Material Complementar

Por : Gustavo Rodrigues

Aula de Exercício -

Multiplicação Matricial

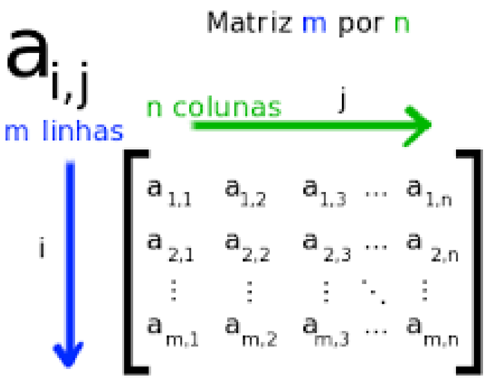
E aí pessoal do **Pindorama** , tudo bem com vocês?

Segue abaixo nosso material complementar da aula de hoje.

Conceito de Matriz:

Uma matriz pode-se definir como uma tabela organizada em linhas e colunas no formato m x n, onde m representa o número de linhas (horizontal) e n o número de colunas (vertical).

Exemplo:



Multiplicação de matrizes

O produto de uma matriz por outra não é determinado por meio do produto dos seus respectivos elementos.

Assim, o produto das matrizes A = $(a_{ij})_{m \times p}$ e B = $(b_{ij})_{p \times n}$ é a matriz C = $(c_{ij})_{m \times n}$, em que cada elemento $\mathbf{c_{ij}}$ é obtido por meio da soma dos produtos dos elementos correspondentes da i-ésima linha de A pelos elementos da j-ésima coluna **B**.

Vamos multiplicar as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ para entender como se obtém cada elemento $\mathbf{c_{ij}}$:

- 1ª linha e 1ª coluna

$$A = \begin{bmatrix} \boxed{1 \quad 2} \\ 3 \quad 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix}-1 \\ 4\end{matrix}} & \begin{matrix}3 \\ 2\end{matrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{c_{11}}{\boxed{1 . (-1) + 2 . 4}} & \\ & \end{bmatrix}$$

- 1ª linha e 2ª coluna

$$A = \begin{bmatrix} \boxed{1 \quad 2} \\ 3 \quad 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \begin{matrix}-1 \\ 4\end{matrix} & \boxed{\begin{matrix}3 \\ 2\end{matrix}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 . (-1) + 2 . 4 & \overset{c_{12}}{\boxed{1 . 3 + 2 . 2}} \\ & \end{bmatrix}$$

- 2ª linha e 1ª coluna

$$A = \begin{bmatrix} 1 \quad 2 \\ \boxed{3 \quad 4} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix}-1 \\ 4\end{matrix}} & \begin{matrix}3 \\ 2\end{matrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 . (-1) + 2 . 4 & 1 . 3 + 2 . 2 \\ \underset{c_{21}}{\boxed{3 . (-1) + 4 . 4}} & \end{bmatrix}$$

- 2ª linha e 2ª coluna

$$A = \begin{bmatrix} 1 \quad 2 \\ \boxed{3 \quad 4} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \begin{matrix}-1 \\ 4\end{matrix} & \boxed{\begin{matrix}3 \\ 2\end{matrix}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 . (-1) + 2 . 4 & 1 . 3 + 2 . 2 \\ 3 . (-1) + 4 . 4 & \underset{c_{22}}{\boxed{3 . 3 + 4 . 2}} \end{bmatrix}$$

Assim, $A.B = \begin{bmatrix} 7 & 7 \\ 13 & 17 \end{bmatrix}$.

Agora observe o que aconteceria se fosse feito o contrário, ou seja, multiplicar B por A:

$$B.A = \begin{bmatrix} \boxed{-1 \quad 3} \\ \boxed{4 \quad 2} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix}1\\3\end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix}2\\4\end{matrix}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{(-1).1+3.3} & \boxed{(-1).2+3.4} \\ \boxed{4.1+2.3} & \boxed{4.2+2.4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$$

Portanto, $A.B \neq B$.A, ou seja, para a multiplicação de matrizes não vale a propriedade comutativa.

