计算机视觉与模式识别第十四章作业

姓名：	张骏扬	学号：	2173314309
班级：	计试91	得分：	

1、已知摄像机的内参矩阵如下所示：

$$\mathbf{K}=\begin{bmatrix} f & & p_x \\ & f & p_y \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

请问：

（1）、过光心以及图像上一点u（非齐次）的射线在摄像机坐标系下的坐标是多少？；

（2）、摄像机内参矩阵 $\mathbf{K}$ 的逆是什么？

（3）、假设以标定板子的左上角为坐标原点，标定板的长宽方向分别对应着世界坐标系的 x 和 y 方向，z 方向定义与垂直于 xy 平面的方向，尝试计算标定板平面到摄像机成像平面的单应矩阵，其中摄像机的外参分别为：

$$\mathbf{R}=\begin{bmatrix} -0.4207 & 0.4835 & -0.7676 \\ 0.7320 & -0.3190 & -0.6020 \\ -0.5360 & -0.8152 & -0.2197 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{t}=\begin{bmatrix} -0.4031 \\ 0.6733 \\ 1.5511 \end{bmatrix}$$

（4）、如果我们将旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 的第 1，2，3 列分别记为 $\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,\mathbf{r}_3$，我们要求 $\mathbf{r}_1\cdot\mathbf{r}_2=0$, 并且 $\mathbf{r}_1\cdot\mathbf{r}_1=\mathbf{r}_2\cdot\mathbf{r}_2$ 请问从标定板到摄像机成像平面的透视投影矩阵应该满足什么条件？

（5）、如果利用标定板对摄像机的内部参数进行标定，如果知道摄像机在某个姿态下，标定板到摄像机的单应矩阵为

$$\mathrm{H}=\begin{bmatrix} -55.2766 & 139.7806 & 306.6967 \\ -4.3942 & 103.3933 & 215.5850 \\ -0.1416 & 0.3768 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

同时已知 $p_x=320$，以及 $p_y=240$，请列出方程求解焦距 f 。

解：(1) $P_1=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ ，$P_2=u$，射线为 $P_1+k(P_2-P_1)=ku$，$k\geq 0$

(2) 由高斯消元法得 $K^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{f} & 0 & -\frac{p_x}{f} \\ 0 & \frac{1}{f} & -\frac{p_y}{f} \\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

(3) $H=K\begin{bmatrix} -0.4207 & 0.4835 & -0.4031 \\ 0.7320 & -0.3190 & 0.6733 \\ -0.5360 & -0.8152 & 1.5511 \end{bmatrix}$

(4) 透视投影矩阵 $H = [h_1\ h_2\ h_3] = K[r_1\ r_2\ t]$

有 $r_1 = K^{-1}h_1$，$r_2 = K^{-1}h_2$，$t = K^{-1}h_3$

得 $h_1^T(K^{-1})^T K^{-1} h_2 = 0$，$\|K^{-1}h_1\| = \|K^{-1}h_2\|$

(5) 令 $(K^{-1})^T K^{-1} = \begin{bmatrix} b_1 & & b_2 \\ & b_1 & b_3 \\ b_2 & b_3 & b_4 \end{bmatrix}$

其中 $b_1 = \frac{1}{f^2}$，$b_2 = -320b_1$，$b_3 = -240b_1$，$b_4 = 160000b_1 + 1$

有 $h_1^T(K^{-1})^T K^{-1} h_2 = 0$

$\Rightarrow (h_{11}h_{12} + h_{21}h_{22})b_1 + (h_{11}h_{32} + h_{12}h_{31})b_2$

$+ (h_{21}h_{32} + h_{22}h_{31})b_3 + h_{31}h_{32}b_4 = 0$

$\Rightarrow 192.1561\, b_1 + (-0.05335488) = 0$

$\Rightarrow b_1 = 0.000277642$

$\Rightarrow f = 60.012$

2、对于一个9×8的矩阵A，它的秩是8，证明：

$$Null(A)\text{与}A\text{的}SVD\text{分解的矩阵}V\text{的最后一列等价}$$

证：设A的SVD分解为 $A=U\Sigma V^T$

设 $U=[u_1 \cdots u_9]$，$V=[v_1 \cdots v_8]$，

有 $Ax=\sum_{i=1}^{8}\sigma_i u_i v_i^T x$，其中 σ_i 为第 i 大的奇异值

将 $x=v_8$ 代入得 $Av_8=\sum_{i=1}^{8}\sigma_i u_i(v_i^T v_8)$

由于 V是正交矩阵，$\forall\, i=1,\cdots,7$，$v_i v_8=0$，则 $Av_8=\sigma_8 u_8$

通常有 $\sigma_8 \ll 1$，可将 v_8 视为 $Null(A)$