Fundamentos Físicos y Tecnológicos

Tema 1. Electromagnetismo. Parte I. Campo Eléctrico

Isabel M. Tienda Luna

Departamento de Electrónica y Tecnología de Computadores
Universidad de Granada

isabelt@ugr.es

Doble Gracdo en Informática y ADE - Doble Grado en Informática y Matemáticas

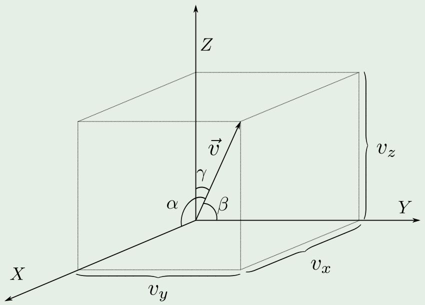
Curso 2019-2020

Magnitudes escalares y vectoriales

- Denominamos **magnitudes escalares** a aquellas que quedan completamente identificadas dando su valor, que siempre es un número real acompañado de una unidad. Ejemplos: masa, temperatura, densidad, tiempo, intensidad, voltaje, ...
- Denominamos **magnitudes vectoriales** a aquellas que quedan completamente identificadas dando su módulo, dirección y sentido. Por ejemplo velocidad, aceleración, fuerza, el campo eléctrico, el campo magnético.... El módulo de una magnitud vectorial siempre es un número real positivo.
- Las magnitudes vectoriales se representan a través de **vectores**.

Vectores

Representación de un vector

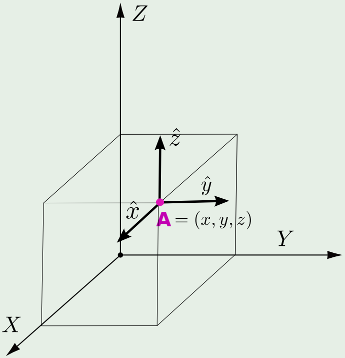


Características de un vector

- Módulo: $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$
- Dirección. Vectores unitarios
- Sentido
- Punto de aplicación u origen

Sistemas de coordenadas

Cartesianas

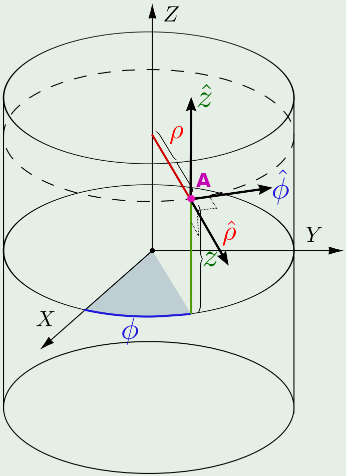


Cartesianas

- Los vectores unitarios son: $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ y $\hat{k}$ o $\hat{x}$, $\hat{y}$ y $\hat{z}$
- La expresión del vector de posición del punto A es: $x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$
- Pero existen otros **sistemas de coordenadas** donde el vector de posición de A podría escribirse como:
    - $\rho\hat{\rho} + \phi\hat{\phi} + z\hat{z}$
    - $r\hat{r} + \phi\hat{\phi} + \theta\hat{\theta}$

Sistemas de coordenadas

Cilíndricas



Cilíndricas a Cartesianas

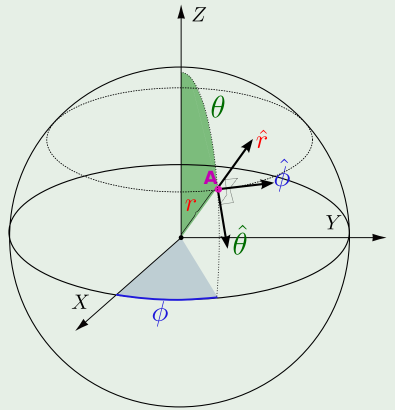
$$
\begin{aligned}
x &= \rho\cos\phi \\
y &= \rho\sin\phi \\
z &= z
\end{aligned}
$$

Cartesianas a Cilíndricas

$$
\begin{aligned}
\rho &= \sqrt{x^2+y^2} \\
\phi &= \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \\
z &= z
\end{aligned}
$$

Sistemas de coordenadas

Esféricas



Esféricas a Cartesianas

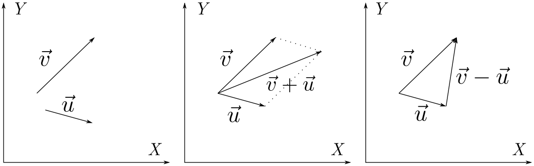
$$x = r \sin\theta \cos\phi$$
$$y = r \sin\theta \sin\phi$$
$$z = r \cos\theta$$

Cartesianas a Esféricas

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$
$$\theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{y^2 + x^2}}{z}\right)$$
$$\phi = \arctan(y/x)$$

Operaciones con vectores

- **Suma, resta y producto de un escalar por un vector**: se hacen componente a componente.



