

Решение задач по курсу радиационной физики

Пилипенко К.С.

6 ноября 2021 г.

Ионизирующее излучение. Основы дозиметрии

Граница спектра тормозного рентгеновского излучения

$$\lambda = \frac{1,23}{U}, \quad (1)$$

где U — напряжение в рентгеновской трубке, кВ; λ_{min} , нм.

Поток рентгеновского излучения

$$\Phi = kIU^2Z, \quad (2)$$

где I и U — сила тока и напряжения в рентгеновской трубке, Z — порядковый номер элемента вещества анода, $k = 10^{-9} B^{-1}$.

Массовый коэффициент ослабления рентгеновского излучения

$$\mu_m = k\lambda^3 Z^3, \quad (3)$$

где k — коэффициент пропорциональности, λ — длина волны, Z — порядковый номер вещества-поглотителя.

Линейный коэффициент ослабления рентгеновского излучения

$$\mu = \mu_m \rho, \quad (4)$$

где ρ — плотность вещества.

7.1 Найдите границу тормозного рентгеновского излучения (частоту и длину волны) для напряжений $U_1 = 2kВ$ и $U_2 = 20kВ$. Во сколько раз энергия фотонов этих излучений больше энергии фотона, соответствующего $\lambda = 760$ нм (красный цвет)?

7.3 При прохождении потока рентгеновского излучения через костную ткань произошло ослабление в два раза. Учитывая, что толщина слоя костной ткани составляла 20 мм, найдите линейный коэффициент ослабления.

7.7 Сравните изменение массового коэффициента ослабления кости и мягких тканей при переходе от мягкого к жесткому рентгеновскому излучению. Принять энергию фотонов для мягкого излучения равной 30 кэВ, а для жесткого 120 кэВ.

7.17 Тело поглотило фотоны рентгеновского излучения с энергией 100 эВ, что значительно превышает энергию ионизации атомов данного вещества. Считая основным эффектом взаимодействие рентгеновского излучения с веществом когерентное рассеяние, найдите длину волны вторичного рентгеновского излучения, если вторичные электроны движутся со скоростью $3,7 \times 10^6$ м/с.

Решение.

7.20 Считая, что поглощение рентгеновского излучения не зависит от того, в каком соединении атом представлен в веществе, определите, во сколько раз массовый коэффициент ослабления кости $Ca(PO_4)_2$ больше массового коэффициента ослабления воды?

Решение.

$$Z_{Ca(PO_4)_2}^3 = N_{Ca}Z_{Ca}^3 + N_PZ_P^3 + N_OZ_O^3 \quad (5)$$

$$\frac{\mu_m^k}{\mu_m^k} = \frac{N_{Ca}Z_{Ca}^3 + N_PZ_P^3 + N_OZ_O^3}{N_HZ_H^3 + N_OZ_O^3} = \frac{1 \cdot 20^3 + 2 \cdot 31^3 + 8 \cdot 16^3}{2 \cdot 1^3} \quad (6)$$

Ответ: массовый коэффициент ослабления примерно в 36 раз больше, чем для воды

7.21 Для рентгенодиагностики мягких тканей применяют контрастные вещества. Например, желудок и кишечник заполняют кашеобразной массой сульфата бария $BaSO_4$. Сравните массовые коэффициенты ослабления сульфата бария и мягких тканей (воды). Решение

Ядро. Радиоактивность

Энергия связи ядра

$$\Delta E_{св.} = 931,5[Zm_H + (A - Z)m_n - m_a], \quad (7)$$

где m_H, m_n, m_a — массы соответственно изотопа водорода 1H , нейтрона и атома, а. е. м.; Z — число протонов в ядре (порядковый номер элемента), A — число нуклонов в ядре (массовое число); $\Delta E_{св.}$ выражается в мегаэлектрон-вольтах.

Основной закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (8)$$

где N_0 — начальное число радиоактивных ядер, N — их число к моменту времени t .

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (9)$$

— постоянная распада, $T_{1/2}$ — период полураспада.

Изменение активности препарата со временем $[A] = 1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$
Бк (Беккерель)

$$A = \frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}. \quad (10)$$

7.31 Выразите через постоянную λ распада или период полураспада $T_{1/2}$: а) вероятность того, что радиоактивное ядро распадется за время от

0 до t ; вероятность того, что радиоактивное ядро распадется за время от t до бесконечности; б) среднее время жизни радиоактивного ядра.

