ГУАП

КАФЕДРА № 44

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

канд. техн. наук		Т.Н.Соловьёва
должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

МИНИМИЗАЦИЯ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

по курсу: ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №	4143		Е.Д.Тегай
		подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2023

Цель работы

Знакомство с понятием эквивалентных и минимальных автоматов, освоение методов минимизации конечных автоматов.

Задание по работе

Задан абстрактный автомат. Требуется построить минимальный автомат, эквивалентный заданному. Поиск эквивалентных состояний необходимо провести двумя способами (методом расщепления классов и с помощью треугольной таблицы). Эквивалентность исходного и минимального автоматов требуется проверить с помощью автоматной ленты, учитывающей все возможные переходы исходного автомата, в пакете JFLAP.

Порядок выполнения работы

Выполнение работы состоит из двух частей: минимизации АА и проверки корректности минимизации путем моделирования в пакете JFLAP.

При минимизации заданного АА необходимо:

1) Записать исходную ОТП или СТПВ автомата;

2) Выполнить поиск и удаление недостижимых состояний;

3) Найти группы эквивалентных состояний АА методом расщепления классов эквивалентных состояний;

4) Найти группы эквивалентных состояний АА с помощью треугольной таблицы; сравнить результат с полученным в п. 3;

5) На основании полученных групп эквивалентных состояний построить минимальный автомат.

Для проверки эквивалентности исходного и минимального автоматов в пакете JFLAP необходимо:

1) Набрать граф исходного АА и задать начальное состояние;

2) С помощью меню Inputs: Multiple Run ввести входную последовательность символов автоматной ленты, учитывающей все возможные переходы исходного автомата; убедиться, что при трассировке ленты автомат осуществляет все возможные переходы;

3) Набрать граф минимального АА и задать начальное состояние;

4) С помощью меню Inputs: Multiple Run ввести входную последовательность символов из п. 2, убедиться, что полученная последовательность выходных символов совпадает с последовательностью выходных символов исходного автомата.

Индивидуальное задание

Формулировка индивидуального задания изображена на рисунке 1.

Вариант 48

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
1	$a_1/1$	$a_4/1$	$a_3/1$	$a_2/2$	$a_6/1$	$a_2/1$	$a_4/2$	$a_0/2$
2	$a_3/2$	$a_3/2$	$a_5/2$	$a_7/1$	$a_1/2$	$a_6/2$	$a_7/1$	$a_5/1$

Рисунок 1 – Индивидуальное задание

Удаление недостижимых состояний автомата

Воспользуемся алгоритмом поиска недостижимых состояний конечного автомата. Его трактовка:

Шаг 0: записать начальное состояние во множество R.

Шаг 1: добавить в R состояния, в которые переходит автомат из состояний, уже находящихся в R.

Шаг 2: если на шаге 1 множество изменилось, то перейти к шагу 1;
иначе R – множество достижимых состояний; остальные состояния недостижимы.

Итого:

Шаг 0: $R = \{a_0\}$.

Шаг 1: $R = \{a_0, a_1, a_3\}$.

Шаг 2: R изменилось.

Шаг 1: $R = \{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_7\}$.

Шаг 2: R изменилось.

Шаг 1: $R = \{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7\}$.

Шаг 2: R изменилось.

Шаг 1: $R = \{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7\}$.

Шаг 2: R не изменилось.

Таким образом, недостижимых состояний не оказалось. Граф автомата изображен на рисунке 2 и подтверждает полученный с помощью алгоритма результат. Таблица переходов, соответственно, не меняется.