(a) (b) (c)

Ejemplos: Si $\vec{v} = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$ y $\vec{u} = 7\hat{\imath} + \hat{k}$, entonces

- $\vec{v} + \vec{u} = 10\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$
- $\vec{v} - \vec{u} = -4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k}$
- $3\vec{v} = 9\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$

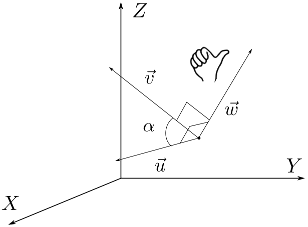
Operaciones con vectores

- **Producto de un escalar por un vector**: se multiplica cada componente por el escalar
  Ejemplo: Si $\vec{v} = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$ y $\vec{u} = 7\hat{\imath} + \hat{k}$, entonces $3\vec{v} = 9\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$

- **Producto escalar**: se representa por un punto, es una magnitud escalar y se puede calcular de dos formas diferentes que son equivalentes. $\vec{v} \cdot \vec{u} = v_x\ u_x + v_y\ u_y + v_z\ u_z = |\vec{v}|\ |\vec{u}|\ \cos(\widehat{\vec{v}\vec{u}})$
  Ejemplo: $\vec{v} \cdot \vec{u} = 3 \cdot 7 + 2 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 21$

Operaciones con vectores

- **Producto vectorial**: se representa por $\wedge$ o por $\times$, es un vector así que hay que calcular su módulo, dirección y sentido. El módulo es $|\vec{v} \wedge \vec{u}| = |\vec{v}|\,|\vec{u}|\,\sin(\widehat{\vec{v}\vec{u}})$, para calcular su dirección y sentido hay que usar la regla de la mano derecha o resolver un determinante.



Ejemplo:

$$\vec{v}\wedge\vec{u} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & 2 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (2\cdot 1)\hat{\imath}+(0\cdot 7)\hat{\jmath}+(3\cdot 0)\hat{k}-(0\cdot 0)\hat{\imath}-(3\cdot 1)\hat{\jmath}-(7\cdot 2)\hat{k}$$

Funciones vectoriales

- Definición de **función vectorial**

$$\begin{array}{rccl} \vec{F}: & \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & (x,y,z) & \longmapsto & \vec{F}(x,y,z) = F_x(x,y,z)\hat{x} + F_y(x,y,z)\hat{y} + F_z(x,y,z)\hat{z} \end{array}$$

Ejemplos:

- $\vec{F}(x,y,z) = xy\hat{x} + z\hat{y} + 7\hat{z}$
- Si $P_1 = (2,4,5)$ la función evaluada en el punto se calcula como $\vec{F}(x,y,z)|_{P_1} = 8\hat{x} + 5\hat{y} + 7\hat{z}$
- $\vec{F}(x,y,z) = \cos z\hat{x} + \sin z\hat{y} + z\hat{z}$ Sólo depende de una variable

Funciones vectoriales

- **Derivada** de una función vectorial
  - Si sólo depende de una variable:

$$\frac{d\vec{F}(t)}{dt} = \frac{dF_x(t)}{dt}\hat{x} + \frac{dF_y(t)}{dt}\hat{y} + \frac{dF_z(t)}{dt}\hat{z}$$

  - Si depende de varias variables:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\vec{F}(x,y,z)}{\partial x} &= \frac{\partial F_x(x,y,z)}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial F_y(x,y,z)}{\partial x}\hat{y} + \frac{\partial F_z(x,y,z)}{\partial x}\hat{z} \\
\frac{\partial\vec{F}(x,y,z)}{\partial y} &= \frac{\partial F_x(x,y,z)}{\partial y}\hat{x} + \frac{\partial F_y(x,y,z)}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial F_z(x,y,z)}{\partial y}\hat{z} \\
\frac{\partial\vec{F}(x,y,z)}{\partial z} &= \frac{\partial F_x(x,y,z)}{\partial z}\hat{x} + \frac{\partial F_y(x,y,z)}{\partial z}\hat{y} + \frac{\partial F_z(x,y,z)}{\partial z}\hat{z}
\end{aligned}$$

Funciones vectoriales

- **Integral** de una función vectorial
  - Si sólo depende de una variable:

$$\int \vec{F}(t)dt = \left(\int F_x(t)dt \right) \hat{x} + \left(\int F_y(t)dt \right) \hat{y} + \left(\int F_z(t)dt \right) \hat{z}$$

  - Si depende de varias variables:

$$\begin{aligned} \iiint \vec{F}(x,y,z)dxdydz &= \iiint F_x(x,y,z)dxdydz\ \hat{x} \\ &+ \iiint F_y(x,y,z)dxdydz\ \hat{y} + \iiint F_z(x,y,z)dxdydz\ \hat{z} \end{aligned}$$

- Otros sistemas de coordenadas

Teoría de Campos

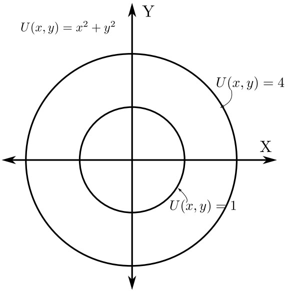
En la naturaleza, existen muchos cuerpos que interactúan entre sí sin estar en contacto. Por ejemplo la interacción que existe entre un imán y un clavo situado a cierta distancia. Estas interacciones se explican mediante el concepto de **campo**.

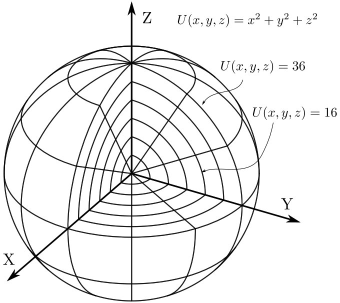
Vamos a estudiar dos tipos de campos:

- Campos escalares
- Campos vectoriales

Campos escalares

- Se dice que existe un **campo escalar** cuando una magnitud escalar tiene un valor determinado en cada punto del espacio.La magnitud escalar será entonces una función de la posición. Si llamamos a esa magnitud U, entonces $U = f(x, y, z)$.
- **Superficies/líneas de nivel** o **equiescalares**: unen puntos con igual valor de U (superficies equipotenciales, isotermas, isobaras, etc..)

