

文章编号:1008-830X(2006)04-0410-04

# 三维随机海浪模拟研究

施伟<sup>1</sup>,侯海平<sup>2</sup>

(1.海军92910部队司令部指挥所,浙江舟山 316000;2.海军潜艇学院,山东青岛 266071)

**摘要:**三维随机海浪的模拟对于研究海浪的本质特征以及海浪对船舶结构物的作用等问题有重要意义。讨论了基于海浪谱特性模拟海浪的方法,对线性叠加原理的两种方法(频率等分法和能量等分法)的优缺点进行了分析,采用能量等分法对三维随机海浪进行了模拟,并给出了三维随机海浪的仿真结果。

**关键词:**海浪谱;海浪模拟;线性叠加;能量等分法

**中图分类号:**TP391.9

**文献标识码:**A

## Study on Simulation of 3-D Random Waves

SHI Wei<sup>1</sup>, HOU Hai-ping<sup>2</sup>

(1. Command Post of Headquarters, Navy 92910 Team, Zhoushan 316000;

2. Navy Submarine Academy, Qingdao 266071, China)

**Abstract:** The simulation of 3-D random waves plays an important role in studying the intrinsic characteristic of wave and its impacts on the ships. This paper discusses the wave simulation technique which is based on the wave spectrum characteristic, and analyzes the advantages and disadvantages of the two linear accumulative methods. The equi-energy divided method is applied to the simulation of 3-D random waves and the simulation results of the 3-D random waves are also presented.

**Key words:** wave spectrum; wave simulation; linear accumulative method; equi-energy divided method

海浪作为一种风生重力波,是人们十分熟悉的海洋现象。实际海洋中的海浪非常复杂,产生风浪的风力大小和方向相对于时间和空间不断变化,因此海浪可视为一个随机过程。关于海浪的模拟近年来的研究比较广泛,一般是通过水槽实验模拟二维随机海浪,但由于三维随机海浪的模拟非常复杂,对三维随机海浪的模拟较少<sup>[1]</sup>。海浪状态的模拟一般由流体动力学方程组 Navier-Stokes 方程组通过一系列近似和简化用数值方法求解流场来实现<sup>[2]</sup>,或是依据海浪的数学模型和海浪的频谱特性,用线性叠加法或线性滤波法进行仿真<sup>[3]</sup>。笔者根据线性叠加法对三维随机海浪进行了模拟,针对某种海面状态给出了海浪频谱的采样频率分布,并给出了三维随机海浪的仿真结果。

### 1 海浪谱描述

海浪谱是随机海浪的一个重要统计性质,它包含着较丰富的海浪二阶信息。描述了海浪组成波能量相对于频率和方向的分布。海浪模拟首先要根据当地风速场选取合适的海浪谱,海浪谱的选取要针对所使用的分析方法,综合计算精确度与时间花费的要求,遵循能够较容易进行数值运算的原则。

本文采用的海浪谱是 Pierson-Moscowitz 谱,简称 P-M 谱<sup>[4]</sup>。P-M 谱是以风速为参量的充分成长状态的海浪频谱,是由观测得到的纯经验谱,其表达式为:

$$S(\omega) = \alpha \frac{g^2}{\omega^5} \exp \left\{ -\beta \left( \frac{g}{u\omega} \right)^4 \right\} \quad (1)$$

其中,  $\omega$  为圆频率,  $g$  为重力加速度,  $\alpha = 8.1 \times 10^{-3}$ ,  $\beta = 0.74$ ;  $u$  为海面以上 19.5 m 高处的平均风速。

方向函数采用的是 Cote 等在 SWOP (Stereo Wave Observation Project) 波浪立体摄影观测资料基础上提出的方向函数:

$$G(\omega, \Phi) = \frac{1}{\pi} (1 + p \cos 2\Phi + q \cos 4\Phi) \quad (2)$$

$$\text{上式中, } P = \left( 0.5 + 0.82 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\omega}{\omega_m} \right)^4 \right] \right), q = 0.32 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\omega}{\omega_m} \right)^4 \right], |\Phi| \leq \frac{\pi}{2}。$$