Vejamos outro exemplo com as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$:

$$A.B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.1+3(-2) & 2.2+3.0 & 2.3+3.4 \\ 0.1+1(-2) & 0.2+1.0 & 0.3+1.4 \\ -1.1+4(-2) & -1.2+4.0 & -1.3+4.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 18 \\ -2 & 0 & 4 \\ -9 & -2 & 13 \end{bmatrix}$$

$$B.A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2+2.0+3(-1) & 1.3+2.1+3.4 \\ -2.2+0.0+4(-1) & -2.3+0.1+4.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 17 \\ -8 & 10 \end{bmatrix}$$

Da definição, temos que a matriz produto A . B só existe se o número de colunas de **A** for igual ao número de linhas de **B**:

$$A_{m \times p} . B_{p \times n} = (A.B)_{m \times n}$$

A matriz produto terá o número de linhas de **A (m)** e o número de colunas de **B (n)**:

- Se $A_{3 \times 2}$ e $B_{2 \times 5}$, então $(A . B)_{3 \times 5}$
- Se $A_{4 \times 1}$ e $B_{2 \times 3}$, então não existe o produto
- Se $A_{4 \times 2}$ e $B_{2 \times 1}$, então $(A . B)_{4 \times 1}$

Propriedades

Verificadas as condições de existência para a multiplicação de matrizes, valem as seguintes propriedades:

a) associativa: (A . B) . C = A . (B . C)

b) distributiva em relação à adição: A . (B + C) = A . B + A . C ou (A + B) . C = A . C + B . C

c) elemento neutro: A . I_n = I_n . A = A, sendo $\mathbf{I_n}$ a matriz identidade de ordem **n**

Vimos que a propriedade comutativa, geralmente, não vale para a multiplicação de matrizes. Não vale também o anulamento do produto, ou seja: sendo $0_{m \times n}$ uma matriz nula, A .B =$0_{m \times n}$ não implica, necessariamente, que A = $0_{m \times n}$ ou B = $0_{m \times n}$.

Matriz inversa

Dada uma matriz **A**, quadrada, de ordem **n**, se existir uma matriz **A'**, de mesma ordem, tal que A . A' = A' . A = I_n , então **A'** é matriz inversa de **A** . Representamos a matriz inversa por $\mathbf{A^{-1}}$ **.**

+fonte: [Multiplicação de matrizes - Só Matemática (somatematica.com.br)]+

Pronto , agora temos os conceitos necessários para fazermos o nosso exercício.

O restante é apenas Python e mão no código , como o professor Neves diz, DALE ! .

Enunciado do exercício:

EP4 - Matrizes - trabalhando com laços

Desenvolva um programa em Python que receba duas matrizes pelo teclado e retorne a multiplicação dessas duas matrizes.

Não utilize bibliotecas especializadas.

paiva@note ~ $ **python multmat.py**

Número de linhas da matriz A: **3**
Número de colunas da matriz A: **2**

(0,0) : 1
(0,1) : 2
(1,1) : 3
(1,2) : 4
(2,0) : 5
(2,1) : 6

Número de linhas da matriz A: **2**
Número de colunas da matriz A: **2**

(0,0) : 1
(0,1) : 2
(1,0) : 3
(1,1) : 4

O produto de A x B é:

7	10
15	22
23	34

Caso não seja possível realizar a multiplicação o programa deverá reportar o problema e solicitar novamente a entrada das matrizes.

TENTE RESOLVER,SE E SOMENTE SE NÃO CONSEGUIR,QUEREMOS QUE VOCÊ SE ESFORCE.

Solução Alternativa:

```
def multiplica(a_mat,b_mat):
  c_mat = []
  if len(a_mat) == len(b_mat[0]):
    for lin in range(len(a_mat)):
      c_mat.append([])
      for col in range(len(b_mat[0])):
        c_mat[lin].append(0)
        for i in range(len(a_mat[0])):
          c_mat[lin][col] += a_mat[lin][i] * b_mat[i][col]
```

```
  return c_mat

def processo():
  linA = int(input('Informe a quantidade de linhas da matriz A: '))
  colA = int(input('Informe a quantidade de colunas da matriz A: '))
  a_mat = []
  for linhas in range(linA):
    linha = []
    for colunas in range(colA):
      linha.append(int(input('Digite o valor de ['+ str(linhas) + ',' +
str(colunas) + ']: ')))
    a_mat.append(linha)
  linB = int(input('Informe a quantidade de linhas da matriz B: '))
  colB = int(input('Informe a quantidade de colunas da matriz B: '))
  b_mat = []
  for linhas in range(linB):
    linha = []
    for colunas in range(colB):
      linha.append(int(input('Digite o valor de ['+ str(linhas) + ',' +
str(colunas) + ']: ')))
    b_mat.append(linha)
  if(colA==linB):
    r = multiplica(a_mat,b_mat)
    print()
    print("O produto de A x B é: \n")
    for lin in r:
        #for elemento in lista
      l1=lin
      for col in l1:
        print(col, end='\t')
      print("\n")
  else:
    print("Não foi possível multiplicar,por favor escreva novamente\n")
    processo()

processo()
```

ACABAMOS POR AQUI , ATÉ MAIS E SEJAM FELIZES.