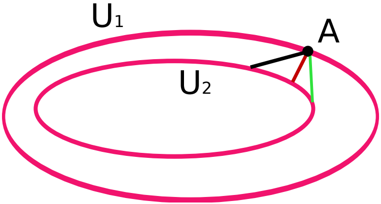




Campos escalares

- Variaciones del campo escalar entre superficies equiescalares: gradiente.

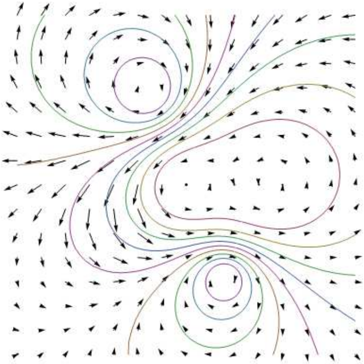
$$\vec{\nabla}U = \nabla U = \frac{\partial U}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k} \qquad (1)$$



- Ejemplo: Si $U(x,y) = x^2 + y^2$, $\frac{\partial U}{\partial x} = 2x + 0$, $\frac{\partial U}{\partial y} = 0 + 2y$, $\frac{\partial U}{\partial z} = 0 + 0$, por tanto, $\vec{\nabla}U = 2x\hat{i} + 2y\hat{j}$.

Campos vectoriales

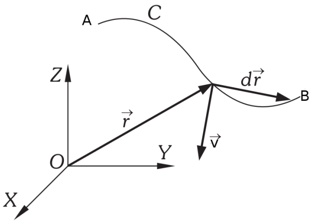
- Se dice que existe un **campo vectorial** cuando en cada punto del espacio está definido un vector. Si llamamos a esa magnitud $\vec{v}$, entonces $\vec{v} = \vec{f}(x, y, z)$.



Campos vectoriales

- **Línea de campo** en un punto es la tangente al vector campo en dicho punto.
- Campo uniforme.
- Campo central.
- Propiedades de las líneas de campo:
  1. Su sentido de recorrido coincide con el del vector campo.
  2. Dos líneas de campo no pueden cortarse nunca.
  3. Las líneas de campo pueden ser cerradas o abiertas.
  4. Si el campo es uniforme, las líneas de campo son rectas paralelas.

Circulación de un vector. Campos Conservativos



- Circulación de un vector $\vec{v}$ a través de la curva C que une A y B.

$$\text{Circulación} = \int_A^B \vec{v} \cdot d\vec{r} \tag{2}$$

- La circulación de un vector es una magnitud escalar.
- Campo conservativo:

$$\text{Circulación} = \oint \vec{v} \cdot d\vec{r} = 0 \tag{3}$$

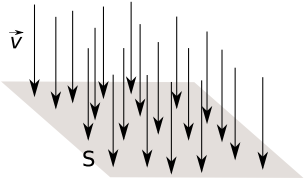
Campos conservativos. Potencial

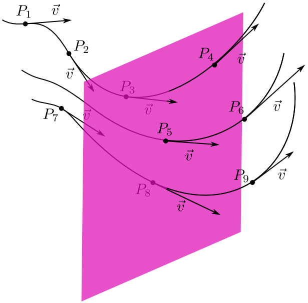
- **Potencial**: A cada punto de un *campo vectorial conservativo* se le puede asignar un escalar llamado potencial (V), de manera que la circulación entre dos puntos del campo nos da la diferencia de potencial entre dichos puntos:

$$\text{Circulación} = \int_A^B \vec{v} \cdot d\vec{r} = V_B - V_A = -(V_A - V_B) \tag{4}$$

- Líneas/Superficies equipotenciales. Propiedades.

Flujo a través de una superficie



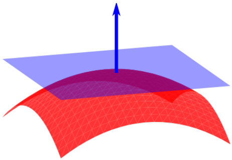


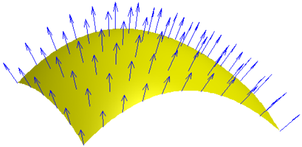
- El **Flujo** (ϕ) del campo vectorial ($\vec{v}$) a través de una superficie (S) es el número de líneas de campo que la atraviesan.
- Cálculo del Flujo (ϕ) del vector $\vec{v}$ a través de la superficie S:

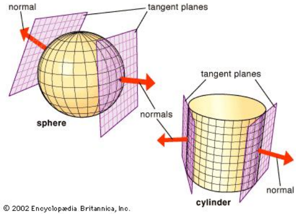
$$\text{Flujo} = \phi = \int_S \vec{v} \cdot d\vec{S} (Weber) \tag{5}$$

Flujo a través de una superficie

- Vector de superficie de una superficie. Ejemplos: esfera, cubo, cilindro.







- Producto escalar: $\phi = \int_S \vec{v} \cdot d\vec{S} = \int_S |\vec{v}|\, |d\vec{S}| \cos(\widehat{\vec{v} d\vec{S}})$.
- Si $\vec{v}$ es el mismo para cualquier punto de la superficie y $\vec{v}$ y $\vec{S}$ son paralelos: $\phi = |\vec{v}||\vec{S}|$.