### 3 基于海浪谱的数值仿真方法

#### 3.1 线性滤波法<sup>[5]</sup>

根据线性系统输出谱  $S_Y(f)$  与输入谱  $S_X(f)$  的关系:

$$S_Y(f) = S_X(f) |H(f)|^2 \quad (3)$$

线性滤波法是以靶谱作为频率响应函数,即  $H(f) = \sqrt{S(f)}$ , 对应的脉冲响应函数为:

$$h(t) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \exp(i2\pi ft) df \quad (4)$$

以白噪声  $W(t)$  为输入,则有:

$$S_\zeta(f) = |\sqrt{S(f)}|^2 S_W(f) = S(f) \quad (5)$$

其中,  $S_\zeta(f)$  为系统输出  $\zeta(t)$  的谱,  $S_W(f) = 1$  为白噪声的谱,系统的输出  $S_\zeta(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) W(t-\tau) d\tau$  为所模拟的波面位移信号。

线性滤波法的不足之处是,认为海浪是平稳的随机过程,且采用有理谱逼近海浪功率谱,因此会有一些的误差;另外,实际中使用的白噪声是有限带宽的白噪声,因而用它作激励时,得到的海浪波形有一定的误差,表现为幅值较其它方法得到的幅值小。

#### 3.2 线性叠加法

根据 Longuet-Higgins 的理论,将平稳海况下的海浪视为平稳的具有各态历经性的随机过程,波动可看作是无限多个振幅不等、频率不等、初相位不等的简单余弦波叠加而成。对随机变化的海洋表面状态的计算是基于不同波频数  $\omega$  和不同的波传播方向  $\Phi$  的多重求和,当忽略波之间的相互作用因素,可得到下面三维随机海浪波高方程的数学描述:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{m,n} \cos(k_m x \cos \Phi_n + k_m y \sin \Phi_n - 2\pi f_m t + \varepsilon_{m,n}) \quad (6)$$

上式中,  $M, N$  分别为频率分割数和方向分割数;  $k_m$  为波数,根据深水的色散关系,海面波浪的角频率  $\omega_m^2 = gk_m$ , 且  $k_m = \sqrt{k_{mx}^2 + k_{my}^2}$ ,  $k_{mx} = k_m \cos \Phi_n$ ,  $k_{my} = k_m \sin \Phi_n$ ;  $\Phi_n$  为相对于  $x$  轴的传播方向;  $x, y$  分别表示平行和垂直于主导波传播方向的笛卡儿坐标,  $\varepsilon_{m,n}$  为随机相位角,服从  $(0 \sim 2\pi)$  内均匀分布;  $A_{m,n}$  为不同频率的简单正弦波的振幅,其表达式为:

$$A_{m,n} = \sqrt{2S(\omega_m, \Phi_n) \Delta\omega_m \Delta\Phi_n} \quad (7)$$

该式中,  $S(\omega_m, \Phi_n)$  为海浪方向谱,且  $S(\omega, \Phi) = S_\omega(\omega) G(\Phi)$ ,  $\Delta\omega_m, \Delta\Phi_n$  分别是  $\omega_m$  和  $\Phi_n$  的增量,  $S_\omega(\omega)$  为频率谱函数,  $G(\Phi)$  为方向函数。

根据选定的靶谱  $S(\omega)$ , 分别用频率等分法和能量等分法对频率进行分割,频率分割数  $M$  大小的选取影响到仿真的精度和效率。用频率等分法有两个缺点:①波面位移  $\eta$  以周期  $1/f$  重复出现;②由于海浪谱

的能量一般集中于峰频附近,如果  $M$  取的不够大则仅有少数几个采样点处于峰频附近,从而使这几个组成波在叠加中起主导作用。将这种叠加结果应用于某些具体问题(如海浪折射问题)时,会引起较大的误差。故在实际计算中采用基于海浪的功率密度的能量等分法。首先选定频率的采样点,使各频率间隔的能量相等,即谱密度曲线下的子面积相等,然后进一步确定各子面积的中心频率,如图1所示。