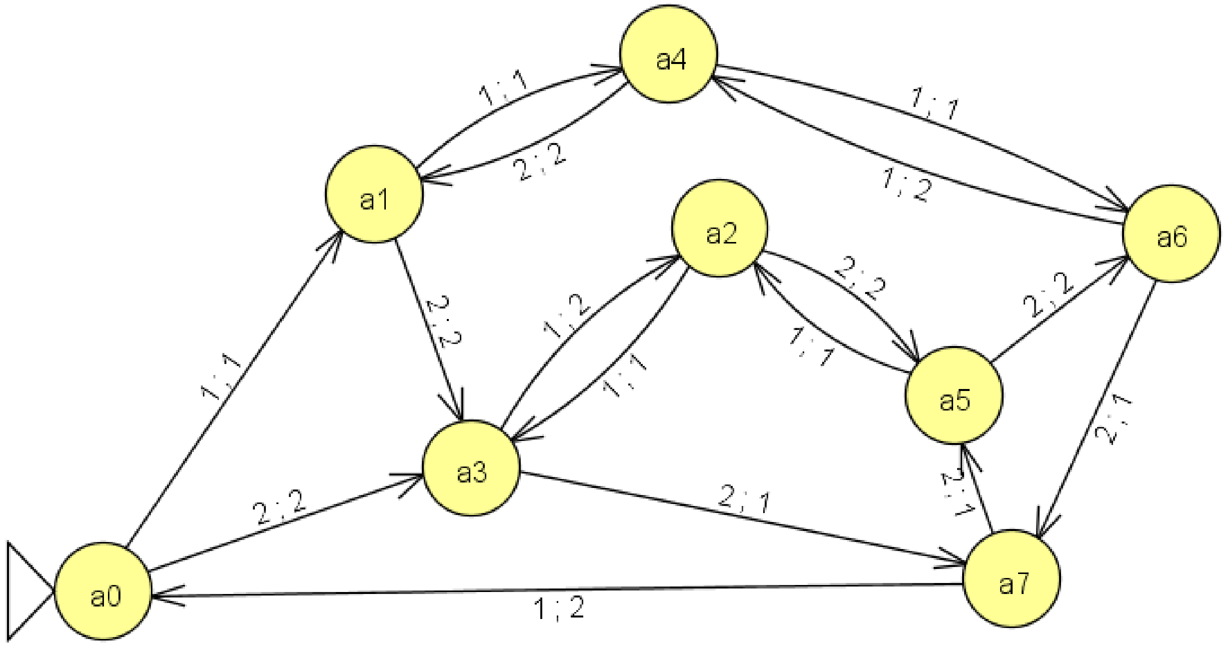

Рисунок 2 – Граф переходов-выходов автомата Мили

Поиск эквивалентных состояний автомата методов расщепления классов эквивалентных состояний

Трактовка метода звучит так:

На первом этапе минимизации составляются группы одноэквивалентных состояний автомата. Совокупность всех групп одноэквивалентных состояний абстрактного автомата образует первый класс эквивалентности.

На втором и последующих этапах минимизации строятся 2-ий и последующие классы эквивалентности до тех пор, пока не будет получено два совпадающих класса.

Требуемое разбиение состояний абстрактного автомата на группы эквивалентности определяется финальным классом эквивалентности. Существенно, что финальный класс эквивалентности можно получить за конечное число шагов.

Этап 1: выпишем разбиение на группы одноэквивалентных состояний, которое выглядит следующим образом:

$$b_0 = \{a_0, a_1, a_2, a_4, a_5\}, b_1 = \{a_3, a_6, a_7\}$$

Получили первый класс эквивалентности.

Этап 2: найдем разбиение на группы двухэквивалентных состояний. С этой целью на основе исходной СТПВ, изображенной на рисунке 1, составим вспомогательную таблицу 1.

Таблица 1

	$\boldsymbol{b_0}$					$\boldsymbol{b_1}$		
	a_0	a_1	a_2	a_4	a_5	a_3	a_6	a_7
1	b_0	b_0	b_1	b_1	b_0	b_0	b_0	b_0
2	b_1	b_1	b_0	b_0	b_1	b_1	b_1	b_0

На основе таблицы 1 удобно выполнить формирование групп двухэквивалентных состояний путем расщепления групп одноэквивалентных состояний:

$$c_0 = \{a_0, a_1, a_5\}, c_1 = \{a_2, a_4\},\ c_2 = \{a_{3,} a_6\}, c_3 = \{a_7\}$$

Получили второй класс эквивалентности.