Propiedades

Se dice que existe un **campo eléctrico** en un región del espacio si una carga eléctrica colocada en un punto de esa región experimenta una fuerza eléctrica.

$$|\vec{F}| \propto q \tag{6}$$

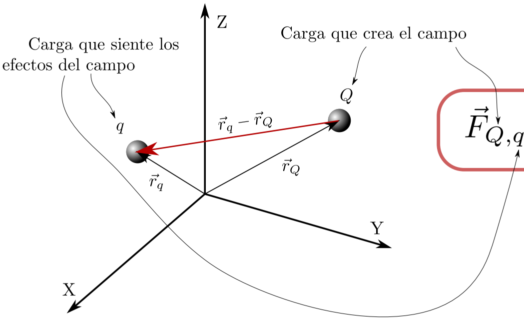
Características del campo eléctrico:

- Está creado por cargas.
- Es un campo vectorial: cada punto del campo posee un valor de $\vec{E}$ (Intensidad de campo).
- Es central, eso es, está dirigido hacia el punto donde se encuentra la carga que lo crea.
- Es conservativo.
- La fuerza que lo define es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (Ley de Coulomb).

Ley de Coulomb: cargas puntuales

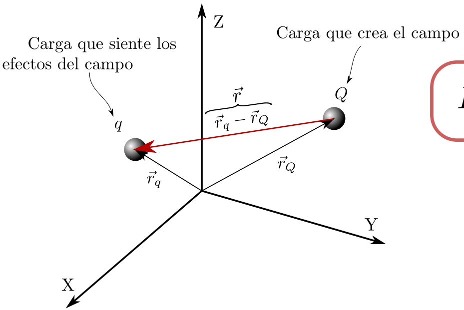
Ley de Coulomb (1785)

La fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas puntales es directamente proporcional al producto de las dos cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.



$$\boxed{\vec{F}_{Q,q} = K \frac{Qq}{|\vec{r}_q - \vec{r}_Q|^2} \frac{\vec{r}_q - \vec{r}_Q}{|\vec{r}_q - \vec{r}_Q|} \quad (N)}$$

Ley de Coulomb: cargas puntuales



$$\boxed{\vec{F}_{Q,q} = K\frac{Qq}{|\vec{r}_q - \vec{r}_Q|^2}\frac{\vec{r}_q - \vec{r}_Q}{|\vec{r}_q - \vec{r}_Q|} \quad (N)}$$

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_q - \vec{r}_Q \\ \hat{e}_r = \hat{r} = \frac{\vec{r}_q - \vec{r}_Q}{|\vec{r}_q - \vec{r}_Q|} \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{F} = K\frac{Qq}{|\vec{r}|^2}\hat{e}_r \quad (N)}$$

- Limitaciones de ecuación anterior: sólo es aplicable a cargas puntuales.
- Unidad de carga eléctrica en el S.I.: *El culombio* (C).
- Carga del electrón: q=e=$1{,}6 \times 10^{-19}$C. ¿Cuántos e$^-$ necesito para tener 1C de carga?
- $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9\,10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}$.
- Ejemplo de aplicación.

Intensidad de campo Eléctrico: cargas puntuales

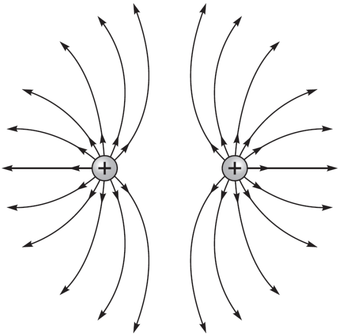
- La **intensidad de campo** es la fuerza referida a la unidad característica de dicho campo colocada en ese punto.
- En el campo eléctrico, la intensidad de campo en un punto es la fuerza que ejerce el campo sobre una unidad de carga positiva colocada en dicho punto.
- Se representa por $\vec{E}$.
- Intensidad de campo eléctrico creado por una carga Q en un punto que está a una distancia r:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = K\frac{Qq}{qr^2}\hat{e}_r = K\frac{Q}{r^2}\hat{e}_r(N/C) \tag{7}$$

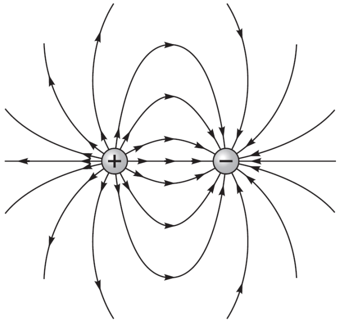
Líneas de Campo

- Cargas positivas: Fuentes
- Cargas negativas: Sumideros

Ejemplo 1



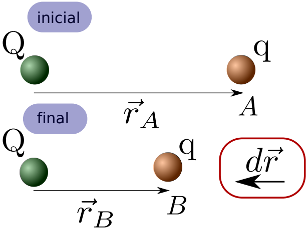
Ejemplo 2



Trabajo en el Campo Eléctrico

Supongamos que tenemos dos cargas, Q y q, y que queremos desplazar q con respecto Q (llevamos q de A hasta B). Eso requerirá un esfuerzo, la realización de un trabajo:

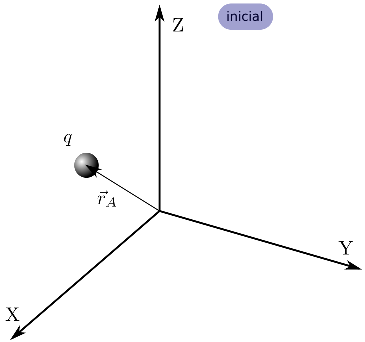
$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}_{Q,q} \cdot d\vec{r}\,(Julios) \tag{8}$$