Решение

7.35 Возраст древних деревянных предметов можно приближенно определить по удельной массовой активности изотопа $^{14}_6\text{C}$ в них. Сколько лет тому назад было срублено дерево, которое пошло на изготовление предмета, если удельная массовая активность углерода в нем составляет $3/4$ от удельной массы активности растущего дерева? Период полураспада изотопа $^{14}_6\text{C}$ равен $T = 5570$ лет.

Решение

7.46 Препарат фосфора $^{32}_{15}\text{P}$ содержат нерадиоактивные примеси. Определите процентное соотношение радиоактивного и нерадиоактивного фосфора в 10 мг препарата, если его активность равна 25 мкКи.

Решение

Подсчитаем сначала массу радиоактивного фосфора $^{32}_{15}\text{P}$. По определению активность препарата A определяется как

$$A = \lambda N, \quad (1)$$

где λ - постоянная распада, N - число атомов в препарате. Тогда их общая масса будет равна

$$m = \frac{N}{N_A} \mu, \quad (2)$$

где N_A - число Авогадро, μ - молярная масса. Объединение (1) и (2) позволяет записать:

$$m = \frac{A \mu}{\lambda N_A}. \quad (3)$$

Отношение массы радиоактивного фосфора к массе M препарата есть

$$P = \frac{A \mu T}{\ln 2 N_A M}, \quad (4)$$

где T - период полураспада фосфора 32. Отметим, что выражение (4) безразмерное. Подставим числа:

$$P = \frac{25 \cdot 10^{-6} \cdot 3.7 \cdot 10^{10} \cdot 32 \cdot 14.268 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln 2 \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 8.742 \cdot 10^{-9}$$

Чтобы получить долю $P_{\%}$ радиоактивного препарата в процентах, нужно воспользоваться соотношением:

$$P_{\%} = 100P.$$

Ответ: процентное соотношение радиоактивного фосфора в препарате примерно равно $8.7 \cdot 10^{-7}\%$. Для нерадиоактивного фосфора процентная доля равна $100 - P_{\%}$.

7.48 В 1 мл морской воды содержится 10^{-15} г радона $^{226}_{88}\text{Rn}$. Какое количество воды имеет активность, равную 10 мКи?

Решение

Активность через количество радиоактивных частиц определяется как:

$$A = \lambda N \quad (11)$$

Используя уравнению 9 и соотношение $N = \frac{m}{\mu} N_A$ получим через период полураспада:

$$A = \frac{N \ln 2}{T_{1/2}} = \frac{m N_A \ln 2}{\mu T_{1/2}}, \quad (12)$$

где μ — молярная масса радона. Если $V_1 \sim m_1$ и $V_2 \sim m_2$, то тогда справедливо следующее:

$$V_2 = V_1 \frac{m_2}{m_1}, \quad (13)$$

где m_2 — масса радона с активностью 10мКи. Тогда искомый объём V_2 будет равен:

$$V_2 = V_1 \frac{A \mu T_{1/2}}{N_A m_1 \ln 2}. \quad (14)$$

Переводя активность в систему СИ ($A_0 = 10 \text{мКи} = 3,7 \cdot 10^8 \text{Бк}$) получим:

$$A = \frac{r}{t} \quad (15)$$

По определению активность A определяется как

$$A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N, \quad (1)$$

где λ - постоянная распада, N - число атомов. Данная активность по условию задачи обеспечивается примесью радона $^{226}_{88}\text{Rn}$. Поэтому их число будет равно

$$N = \frac{m}{\mu} N_A, \quad (2)$$

где N_A - число Авогадро, μ - молярная масса. Объединение (1) и (2) позволяет записать выражение для активности:

$$A = \frac{\ln 2}{T} \frac{m}{\mu} N_A. \quad (3)$$

Подставим числа в (3):

$$A = \frac{\ln 2}{7.41 \cdot 60} \cdot \frac{10^{-15} \text{ г}}{226 \text{ г}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} = 4154.2 \frac{1}{\text{с}}.$$

Пусть $A_0 = 10 \text{ мКи} = 3.7 \cdot 10^8 \text{ Бк}$. Видно, что активность A_0 существенно больше A .

