

# Relación 2

---

Forma reducida  $\rightarrow$  suma de implicantes primos

Forma simplificada  $\rightarrow$  simplificar forma reducida

Se puede simplificar si hay 1 cubierto por más de un implicante.


Los implicantes que cubren al 1 que no está cubierto por el resto son necesarios

---

---

---

---



**Ejercicio 2.11.** Sean  $f_i : \mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}$  las funciones booleanas de tres variables con  $i = 63, 82, 103, 104, 116, 126, 143, 172, 188, 217$  y  $231$ .

Halla:

- sus formas canónicas disyuntivas y conjuntivas.
- sus implicantes primos mediante Quine, consensos, FCC y Karnaugh.
- sus formas canónicas disyuntivas reducidas.
- sus formas no simplificables mediante Karnaugh y Petrick.

$$i = 63 \rightarrow 0011 \ 1111$$

$$\left. \begin{aligned} f_{63}(x,y,z) &= m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 = \\ &= x^* y z^* + x^* y z + x y^* z^* + x y^* z + x y z^* + x y z \\ f_{63}(x,y,z) &= M_0 M_1 = (x + y + z)(x + y + z^*) \end{aligned} \right\}$$

2

Quine

X	$x^* y z^*$	X	$x^* y$		Y
X	$x y^* z^*$	X	$y z^*$		X
X	$x^* y z$	X	$x y^*$		
X	$x y^* z$	X	$x z^*$		
X	$x y z^*$	X	$y z$		
X	$x y z$	X	$x z$		
X	$x y z$	X	$x y$		

Implicantes primos

consensor

$$\begin{aligned} f_{63}(x,y,z) &= x^* y z^* + x^* y z + x y^* z^* + x y^* z + x y z^* + x y z = \\ &= x^* y z^* + x^* y z + x y^* z^* + x y^* z + x y z^* + x y z + x^* y = \\ &= x y^* z^* + x y^* z + x y z^* + x y z + x^* y = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= xy^*z^* + xy^*z + xy^*z^* + xyz + x^*y + xy^* = \\
 &= xy^*z^* + xy^*z + x^*y + xy^* = \\
 &= xy^*z^* + xy^*z + x^*y + xy^* + xy = \\
 &= x^*y + xy^* + xy = \\
 &= x^*y + xy^* + xy + y = \\
 &= y + xy^* = y + xy^* + x = \underline{x+y}
 \end{aligned}$$

FCC

$$\begin{aligned}
 &(x+y+z)(x+y+z^*) = \\
 &= x + xy + xz^* + xy + y + yz^* + xz + yz + z \cdot z^* = \\
 &= x + xy + xz^* + xz + y + yz^* + yz = \\
 &= x + xy + y = \underline{x+y}
 \end{aligned}$$

Karnaugh

		$x$			
		$x/y$			
$z$	0	00	01	11	10
	0	0	1 <sub>2</sub>	1 <sub>6</sub>	1 <sub>4</sub>
$z$	1	1	1 <sub>3</sub>	1 <sub>7</sub>	1 <sub>5</sub>
			$y$		

Implicants primos:  $x, y$

3/

$$f_{63}(x, y, z) = x + y$$

4/ Ya está simplificada (se puede ver con Karnaugh)

	$x^* y z^*$	$x^* y z$	$x y^* z^*$	$x y^* z$	$x y z^*$	$x y z$
$x$			$x$	$x$	$x$	$x$
$y$	$x$	$x$			$x$	$x$

Los dos son esenciales.

$$i = 82 \rightarrow 01010010$$

$$f_{82}(x, y, z) = m_1 + m_3 + m_6 = x^* y^* z + x^* y z + x y z^*$$

$$f_{82}(x, y, z) = M_0 M_2 M_4 M_5 M_7 = (x + y + z)(x + y^* + z)(x^* + y + z) \cdot (x^* + y + z^*)(x^* + y^* + z^*)$$

2

Quine

X	$X^* y^* z$	$X^* z$
X	$X^* y z$	
	$X y z^*$	

Implicantes primos =  $X^* z + X y z^*$

Consensus

$$\begin{aligned}
 f_{82}(x, y, z) &= X^* y^* z + X^* y z + X y z^* = \\
 &= X^* y^* z + X^* y z + X y z^* + X^* z = \\
 &= X y z^* + X^* z
 \end{aligned}$$

FCC

$$\begin{aligned}
 f_{82}(x, y, z) &= (x + y + z)(x + y^* + z)(X^* + y + z)(X^* + y + z^*)(X^* + y^* + z^*) = \\
 &= (x + z)(X^* + y)(X^* + y^* + z^*) = \\
 &= (X y + X^* z + y z)(X^* + y^* + z^*) = \\
 &= X^* z + X y z^* + X^* y^* z + X^* y z = X^* z + X y z^*
 \end{aligned}$$

Karnaugh

		y			
xy		00	01	11	10
z	0	0	0	1	0
	1	1	1	0	0

$$x^*z + xy z^*$$

3/  $x^*z + xy z^*$

4/ ya está simplificada

	$x^*y^*z$	$x^*yz$	$xyz^*$
$x^*z$	x	x	
$xyz^*$			x

Son ambas esenciales, no se puede simplificar

i = 103  $\rightarrow$  0110 0111

1/  $f_{103}(x,y,z) = m_1 + m_2 + m_3 + m_6 + m_7 = x^*y^*z + x^*yz^* + x^*yz + xy z^* + xyz$

$$f_{103}(x,y,z) = M_0 M_3 M_4 = (x+y+z)(x+y^*+z^*)(x^*+y+z)$$

2/ Quine

x	$x^*y^*z$	$y^*z$
x	$x^*yz^*$	$yz^*$
x	$xy^*z$	$xz$
x	$xyz^*$	$xy$
x	$xyz$	

Consenso

$$f_{103}(x, y, z) = x^* y^* z + x^* y z^* + x y^* z + x y z^* + x y z =$$

$$= x^* y^* z + x^* y z^* + x y^* z + x y z^* + x y z + y^* z =$$

$$= x^* y z^* + x y z^* + x y z + y^* z + y z^* =$$

$$= x y z + y^* z + y z^* =$$

$$= x y z + y^* z + y z^* + x z = \wedge$$

FCC

$$f_{103}(x, y, z) = (x + y + z) (x + y^* + z^*) (x^* + y + z) =$$

$$= (x + x y^* + x z^* + y x + y z^* + z x + z y^*) (x^* + y + z) =$$

$$= x^* y z^* + x^* y^* z + x y + x y z^* + y z^* + x y z + x z + x y^* z + x z + y^* z =$$

$$= x y + y z^* + x z + y^* z$$

Karnaugh

xy		x			
		00	01	11	10
z	0	0 <sub>0</sub>	1 <sub>2</sub>	1 <sub>6</sub>	0 <sub>4</sub>
	1	1 <sub>1</sub>	0 <sub>3</sub>	1 <sub>7</sub>	1 <sub>5</sub>

$$xy + yz^* + y^*z$$

Petrick

		m <sub>1</sub>	m <sub>2</sub>	m <sub>5</sub>	m <sub>6</sub>	m <sub>7</sub>
A	xy				x	x
B	xz			x		x
C	y <sup>*</sup> z	x		x		
D	y <sup>*</sup> z <sup>*</sup>		x		x	

C y D son esenciales

$$\begin{aligned} f_{103}(A, B, C, D) &= CD(B+C)(A+B) = \\ &= CD(A+B) = ACD + BCD \end{aligned}$$

Reducidas

- $xy + y^*z + yz^*$
- $xz + y^*z + yz^*$