Trabajo en el Campo Eléctrico

Supongamos ahora un caso más general: una carga q que desplazamos desde A hasta B en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r})$. De nuevo, eso requerirá un esfuerzo, la realización de un trabajo:

$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = q\int_A^B \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{r}\,(Julios) \tag{9}$$



Variación de la energía potencial eléctrica

- El trabajo $W_{A \to B}$ se hace a costa de la energía potencial del sistema carga-campo.
- Como el Campo Eléctrico es conservativo, el trabajo sólo depende de los puntos inicial y final, no de la trayectoria seguida por la carga q

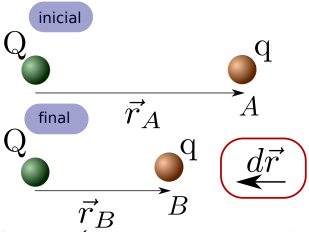
Se define la **variación de la energía potencial** entre dos puntos A y B, ΔE_p, como:

$$\Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} = -W_{A \to B} = -q \int_A^B \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Para campos creados por cargas puntuales:

$$\Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} = KQq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) (Julios) \tag{10}$$

Variación de la energía potencial eléctrica



$$\begin{aligned}\Delta E_p &= E_{pB} - E_{pA} = KQq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) \\ &= -W_{A\to B}\end{aligned}$$

Signos (para el ejemplo de la figura)

- ΔE_p es positivo si Q y q tienen mismo signo $\Rightarrow W_{A\to B}$ es negativo porque el trabajo se realiza en contra del campo, lo tiene que realizar una fuerza externa.
- ΔE_p es negativo si Q y q tienen distinto signo $\Rightarrow W_{A\to B}$ es positivo porque el trabajo lo realiza el campo.

Energía potencial eléctrica

Sólo tiene sentido hablar de diferencias de energía potencial. Si se quiere hablar en términos absolutos es necesario marcar una referencia. En nuestro caso la referencia será una distancia muy lejana donde la interacción y por tanto el potencial se suponen nulos.

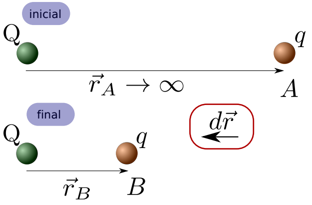
La **energía potencial eléctrica** en un punto B es **menos** el trabajo realizado por el campo eléctrostático $\vec{E}$ al trasladar una carga q desde el infinito (r_A), donde se supone que la fuerza electrostática $(-q\vec{E}(\vec{r}))$ es nula, hasta dicho punto (r_B).

$$\begin{aligned} E_p &= -W_{\infty \to B} = -\int_{\infty}^{B} q\vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \\ &= -\int_{\infty}^{B} \vec{F}_{campo}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \end{aligned} \tag{11}$$

Energía potencial eléctrica

Imaginemos el caso más sencillo con cargas puntuales: un campo eléctrico creado por una carga Q cuyos efectos siente una carga q:

La **energía potencial eléctrica** en un punto B es **menos** el trabajo realizado por el campo electrostático (en este caso $\vec{E}_{externa} = -K\frac{Q}{r^2}\hat{e}_r$) para trasladar la carga q desde el infinito (r_A), donde se supone que la fuerza ejercida por Q es nula, hasta dicho punto (r_B).



Para cargas puntuales:

$$E_p = K\frac{Qq}{r_B}(Julios) \qquad (12)$$

Diferencia de potencial Eléctrico

La **diferencia de potencial** entre dos puntos de una región del espacio donde existe un campo electrostático $\vec{E}(\vec{r})$ se define como menos el trabajo realizado para trasladar la unidad de carga positiva desde un punto al otro.

- De forma general:

$$V_B - V_A = -\int_A^B 1C\, \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}\, (V) \tag{13}$$

- Para cargas puntuales:

$$V_B - V_A = KQ\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)(V) \tag{14}$$

Definición de potencial Eléctrico

El **potencial eléctrico** en un punto es **menos** el trabajo realizado por el campo electrostático $\vec{E}$ para trasladar la unidad de carga positiva sometida a la acción dicho campo desde el infinito (r_A), donde suponemos que el campo es nulo, hasta dicho punto (r_B).

- Para cargas puntuales:

$$V_B = K\frac{Q}{r_B}(Voltio = \frac{Julios}{Culombio}) \tag{15}$$

Potencial e intensidad de campo

- Cálculo del potencial a partir del campo

$$V_B - V_A = \frac{-W_{AB}}{q} = -\frac{1}{q}\int_A^B \vec{F}(\vec{r})\cdot d\vec{r} = -\frac{1}{q}\int_A^B q\vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{r} = -\int_A^B \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{r} \tag{16}$$

Si consideramos $r_A \to \infty$ y situamos la referencia de potencial en el infinito, entonces

$$V_B = -\int_\infty^B \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{r} \to V_B = \int_B^\infty \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{r} \tag{17}$$

- Cálculo del campo a partir del potencial

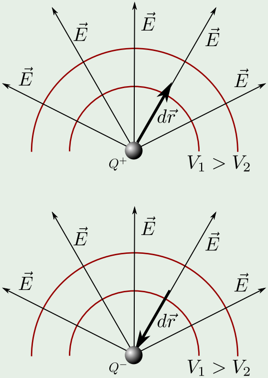
$$-\vec{E}(\vec{r}) = \nabla V = \frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k} \tag{18}$$

Potencial e intensidad de campo

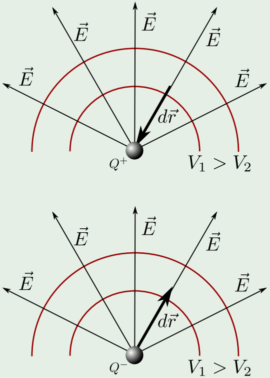
El sentido del campo es el de los potenciales decrecientes.