Поэтому объём V воды в миллилитрах будет равен

$$V = A_0 / A, \quad (4)$$

Подставив числа в (4), получим:

$$V = 89066.3 \text{ мл} = 0.089 \text{ м}^3.$$

Ответ: объём воды $V = 0.089 \text{ м}^3$.

Примечание. Намного нагляднее подсчитать массу радона, который создаёт активность A_0 , и увидеть, что она примерно равна $m_1 = 8.9 \cdot 10^{-11} \text{ г}$, а затем разделить её на $m = 10^{-15} \text{ г}$.

7.52 Для исследования щитовидной железы больному ввели 20 мл 10%-ного раствора глюкозы с радиоактивным йодом. Удельная активность йода в момент введения составляла 0,08 мКи/мл. Найдите массу йода в растворе. Учтите, что каждая молекула глюкозы связывает один йод.

Решение

Обозначим объём всего раствора V . Тогда объём V_1 глюкозы будет равен

$$V_1 = \frac{P}{100} V, \quad (16)$$

где P — выраженное в процентах содержание глюкозы в растворе. Полная активность A йода будет тогда определяться как

$$A = a V_1 = a \frac{P}{100} V, \quad (17)$$

где a — удельная активность. С другой стороны, активность A есть

$$A = \lambda N, \quad (18)$$

где λ — постоянная распада, N — число атомов. Если умножить отношение

N/N_A , где N_A — число Авогадро, на молярную массу μ радиоактивного йода, то можно получить массу m всего йода в растворе, поэтому:

$$m = \mu N = \mu \frac{A}{\lambda} = \frac{\mu T_{1/2} P V}{N_A \cdot 100 \cdot \ln 2}. \quad (19)$$

Подставим числа:

$$m = \frac{130.906 \cdot 10^{-3} \cdot 8.021 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 0.08 \cdot 10^{-6} \cdot 3.7 \cdot 10^{10} \cdot 10 \cdot 20}{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 100 \cdot \ln 2} = 1.29 \cdot 10^{-15} \text{ кг}. \quad (20)$$

Ответ: масса йода в препарате примерно равна $1.29 \cdot 10^{-15} \text{ кг}$.

Основы дозиметрии

Удельная активность источника

$$A_m = \frac{A}{m}, \quad (21)$$

где m — масса препарата.

Поглощённая доза

$$D = \frac{dE}{dm}, \quad (22)$$

где dE — энергия излучения, поглощённая в данном объёме, m — масса вещества в этом объёме. В СИ: $[D] = \text{Дж/кг} = \text{Гр (Грей)}$, внесистемные единицы: $[D] = 1 \text{ рад} = 10^{-2} \text{ Гр}$.

Экспозиционная доза

$$X = \frac{dQ}{dm}, \quad (23)$$

dQ — электрический заряд ионов одного знака, порождённый фотонами в элементарном объёме воздуха, m — масса воздуха в этом объёме. В СИ: $[X] = \text{Кл/кг}$, внесистемные единицы: $[X] = 1 \text{ Кл/кг} = 3880 \text{ Р (рентген)}$.

Связь поглощённой и экспозиционной доз

$$D = f X, \quad (24)$$

где f — переходный коэффициент (для воды и мягких тканей человека $f = 1$), если D измеряется в радах, а X — в рентгенах.

Связь эквивалентной и поглощённой доз

$$H = k D, \quad (25)$$

где k — коэффициент качества, или относительная биологическая эффективность (ОБЭ). Коэффициент качества для рентгеновского и γ -излучения равен 1, для α -излучения он равен 20.

Предельно допустимая эквивалентная доза для населения составляет 0,05 бэр в год, а для профессионалов она равна 5 бэр в год.

Связь между активностью радиоактивного препарата (A) и мощностью экспозиционной дозы X/t

$$\frac{X}{t} = k_{\gamma} \frac{A}{r^2}, \quad (26)$$

где k_{γ} — γ -постоянная, которая характерна для данного радионуклида; r — расстояние от источника ионизирующего излучения.