Поскольку первый класс эквивалентности не совпал с первым, переходим к *этапу 3***,** на котором ищутся группы трехэквивалентных состояний. Построим таблицу 2, аналогичную таблице 1.

Таблица 2

	$\boldsymbol{c_0}$			$\boldsymbol{c_1}$		$\boldsymbol{c_2}$		$\boldsymbol{c_3}$
	a_0	a_1	a_5	a_2	a_4	a_3	a_6	a_7
1	c_0	c_1	c_1	c_2	c_2	c_1	c_1	c_0
2	c_2	c_2	c_2	c_0	c_0	c_3	c_3	c_0

Из таблицы 2 выписываем группы трехэквивалентных состояний:

$$d_0 = \{a_0\}, d_1 = \{a_1, a_5\}, d_2 = \{a_2, a_4\}, d_3 = \{a_3, a_6\}, d_4 = \{a_7\}$$

Получили третий класс эквивалентности.

Поскольку третий класс эквивалентности не совпал со вторым классом, то переходим к *этапу 4*, на котором будем искать группы четырехэквивалентных состояний. Для этого снова построим вспомогательную таблицу 3.

Таблица 3

	$\boldsymbol{d_0}$	$\boldsymbol{d_1}$		$\boldsymbol{d_2}$		$\boldsymbol{d_3}$		$\boldsymbol{d_4}$
	a_0	a_1	a_5	a_2	a_4	a_3	a_6	a_7
1	d_1	d_2	d_2	d_3	d_3	d_2	d_2	d_0
2	d_3	d_3	d_3	d_1	d_1	d_4	d_4	d_1

Группы четырехэквивалентных состояний имеют следующий вид:

$$e_0 = \{a_0\}, e_1 = \{a_1, a_5\}, e_2 = \{a_2, a_4\}, e_3 = \{a_3, a_6\}, e_4 = \{a_7\}$$

Получили четвертый класс эквивалентности.

Четвертый класс эквивалентности совпал с третьим классом эквивалентности, следовательно, он является финальным классом. Требуемое разбиение состояний абстрактного автомата на группы эквивалентности получено.

Поиск эквивалентных состояний автомата с помощью треугольной таблицы

Построим для заданного автомата треугольную таблицу 4. Таблица имеет 7 строк и 7 столбцов.

Выполним первый этап заполнения треугольной таблицы. При заполнении клеток будем заносить в них индексы состояний вместо полного их обозначения.

На втором этапе проверяем условия, записанные в клетках таблицы 4, на непротиворечивость.

Таблица 4

a_1	1,4 x						
a_2	1,3 x 3,5 x	3,4 x 3,5 x					
a_3	x	x	x				
a_4	1,6 x 1,3 x	4,6 x 1,3 x	3,6 ∨ 1,5 ∨	x			
a_5	1,2 x 3,6 ∨	2,4 ∨ 3,6 ∨	2,3 x 5,6 x	x	2,6 x 1,6 x		
a_6	x	x	x	2,4 ∨	x	x	
a_7	x	x	x	0,2 x 5,7 x	x	x	0,4 x 5,7 x
	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6

Например, рассмотрим клетку с координатами a_0 и a_2. В ней содержится два условия. Из таблицы 4 видно, что условие (1,3) не выполняется. Значит, ставим знак x. По такому же принципу заполняется вся таблица знаком x. Рассмотрим клетку с координатами a_0 и a_1. В ней содержится единственное условие (1,4). В клетке с координатами (a_1, a_4) содержатся два противоречивых условия, поэтому в клетку (a_0, a_1) ставится x.

Рассмотрим клетку с координатами (a_3, a_6). Здесь образуется сложная цепочка условий, которую удобно изобразить в виде дерева, изображенном на рисунке 3.

