = 8 \cdot 10^{-2} \text{Гр} = 8 \text{рад}$, эквивалентная доза $H = 1,63 \text{Зв} = 160 \text{бэр}$.

7.60 Мощность экспозиционной дозы γ -излучения на расстоянии $r_1 = 1 \text{ м}$ от точечного источника составляет $P_1 = 2,15 \times 10^{-7} \text{ Кл}/(\text{кг} \cdot \text{с})$. Определите минимальное расстояние от источника (r_{\min}), на котором можно ежедневно работать по 6 ч без защиты. Предельно допустимой эквивалентной дозой при профессиональном облучении считать $H_{\min} = 5 \times 10^{-2} \text{ Дж}/\text{кг}$ в течение года. Поглощение γ -излучения воздухом не учитывать.

Решение

Запишем уравнение 6 для мощности экспозиционной дозы на расстоянии $r_1 = 1 \text{ м}$

$$P_1 = k_{\gamma} \frac{A}{r_1^2}, \quad (7)$$

Для r_{\min} соответственно мощность будет равна

$$\frac{X_{\min}}{t} = k_{\gamma} \frac{A}{r_{\min}^2}, \quad (8)$$

Используя уравнения 4 и 5 можно получить связь между эквивалентной и экспозиционной дозой в системе СИ:

$$H = \frac{k f X}{38,8}. \quad (9)$$

Поделим 7 на 8 с учётом 9:

$$\frac{38,8 \cdot k \cdot f \cdot P_1 \cdot t}{H_{\min}} = \frac{r_{\min}^2}{r_1^2},$$

где t — время облучения за год, выраженное в секундах. Так как для мягких тканей $f = 1$, а для γ -излучения $k = 1$ то имеем:

$$r_{\min} = r_1 \sqrt{\frac{38,8 \cdot P_1 \cdot t}{H_{\min}}}$$

7.61 Средняя мощность экспозиционной дозы облучения в рентгеновском кабинете равна $6,45 \times 10^{-12} \text{ Кл}/(\text{кг} \cdot \text{с})$. Врач находится в течение дня 5 ч в этом кабинете. Какова его доза облучения за шесть рабочих дней?

Решение

Согласно уравнению 6 экспозиционную дозу можно определить как:

$$X = P \cdot t \cdot n,$$

где P — мощность экспозиционной дозы, n — количество дней, t — время облучения в течении дня Экспозиционная доза X в рентгенах связана с поглощённой

дозой D в радах по уравнению 4:

$$D = f \cdot X,$$

где $f = 1 \frac{\text{рад}}{P}$, если мы примем человека за совокупность только мягких тканей. Эквивалентная доза H определяется из уравнения 5:

$$H = kD = k f P n t.$$

Для рентгеновского излучения справедливо $k = 1 \frac{\text{бэр}}{\text{рад}}$. Поставляя числа получим:

$$H = 1 \frac{\text{бэр}}{\text{рад}} \cdot 1 \frac{\text{рад}}{P} \cdot \left(6,45 \cdot 10^{-12} \cdot 3880 \frac{P}{c} \right) \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3600 c = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{бэр} = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{Зв}.$$

Ответ: эквивалентная доза равна $H = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{бэр} = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{Зв}$

7.62 Смертельная доза для человека массой 70 кг при облучении всего тела рентгеновскими или γ -лучами равна 600 рад. На сколько градусов от нормальной поднимется температура тела человека при таком облучении, если считать его однородным фантомом с удельной теплоёмкостью 3,33 кДж/(кг·К)?

Решение

По формуле 3 имеем следующее:

$$D = \frac{E}{m}.$$

удельная теплоёмкость определяется как:

$$C_{\text{уд.}} = \frac{Q}{m \Delta T}$$

Если считать, что вся энергия излучения расходуется на нагрев организма $E = Q$ то изменение температуры можно получить как:

$$\Delta T = \frac{D \cdot m}{m \cdot C_{\text{уд.}}} = \frac{D}{C} = \frac{6 \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}}{3330 \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}} \approx 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}.$$

Ответ: на $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}$

7.63 Радиационный фон в некотором городе составляет 30 мкР/ч. Определите поглощенную и экспозиционную дозы, полученные жителями этого города в течении года.

Решение

Экспозиционная доза за время X за время t равна

$$X = P \cdot t,$$

где P — мощность дозы, t — время. Если данный фон обусловлен рентгеновскими или γ -излучением, то поглощённая доза равна

$$D = f \cdot X,$$

где $f = 1 \text{ рад/Р}$. Подставим числа:

$$X = 30 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Р}}{\text{ч}} \cdot 365 \cdot 24 \text{ ч} = 0,263 \text{ Р}.$$

$$D = 1 \frac{\text{рад}}{\text{Р}} \cdot 0,263 \text{ Р} = 0,263 \text{ рад}.$$

Ответ: поглощённая доза $D = 0,263 \text{ рад}$, экспозиционная доза $X = 0,263 \text{ Р}$.