	Поглощённая доза D	Экспозиционная доза X	Эквивалентная доза H
СИ	1 Дж/кг = 1 Грей (Гр)	Кл/кг	Зиверт(Зв)
Внесистемные	рад 1 рад = 10^{-2} Гр	рентген (Р) 1 Кл/кг = 3880 Р	бэр (биологический эквивалент рада) 1 бэр = 10^{-2} Зв

7.59 В $m = 10$ г ткани поглощается 10^9 α -частиц с энергией около $E = 5$ МэВ. Найдите поглощенную и эквивалентную дозы. Коэффициент качества k для α -частиц равен 20.

Решение

Полная энергия Q поглощённых N α -частиц будет равна

$$Q = NE. \quad (27)$$

Тогда поглощённая доза может быть вычислена как:

$$D = \frac{NE}{m}. \quad (28)$$

Для эквивалентной дозы H по определению **25** можно написать

$$H = kD = k \frac{NE}{m}. \quad (29)$$

Отметим, что коэффициент качества k зависит от энергии ионизирующих частиц (электронов, α -частиц, тяжёлых ионов) или излучений (электромагнитное излучение с малой длиной волны), но и от состава облучаемого образца. Подставим числа из условия задачи:

$$D = \frac{10^9 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10 \cdot 10^{-3}} = 8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = 8 \cdot 10^{-2} \text{Гр} = 8 \text{рад}, \quad (30)$$

$$H = 8 \cdot 10^{-2} \cdot 20 = 1,6 \text{Зиверт} = 160 \text{бэр}. \quad (31)$$

Ответ: поглощённая доза $D = 8 \cdot 10^{-2} \text{Гр} = 8 \text{рад}$, эквивалентная доза $H =$

1,63в = 160бэр.

7.60 Мощность экспозиционной дозы γ -излучения на расстоянии $r_1 = 1$ м от точечного источника составляет $P_1 = 2,15 \times 10^{-7}$ Кл/(кг·с). Определите минимальное расстояние от источника (r_{min}), на котором можно ежедневно работать по 6 ч без защиты. Предельно допустимой эквивалентной дозой при профессиональном облучении считать $H_{min} = 5 \times 10^{-2}$ Дж/кг в течение года. Поглощение γ -излучения воздухом не учитывать.

Решение

Запишем уравнение 26 для мощности экспозиционной дозы на расстоянии $r_1 = 1$ м

$$P_1 = k_\gamma \frac{A}{r_1^2}, \quad (32)$$

Для r_{min} соответственно мощность будет равна

$$\frac{X_{min}}{t} = k_\gamma \frac{A}{r_{min}^2}, \quad (33)$$

Используя уравнения 24 и 25 можно получить связь между эквивалентной и экспозиционной дозой в системе СИ:

$$H = \frac{k f X}{38,8}. \quad (34)$$

Поделим 32 на 33 с учётом 34:

$$\frac{k \cdot f \cdot P_1 \cdot t}{H_{min}} = \frac{r_{min}^2}{r_1^2}, \quad (35)$$

где t — время облучения за год, выраженное в секундах. Так как для мягких тканей $f = 1$, а для γ -излучения $k = 1$ то имеем:

$$r_{min} = r_1 \sqrt{\frac{38,8 \cdot P_1 \cdot t}{H_{min}}} \quad (36)$$

7.61 Средняя мощность экспозиционной дозы облучения в рентгеновском кабинете равна $6,45 \times 10^{-12}$ Кл/(кг·с). Врач находится в течение дня 5 ч в этом кабинете. Какова его доза облучения за шесть рабочих дней?

Решение

Согласно уравнению 26 экспозиционную дозу можно определить как:

$$X = P \cdot t \cdot n, \quad (37)$$

где P — мощность экспозиционной дозы, n — количество дней, t — время облучения в течении дня Экспозиционная доза X в рентгенах связана с поглощённой

дозой D в радах по уравнению 24:

$$D = f \cdot X, \quad (38)$$

где $f = 1 \frac{\text{рад}}{\text{Р}}$, если мы примем человека за совокупность только мягких тканей. Эквивалентная доза H определяется из уравнения 25:

$$H = kD = k f P n t. \quad (39)$$

Для рентгеновского излучения справедливо $k = 1 \frac{\text{бэр}}{\text{рад}}$. Поставляя числа получим:

$$H = 1 \frac{\text{бэр}}{\text{рад}} \cdot 1 \frac{\text{рад}}{\text{Р}} \cdot \left(6,45 \cdot 10^{-12} \cdot 3880 \frac{\text{Р}}{\text{с}} \right) \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3600 \text{с} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{бэр} = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{Зв}. \quad (40)$$

Ответ: эквивалентная доза равна $H = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{бэр} = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{Зв}$

7.62 Смертельная доза для человека массой 70 кг при облучении всего тела рентгеновскими или γ -лучами равна 600 рад. На сколько градусов от нормальной поднимется температура тела человека при таком облучении, если считать его однородным фантомом с удельной теплоёмкостью 3,33 кДж/(кг·К)?