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla V$$

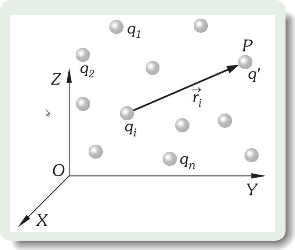
Trabajo realizado por el campo



Trabajo contra el campo



¿Qué ocurre cuando tengo más de una carga?



Cuando queremos calcular el campo o el potencial eléctricos creados por una serie de cargas puntuales usamos el **principio de superposición**.

Para el campo eléctrico ha de hacerse una suma de **vectores**:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = K \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{e}_{r_i} \tag{19}$$

Para el potencial la suma es de **escalares**:

$$V_T = V_1 + V_2 + \cdots + V_n = K \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i} \tag{20}$$

Distribuciones contínuas de carga

- Distribución volumétrica

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{dQ}{dV} \left(\frac{C}{m^3} \right) \Rightarrow Q = \int_V \rho dV \tag{21}$$

- Distribución superficial

$$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S} = \frac{dQ}{dS} \left(\frac{C}{m^2} \right) \Rightarrow Q = \int_S \sigma dS \tag{22}$$

- Distribución lineal

$$\lambda = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{dQ}{dL} \left(\frac{C}{m} \right) \Rightarrow Q = \int_L \lambda dL \tag{23}$$

Principio de Superposición Generalizado

Si tenemos un sistema de cargas puntuales, una distribución volumétrica de carga definida por una $\rho(r)$, una distribución superficial definida por $\sigma(r)$ y una distribución lineal de cargas definida por $\lambda(r)$, el campo total es:

$$\vec{E}_T = K\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i^2}\vec{e}_{r_i} + \int_V \frac{\rho(r)dV}{r^2}\vec{e}_r + \int_S \frac{\sigma(r)dS}{r^2}\vec{e}_r + \int_L \frac{\lambda(r)dL}{r^2}\vec{e}_r\right] \tag{24}$$

¿Hay otra alternativa para calcular el campo?

Teorema de Gauss

El flujo total de un campo eléctrico ($\vec{E}$) a través de una superficie cerrada (S) es igual al cociente entre la suma algebraica de las cargas contenidas en el volumen limitado por ella y la permitividad del vacio (ϵ_0).

$$\phi = \oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{\sum Q_{\text{dentro}}}{\epsilon_0} \tag{25}$$

Ejemplos de aplicación

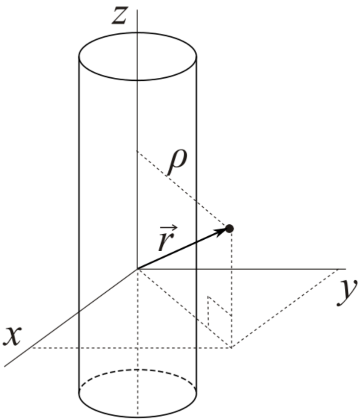
- Campo y potencial creados por una carga puntual.
- Campo y potencial creados por un plano uniformemente cargado.
- Campo y potencial creados por un hilo infinito uniformemente cargado.
- Campo y potencial creados por una esfera uniformemente cargada en su interior y en el exterior.

Aplicación del Teorema de Gauss: pasos

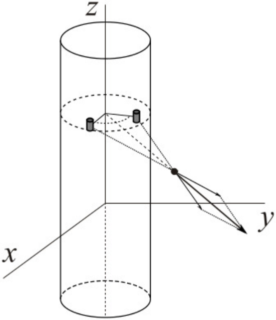
Para aplicar el Teorema de Gauss a un problema seguiremos los siguientes pasos:

1. Estimamos la dirección y sentido del vector intensidad de campo eléctrico.
2. Elegimos una superficie de integración que pase por el punto donde queremos calcular el campo y que simplifique $\oint \vec{E}.d\vec{S}$.
3. Calculamos el flujo según su definición $\phi = \oint \vec{E}.d\vec{S}$.
4. Para la superficie de integración elegida calculamos $\frac{\sum Q_{\text{dentro}}}{\epsilon_0}$.
5. Calculamos el valor del campo eléctrico aplicando el Teorema de Gauss.