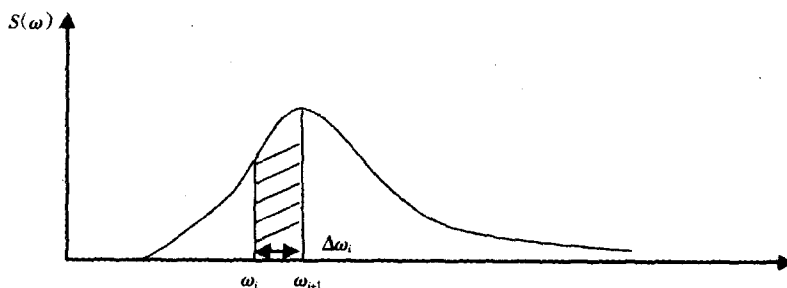


图1 海浪模型的能量等分法

Fig.1 Equi-energy divided method of the wave simulation model

定义累积谱<sup>[9]</sup>:

$$E(\omega) = \int_0^{\omega} S(\omega) d\omega \quad (8)$$

其中,  $S(\omega)$  为海浪的功率谱密度。按照功率等分的概念有:

$$\int_{\omega_{i-1}}^{\omega_i} S(\omega) d\omega = E(\omega_i) - E(\omega_{i-1}) = b \quad (b \text{ 为常数}) \quad (9)$$

当等能量的频率间隔数为  $N$  时,则有  $Nb = E(\infty)$ , 即:

$$E(\omega_i) = \frac{1}{N} E(\infty) \quad (10)$$

#### 4 仿真分析

本文对三维海浪的仿真流程如图2所示。

海浪的能量集中在一个很窄的频带内,频率特别高和频率特别低的组成波的能量都很小,计算时可以不考虑这些组成波的影响。当风速不同时,谱峰频率发生变化,谱值曲线移动,根据以上分析的能量等分法原理和(8)、(9)以及(10)式,当频率间隔数  $N$  确定之后,频率采样点也会随之确定。表1给出了当海面风速为不同值时,采用能量等分法的采样频率范围 ( $W_{\min}$  为采样频率下限,  $W_{\max}$  为采样频率上限,  $W_p$  为谱峰频率),图3给出了当风速为 12 m/s、频率分割数为 256 时频率采样点的分布图。

表1 能量等分法频率限分布与风速变化关系

Tab.1 The relationship between the frequency limit and wind variation of the equi-energy divided method

	海面 10 m 处风速/m·s <sup>-1</sup>						
	3.9	7.8	11.7	15.6	19.4	23.3	27.1
$W_{\min}$	1.428	0.713	0.472	0.353	0.281	0.233	0.199
$W_{\max}$	8.771	4.381	2.902	2.166	1.726	1.433	1.224
$W_p$	2.073	1.035	0.686	0.512	0.408	0.339	0.289