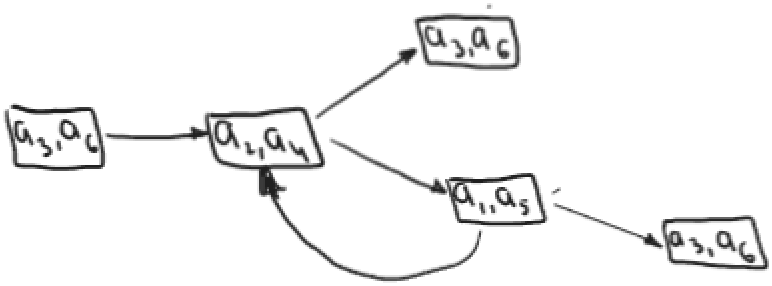

Рисунок 3 – Дерево условий для объединения состояний a_3 и a_6 в группу

В полученной цепочке условий нет противоречивости, поэтому в клетках, участвующих в этой цепочке, ставится знак ∨.

После того как в каждой клетке треугольной таблицы окажется «крестик» или «галочка», можно приступать к объединению состояний в группы.

По клеткам, содержащим знаки ∨, выпишем пары эквивалентных состояний и укрупним полученные группы объединив попарно эквивалентные состояния. Итого получаем:

$$(a_0), (a_1, a_5), (a_2, a_4), (a_3, a_6)$$

Построение минимального автомата

При построении минимального автомата необходимо каждую группу эквивалентных состояний заменить одним состоянием. Все состояния исходного автомата, изображенном на рисунке 1, являются достижимыми.

Каждую группу эквивалентных состояний заменим состоянием минимального автомата:

$$b_0 = (a_0), b_1 = (a_1, a_5), b_2 = (a_2, a_4), b_3 = (a_3, a_6), b_4 = (a_7).$$

На основании рисунка 1 и состава групп построим совмещенную таблицу 5 переходов-выходов минимального автомата:

Таблица 5

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
1	$b_1/1$	$b_2/1$	$b_3/1$	$b_2/2$	$b_0/2$
2	$b_3/2$	$b_3\ /2$	$b_1\ /2$	$b_4\ /1$	$b_1\ /1$

Таким образом, число состояний автомата Мили сократилось до 5.

Проверка эквивалентности автоматов

На рисунке 4 показан исходный автомат, на рисунке 5 – минимальный, построенные в JFLAP.