Решение

По формуле 22 имеем следующее:

$$D = \frac{E}{m}. \quad (41)$$

удельная теплоёмкость определяется как:

$$C_{\text{уд.}} = \frac{Q}{m \Delta T} \quad (42)$$

Если считать, что вся энергия излучения расходуется на нагрев организма $E = Q$ то изменение температуры можно получить как:

$$\Delta T = \frac{D \cdot m}{m \cdot C_{\text{уд.}}} = \frac{D}{C} = \frac{6 \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}}{3330 \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}} \approx 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}. \quad (43)$$

Ответ: на $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}$

7.63 Радиационный фон в некотором городе составляет 30 мкР/ч. Определите поглощенную и экспозиционную дозы, полученные жителями этого города в течении года.

Решение

Экспозиционная доза за время X за время t равна

$$X = P \cdot t, \quad (44)$$

где P — мощность дозы, t — время. Если данный фон обусловлен рентгеновскими или γ -излучением, то поглощённая доза равна

$$D = f \cdot X,$$

где $f = 1 \text{ рад/Р}$. Подставим числа:

$$X = 30 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Р}}{\text{ч}} \cdot 365 \cdot 24 \text{ ч} = 0,263 \text{ Р}.$$

$$D = 1 \frac{\text{рад}}{\text{Р}} \cdot 0,263 \text{ Р} = 0,263 \text{ рад}.$$

Ответ: поглощённая доза $D = 0,263 \text{ рад}$, экспозиционная доза $X = 0,263 \text{ Р}$.

7.64 При исследовании радиочувствительности живых организмов крыс облучали рентгеновскими лучами в течение 4 ч. При этом полученная ими суммарная доза составила 300 бэр. Найдите мощность экспозиционной и поглощенной дозы в этом эксперименте (в системе СИ).

Решение

Поглощённая и экспозиционная дозы связаны между собой уравнением 24:

$$D = \frac{H}{k}, \quad (45)$$

где k — коэффициент пропорциональности $k = 1 \text{ бэр/рад} = 1 \text{ бэр/рад} = 1 \text{ Зв/Гр}$. Мощность доз D и X можно выразить как:

$$P_D = \frac{D}{t}; \quad P_X = \frac{X}{t} \quad (46)$$

7.72 Интенсивность γ -излучения уменьшилось в шесть раз при прохождении через слой вещества толщиной 5 см. Найдите линейный коэффициент ослабления вещества.

Решение

7.73 На каком расстоянии от препарата с радиом активностью 100 мКи можно находиться, чтобы эквивалентная доза за шестичасовой рабочий день не превышала допустимую за сутки для профессионалов? Ионизационная постоянная радия $\gamma = 8,4 \text{ Р} \cdot \text{м}^2/\text{с} \cdot \text{Ки}$

Решение

Предельно допустимая эквивалентная (H) доза для профессионалов составляет 5 бэр в год. Расстояние можно выразить из уравнения 26 как

$$r = \sqrt{k_\gamma \frac{A \cdot t}{X}} \quad (47)$$

7.75 Мощность экспозиционной дозы на расстоянии 10 см от источника

составляет 85 мР/ч. На каком расстоянии от источника можно находиться без защиты, если допустимая мощность дозы равна 0,017 мР/ч?

Решение

Отношение мощностей доз равно:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{r^2}{r_1^2} \quad (48)$$

Отсюда расстояние выражается как:

$$r = r_1 \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} = 10 \text{ см} \sqrt{\frac{85 \text{ мР/ч}}{0,017 \text{ мР/ч}}} = 707,1 \text{ см} \approx 7,07 \text{ м}. \quad (49)$$

Ответ: расстояние $r \approx 7,07 \text{ м}$.