

计算机视觉与模式识别第十三章作业

姓名：李云广 学号：2193712575

班级：计算机93 得分：

1. 给定摄像机的内参矩阵是

$$K = \begin{bmatrix} 1200 & & 1760 \\ & 1200 & 1760 \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

给定摄像机的外参矩阵：

$$R = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ & 0 & -1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix}, t = \begin{bmatrix} 5 \\ 5\sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

(1)、计算摄像机的透视投影矩阵P

(2)、如果在摄像机前放置一个边长为 0.25m 的立方体，立方体的中心位于世界坐标系的原点，三个轴分别沿着世界坐标系的 X, Y, Z 方向，请问立方体 8 个顶点的投影是多少；

(3)、绘制立方体和摄像机之间的相对位置关系；

(4)、请问摄像机的中心在世界坐标系中的坐标是多少；

(5)、请问世界坐标系的远点在摄像机坐标系中的坐标是多少；

(6)、请问世界坐标系的 x 轴在摄像机坐标系中的方向是多少；

(7)、请问摄像机坐标系的 y 轴在摄像机坐标系中的方向是多少；

解答：

(1)

$$P = K[R \ t] = \begin{bmatrix} -699\sqrt{3} - 880 & 600 - 880\sqrt{3} & 0 & 6000 \\ -880 & -880\sqrt{3} & -1200 & -6000\sqrt{3} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2)

立方体的八个顶点为：

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right) \\
 & \left(-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right) \\
 & \left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right) \\
 & \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{8}\right) \\
 & \left(-\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right) \\
 & \left(-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{8}\right) \\
 & \left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}\right) \\
 & \left(-\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}\right)
 \end{aligned}$$

对应的分别的投影为：

$$\lambda T = P \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

使用matlab进行简单计算：

```
>> XX = k * Rt * x
```

```
XX =
```

```
列 1 至 7
```

```
-355.4294  124.3782 -124.3782 -355.4294  355.4294  124.3782 -124.3782
-450.5256 -230.5256  -69.4744 -150.5256  150.5256   69.4744  230.5256
  -0.1708   -0.0458   0.0458  -0.1708   0.1708  -0.0458   0.0458
```

```
列 8
```

```
355.4294
450.5256
 0.1708
```

对矩阵的第一行和第二行均除以第三行的值，得到：

```
XX =
1.0e+03 *
    2.0815   -2.7185   -2.7185    2.0815    2.0815   -2.7185   -2.7185    2.0815
    2.6385    5.0385   -1.5185    0.8815    0.8815   -1.5185    5.0385    2.6385
   -0.0002   -0.0000    0.0000   -0.0002    0.0002   -0.0000    0.0000    0.0002
```

这八列即为对应立方体8个顶点的坐标。

(3)

利用外参R和t进行分析:

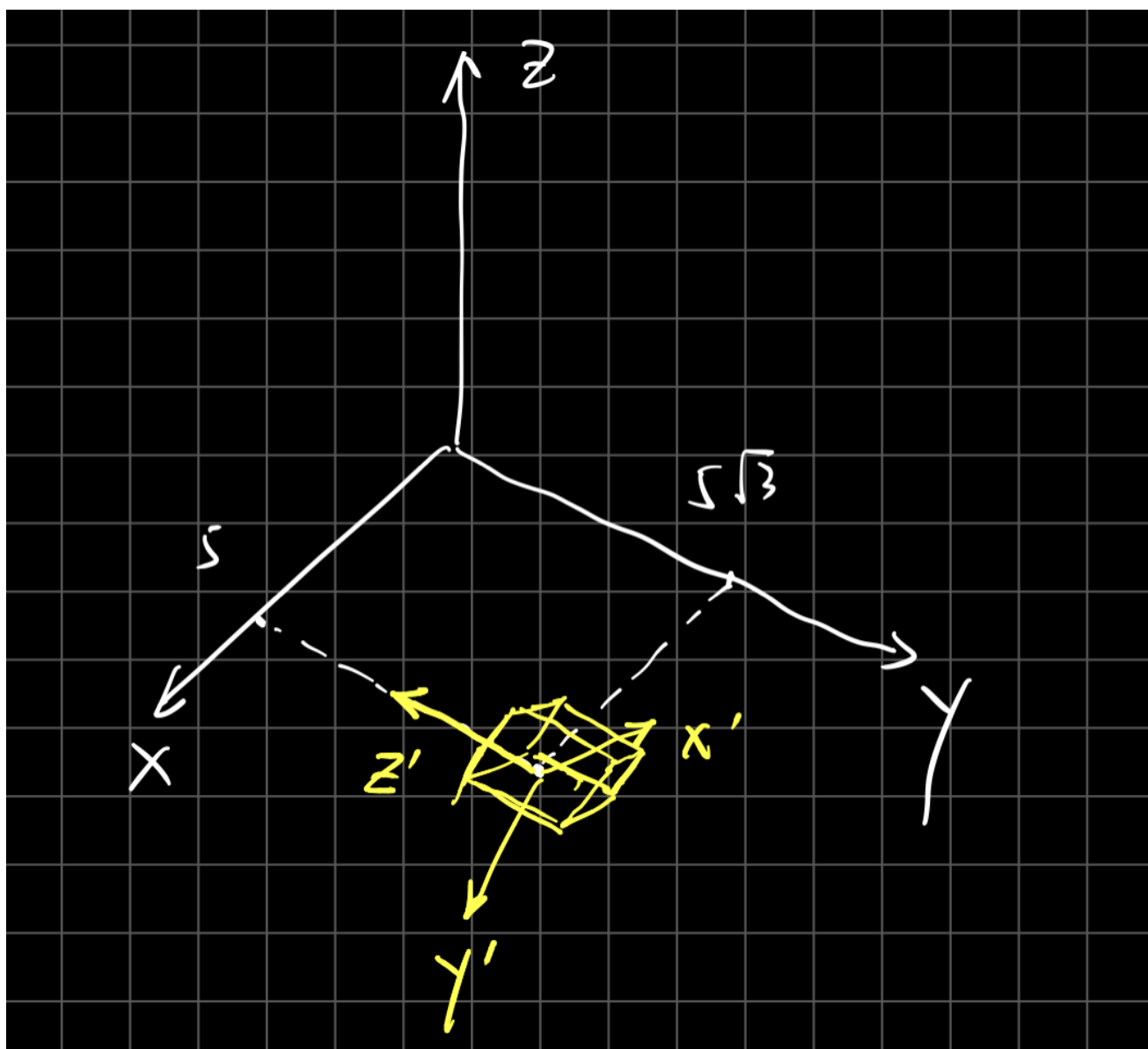
已知R矩阵的每一列都是摄像机坐标系看世界坐标系的x,y,z轴的方向向量。

所以说从摄像机坐标系来看世界坐标系的三个坐标轴的方向为:

$$x' = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}, y' = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}, z' = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

考虑直接将R左乘世界坐标系原点 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 得到摄像机坐标系下的世界坐标系原点坐标, 即t矩阵。

有了摄像机坐标系下的世界坐标系坐标, 画出立方体就轻而易举了:



(4)

求摄像机中心在世界坐标系的坐标：

$$[R \ t] \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + t = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

得到：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R^{-1}t$$

```
>> -inv(R) * t  
  
ans =  
  
    4.3301  
   -2.5000  
    8.6603
```

[4.3301, -2.5000, 8.6603]

(5)

远点，可以使用齐次坐标表示：

$$X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, Y_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, Z_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

直接左乘 $[R \ t]$ 即可：

得到：

$$X_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$
$$Y_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$
$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(6)

即R矩阵的第1列：

$$\begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

(7)

即R矩阵的第2行:

$$[0 \quad 0 \quad -1]$$