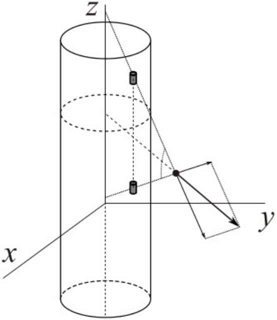
Aplicación del Teorema de Gauss: geometría cilíndrica



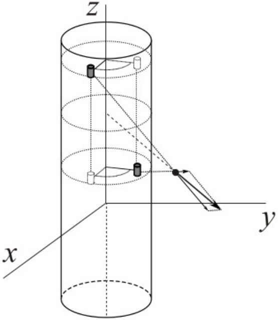
Aplicación del Teorema de Gauss: geometría cilíndrica



(a) *Dos trozos en el mismo plano que el punto y perpendicular al eje del cilindro*

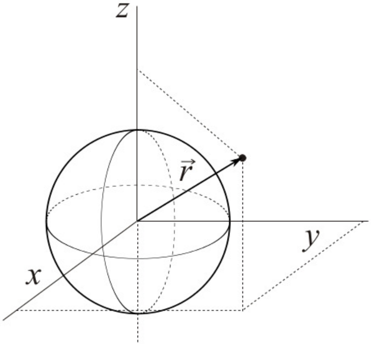


(b) *Dos trozos en el mismo plano que el punto y el eje*

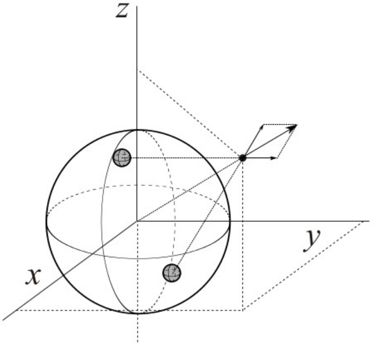


(c) *Dos trozos simétricos cualesquiera*

Aplicación del Teorema de Gauss: geometría esférica

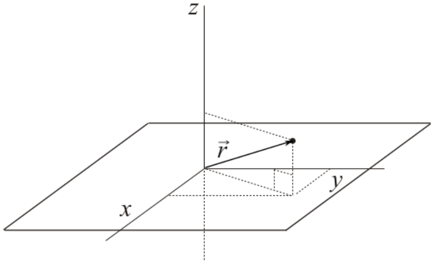


(a) *Esquema general de una sistema con simetría esférica*

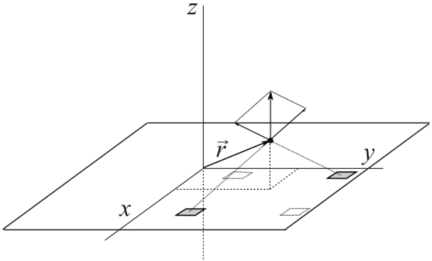


(b) *Esquema de la dirección de la contribución de dos trozos simétricos respecto al punto*

Aplicación del Teorema de Gauss: geometría planar



(a) *Esquema general de un sistema con simetría plana*

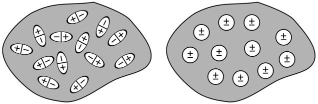


(b) *Esquema de la dirección de la contribución de dos trozos simétricos respecto al punto*

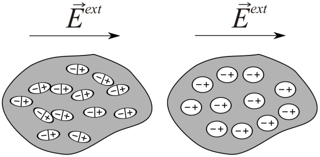
Materiales conductores y dieléctricos

- Dieléctricos
- Conductores
- Semiconductores

¿Cómo se comporta un dieléctico en un campo eléctrico?



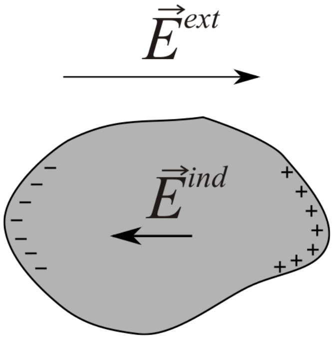
(a) *Esquema de dieléctricos polares y apolares en ausencia de campo*



(b) *Esquema de dieléctricos polares y apolares en presencia de campo*

Materiales conductores y dieléctricos

¿Cómo se comporta un diléctico en un campo eléctrico?



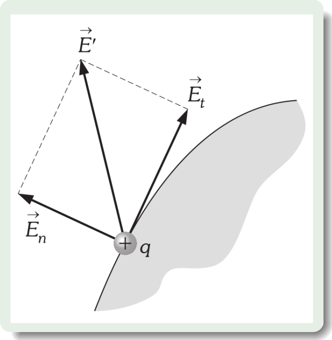
$$\vec{E}^{tot} = \vec{E}^{ext} + \vec{E}^{ind} \tag{26}$$

$$\vec{E}^{tot} = \vec{E}^{ext} - \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right)\vec{E}^{ext} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon}\vec{E}^{ext} \tag{27}$$

Materiales conductores y dieléctricos

- Dieléctricos
- Conductores
- Semiconductores

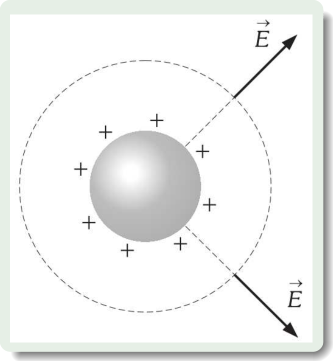
¿Cómo se comporta un conductor cargado en equilibrio?