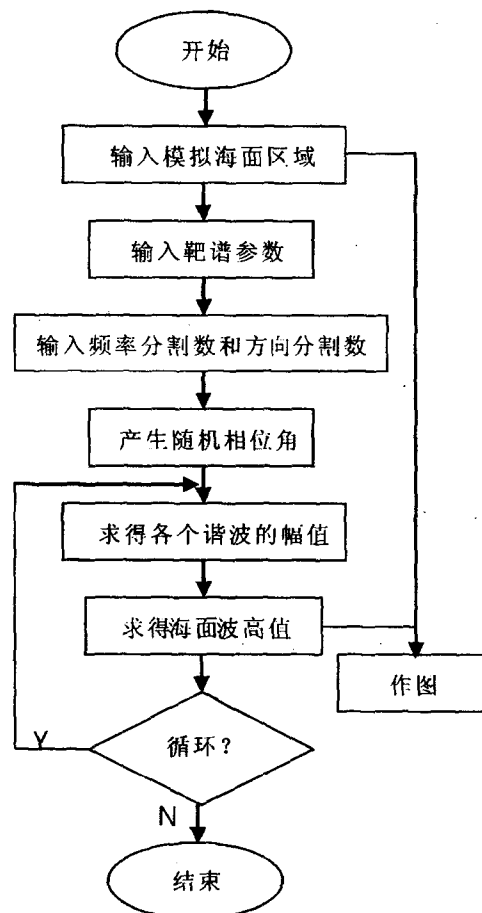


图2 仿真流程图

Fig.2 Flow chart of simulation

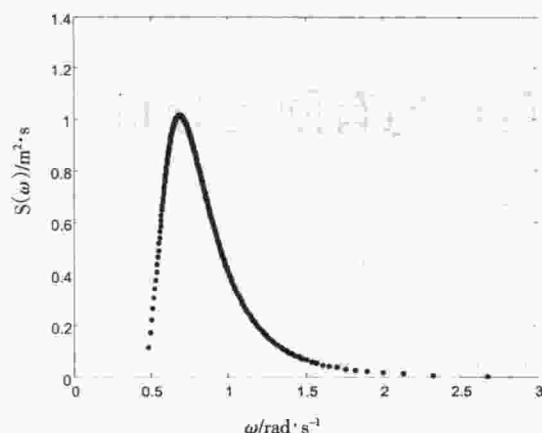


图3 频率采样点分布图

Fig.3 Distribution chart of the frequency sampling points

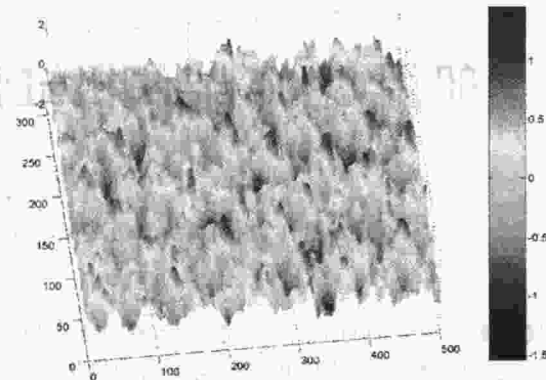


图4 模拟海面三维图

Fig.4 3-D chart of the simulated sea level

基于以上的理论模型,本文给出了一组仿真结果进行说明。当海面 12.5 m 处风速 8 m/s 时,选择 500 m×300 m 的海面范围,得到三维海面的模拟结果(海面波高/m),如图 4 所示。由于风速是海浪形成的决定因素,当海面上有风场作用时,海面风会不断地向海面输送能量,产生风浪。当风速变化时,海浪波高也产生明显的变化。同时由于风对波面的压力以及连续不断的能量提供,会使风浪不断地成长,因此海面风的作用直接影响到海面海况,海况的高低决定了海面波高的起伏变化。当海面风速较小,海况较低时,海浪比较平稳而且起伏不大,由此产生的海面扰动以毛细波为主;风速较大、海况较高时,产生较大的波高起伏变化。海面存在明显的大起大落的波峰和波谷,波高浪大是其明显特征。

## 5 结论

从工程应用的角度出发,根据海浪谱模型和模拟海面模型,本文对海浪模拟的方法进行了分析,运用能量等分法对海浪谱的采样频率分布进行了研究,最后给出了三维随机海浪的仿真结果。在笔者的后续研究中,采用本文的海浪模拟方法用于仿真海洋背景,具有理论的可行性和工程的实用性。

## 参考文献:

- [1] 白连平,苏彦民,陈秀真,等. 三维随机海浪的数值模拟[J]. 中国海上油气(工程), 2000, 12(2): 26-28.
- [2] CHEN J X, LOBO N D V. Toward Interactive-rate Simulation of Fluids with Moving Obstacles Using Navier-Stokes Equations [J]. Graphical Models and Image Processing, 1995, 57(2): 107-116.
- [3] 李辉,郭晨,李晓方. 基于 Matlab 的不规则海浪三维仿真[J]. 系统仿真学报, 2003, 15(7): 1 057-1 059.
- [4] 徐德伦,于定勇. 随机海浪理论[M]. 北京:高等教育出版社, 2001.
- [5] 杨惠珍,康凤举,褚彦军,等. 基于海浪谱的随机海浪仿真及验证[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(10): 2 324-2 326.
- [6] 邱宏安. 随机海浪模型的建立及仿真分析[J]. 系统仿真学报, 2000, 12(3): 226-228.