7.64 При исследовании радиочувствительности живых организмов крыс облучали рентгеновскими лучами в течение 4 ч. При этом полученная ими суммарная доза составила 300 бэр. Найдите мощность экспозиционной и поглощенной дозы в этом эксперименте (в системе СИ).

Решение

Поглощённая и экспозиционная дозы связаны между собой уравнением 4:

$$D = \frac{H}{k},$$

где k — коэффициент пропорциональности $k = 1 \text{ бэр/рад} = 1 \text{ бэр/рад} = 1 \text{ Зв/Гр}$. Мощность доз D и X можно выразить как:

$$P_D = \frac{D}{t}; \quad P_X = \frac{X}{t}$$

7.72 Интенсивность γ -излучения уменьшилось в шесть раз при прохождении через слой вещества толщиной 5 см. Найдите линейный коэффициент ослабления вещества.

Решение

Интенсивность проходя через вещество уменьшается по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 e^{-\lambda d},$$

где λ — линейный коэффициент ослабления. Тогда

$$\lambda = \frac{1}{d} \ln \frac{I_0}{I} = \frac{\ln 6}{d}$$

7.73 На каком расстоянии от препарата с радиом активностью 100 мКи можно находиться, чтобы эквивалентная доза за шестичасовой рабочий день не превышала допустимую за сутки для профессионалов? Ионизационная постоянная радия $k_\gamma = 8,4 \text{ Р} \cdot \text{см}^2/(\text{ч} \cdot \text{мКи})$

Решение

Предельно допустимая эквивалентная (H) доза для профессионалов составляет 5 бэр в год. С учётом 4 и 5 экспозиционная доза равна:

$$X = \frac{H}{fk}$$

Расстояние можно выразить из уравнения 6 как

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{k_\gamma \frac{A \cdot t}{X}} = \sqrt{k_\gamma \frac{A \cdot t \cdot f \cdot k}{H}} = \\ &= \sqrt{\frac{8,4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Р} \cdot \text{м}^2}{\text{с} \cdot \text{мКи}} \cdot 100 \text{мКи} \cdot 1 \frac{\text{рад}}{\text{Р}} \cdot 1 \frac{\text{бэр}}{\text{рад}} \cdot 365 \cdot 6\text{ч}}{5\text{бэр}}} \approx 6,07 \text{ м} \end{aligned}$$

7.75 Мощность экспозиционной дозы на расстоянии 10 см от источника составляет 85 мР/ч. На каком расстоянии от источника можно находиться без защиты, если допустимая мощность дозы равна 0,017 мР/ч?

Решение

Исходя из 6 отношение мощностей доз равно:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{r^2}{r_1^2}$$

Отсюда расстояние выражается как:

$$r = r_1 \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} = 10 \text{ см} \sqrt{\frac{85 \text{ мР/ч}}{0,017 \text{ мР/ч}}} = 707,1 \text{ см} \approx 7,07 \text{ м}.$$

Ответ: расстояние $r \approx 7,07 \text{ м}$.

Дополнительные задачи

7.11. Почему спектр тормозного рентгеновского излучения является сплошным?

Решение

Данное обстоятельство связано с тем, что электроны, прилетающие с катода на анод, при торможении движутся хаотично из-за столкновений с атомами материала анода. Представим, что материал анода имеет слоистую структуру (см. Рисунок выше), тогда отдельные электроны, проходя через первый слой, могут, например, отдать почти всю свою энергию в ходе торможения, пройти беспрепятственно, или потерять небольшую часть энергии. Поэтому во всех трёх случаях будут излучаться электромагнитные волны с разной длиной. Так как таких тормозящих электронов очень много, то будут появляться волны с самыми разными длинами, а спектр при этом станет непрерывным для внешнего наблюдателя.

7.14 Электроны в луче телевизионной трубки тормозятся веществом экрана. Напряжение, подаваемое на трубку, равно 20 кВ. Чем равна граничная длина волны λ_{min} спектра рентгеновского излучения, возникающего при торможении электронов?

Решение

7.43 При облучении нейтронами опухоли, избирательно накопившей радиоактивный бор $^{10}_5\text{B}$, образуется ^7_3Li и некоторое излучение, воздействующее на опухоль. Что это за излучение?

Решение

7.53 В источнике минеральной воды активность радона составляет 1000 Бк на 1 л. Какое количество атомов радона попадёт в организм пациента, выпившего стакан минеральной воды объёмом 0.2 л?

Решение