- La carga se distribuye en la superficie
- $\vec{E}$ es perpendicular a la superficie
- $\vec{E}$ es cero en el interior
- El potencial es constante

Ejemplo:esfera conductora cargada en equilibrio

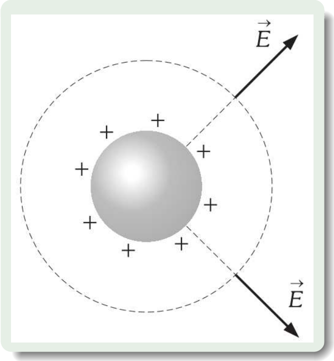
Aplicamos el Teorema de Gauss



- $\phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \oint_S EdS = E \oint_S dS = E4\pi r^2$
- Teorema de Gauss: $\phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$
- $E4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$
- $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = K\frac{Q}{r^2}$

Ejemplo:esfera conductora cargada en equilibrio

Usamos la relación entre el potencial y el campo



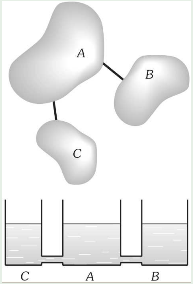
- $V = \int_r^\infty \vec{E}.d\vec{r} = \int_r^\infty E dr$
- Aplicamos el resultado anterior:
  $V = \int_r^\infty K \frac{Q}{r^2} dr$
- $V = K \frac{Q}{r}$

Capacidad

Definición

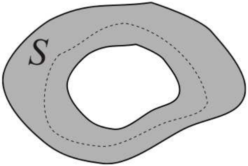
La **capacidad** de un conductor es el cociente entre la carga que almacena y el potencial al que se encuentra.

$$C = \frac{Q}{V} \left(\frac{C}{V} = Faradio \right) \quad (28)$$

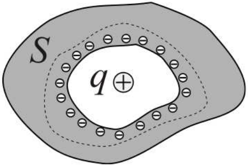


- Símil hidrostático
- Al poner en contacto: $V_A = V_B = V_C$
- Pero $Q_A \neq Q_B \neq Q_C$ porque $C_A \neq C_B \neq C_C$
- Ejemplo: Capacidad de un esfera conductora

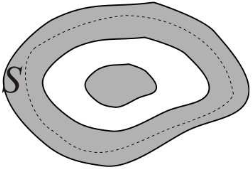
Fenómenos de apantallamiento.



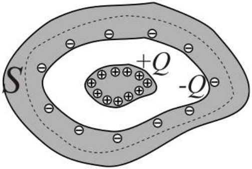
(a) *Superficie de integración dentro de un conductor con hueco*



(b) *Distribución de carga en el seno de un conductor hueco*



(a) *Superficie de integración en el seno de un conductor apantallando otro*



(b) *Dos conductores apantallados, el interior con una carga positiva*

Condensadores

Los **condensadores** son sistemas de dos conductores, separados por un dieléctrico, en los que se verifica un aumento de capacidad por fenómenos de influencia total. Ello permite que los conductores almacenen una gran carga, para pequeñas diferencias de potencial.

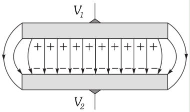
- Un condensador consta de dos armaduras metálicas: **colectora** y **condensadora**; la primera con carga positiva y un mayor potencial que la segunda, en la que existe, en su superficie influida, una carga igual pero de signo contrario.
- La capacidad de un condensador se calcula:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

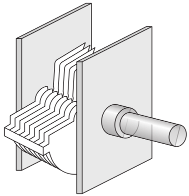
- La capacidad de un condensador depende del propio cuerpo, del medio y del resto de cuerpos que lo rodean.

Condensadores

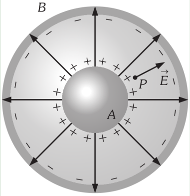
Condensador Plano



Condensador variable



Condensador esférico

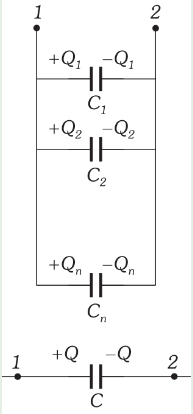


$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \tag{29}$$

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}} \tag{30}$$

Condensadores

Asociación paralelo



- Se realiza con la unión de todas las armaduras colectoras y condensadoras entre sí
- La capacidad del sistema es igual a la suma de las capacidades asociadas

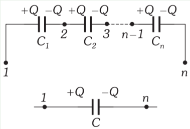
$$C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n \qquad (31)$$

- Para obtener la relación anterior se tiene cuenta que

$$Q = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_n \qquad (32)$$

Condensadores

Asociación serie



- Se realiza uniendo las armaduras de cada condensador con la condensadora y colectora del anterior y del siguiente, quedando las dos terminales, funcionando como armaduras del conjunto
- La inversa de la capacidad del sistema es la suma de las inversas de las capacidades asociadas

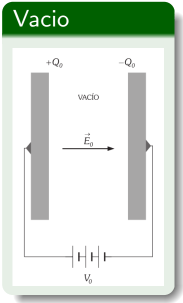
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n} \qquad (33)$$

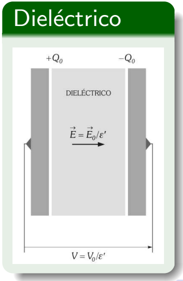
Condensadores

- Energía almacenada en un condensador:

$$U = \frac{1}{2}C(V_1 - V_2)^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}Q(V_1 - V_2)^2 \tag{34}$$

- Definición de la constante dieléctrica de un medio a partir de la capacidad. Experiencias de Faraday.





Bibliografía

Algunos libros útiles para estudiar los contenidos de este tema son:

- Física General (Burbano). Capítulos II, XVIII y XIX.
- Fundamentos Físicos y Tecnológicos de la Informática (Gómez). Capítulo 2.
- Física para Ciencias e Ingenierías Vol II (Serway). Parte I.
- Física (Sears). Temas 21, 22, 23 y 24.
- Apuntes prof. David Blanco. Tema 4.

Nota: Todos estos libros cuentan con ejemplos de aplicación resueltos útiles para adquirir los distintos conceptos tratados en este tema.