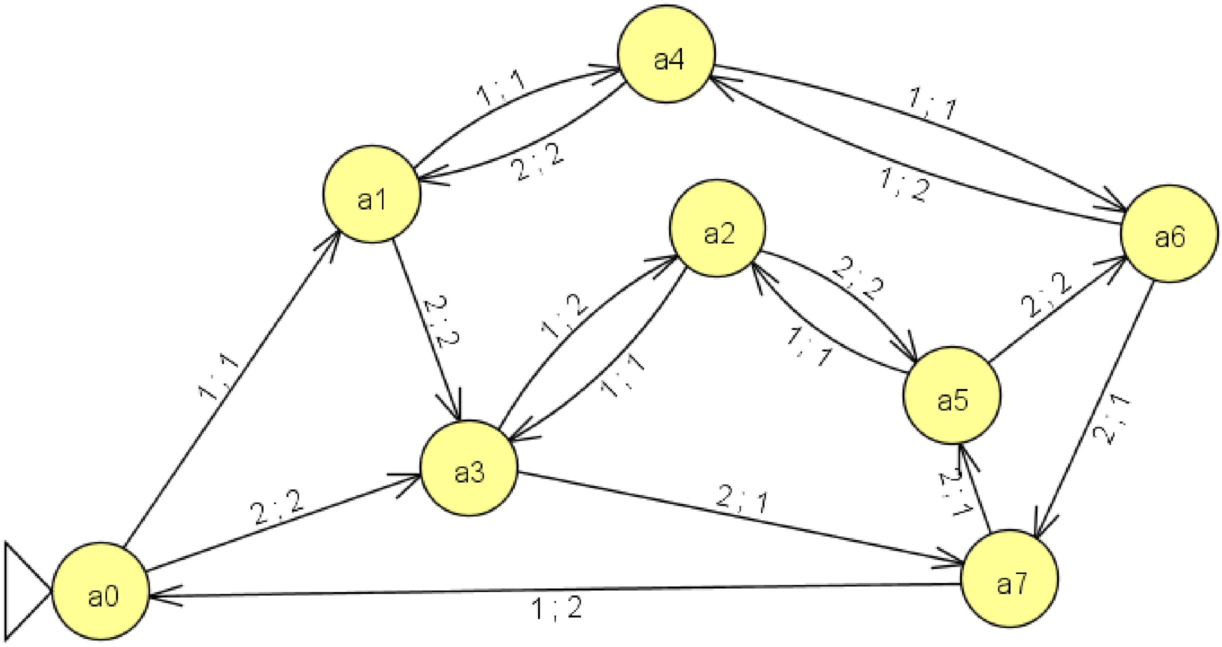

Рисунок 4 – Исходный автомат

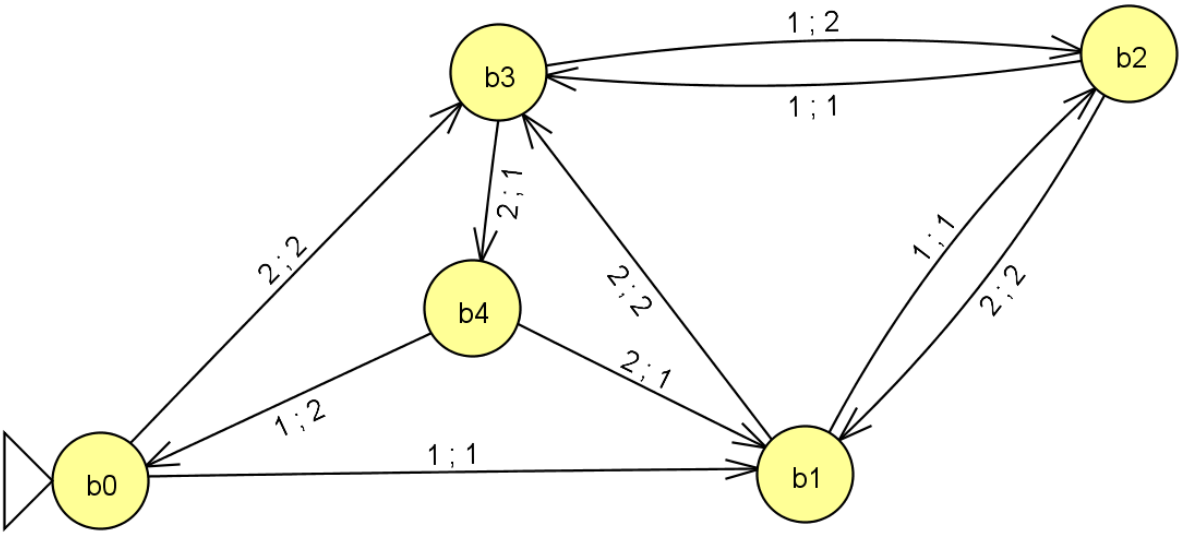

Рисунок 5 – Минимальный автомат

На рисунках 6 и 7 приведены результаты моделирования работы исходного и минимизированного автоматов соответственно.

Input	Result
1212121121	1222121112
11111	11121
1231	12
11212121	11212121
21212221	22212212
222	211
2221212	2111212
1121212	1121212
1212121212121 2	1222121212121 2
121212121	122212121
121	122

Рисунок 5 - Результаты моделирования работы исходного автомата

Input	Result
1212121121	1222121112
11111	11121
1231	12
11212121	11212121
21212221	22212212
222	211
2221212	2111212
1121212	1121212
12121212121212	12221212121212
121212121	122212121
121	122

Рисунок 6 - Результаты моделирования работы минимизированного автомата

Вывод

В результате выполнения работы произведена минимизация заданного автомата модели Мили. Число состояний автомата сократилось с 8 до 5. Проверка эквивалентности исходного и минимизированного автоматов произведена в среде JFLAP.