

Fisica

Vettori e componenti

$$S = (S_x, S_y, S_z)$$

Campi

- Scalare, associa ad ogni punto dello spazio un numero, è invariante per rotazione
 $f(x) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$
- Vettoriale, associa ad ogni punto dello spazio un vettore
 $f(x) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

Prodotto scalare

$$\vec{s} \cdot \vec{v} = |s| \cdot |v| \cos \vartheta$$

Modulo

$$|\vec{v}| = \sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Versore di un vettore

$$\hat{v} = \frac{1}{|\vec{v}|} \vec{v} = \left(\frac{1}{|\vec{v}|} v_x, \frac{1}{|\vec{v}|} v_y, \frac{1}{|\vec{v}|} v_z \right)^T$$

Elettrostatica

1. Esperimento con bacchetta e bilancia di torsione

- Ricontro repulsione tra corpi su cui applicata stessa procedura
- Ricontro attrazione tra corpi diversi su cui applicata stessa procedura

Ho dunque una forza con doppia natura, ma è un fenomeno semplice o complesso? (ho 2 tipi di cariche o venti?)

2. Esperimento con ampolla e con lamette, riscontro sistematicamente una repulsione

Posso individuare un modello, due tipi di cariche, cariche uguali si respingono, cariche opposte si attraggono

3. Esperimento con sfera conduttrice collegata a terra

Se avvicino un conduttore esterno carico riscontro una carica per induzione

Gli oggetti neutri contengono, dunque, i due tipi di carica in eguale quantità

Principi di elettrostatica

- Principio della conservazione della carica
- Principio della quantizzazione della carica

La carica minima è la carica dell'elettrone (e^-), dove $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ Coulomb

Misurazione della forza di Coulomb, tramite la bilancia di torsione

Misuro la forza di attrazione/repulsione

noto che $|\vec{F}| \propto \frac{1}{r^2}, q_1, q_2$

q_1	q_2	Verso
+	+	\rightarrow
+	-	\leftarrow
-	+	\leftarrow
-	-	\rightarrow

$$\vec{F}_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}, \text{ con } \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$$

Campo elettrico

$\vec{F}_{12} = q_0 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \hat{r}$, dove q_0 è una carica di prova, ovvero nonperturba il sistema

$$\vec{F} = q_0 * \vec{E}$$

$$\vec{E} := \frac{\vec{F}}{q_0}$$

\vec{E} è un campo vettoriale. Il passaggio dalla forza al campo elettrico è un'astrazione, il campo elettrico non è misurabile se non per la forza che genera su una carica

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{r}, \text{ per il principio di sovrapposizione si ha } \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \hat{r}_i$$

Densità di carica

$$\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V} \rightarrow \frac{dq}{dV}, \sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S} \rightarrow \frac{dq}{dS}, \lambda = \frac{\Delta q}{\Delta \ell} \rightarrow \frac{dq}{d\ell}.$$

Carica puntiforme di intensità 1

$\delta^D = +\infty, \vec{x} = \vec{0} \delta^D = 0, \vec{x} \neq \vec{0}$, la delta di Dirac, indica la densità di carica
 $\iiint \delta^D d^3x = 1$

Nello spazio

$\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V}$, costante sul corpo

$$Q = \sum_i \frac{\Delta q_i}{\Delta V} \cdot \Delta V = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{\Delta V} \cdot \Delta V = \iiint \rho(\vec{x}) dV = Q$$

Nel piano

$$Q = \iint \sigma \cdot dS$$

Una dimensione

$$Q = \int \lambda \cdot d\ell$$

Campo elettrico legato alla densità di carica

Spazio

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{d\rho/dV}{|\vec{x}-\vec{x}'|^2} \cdot dV, dV = d^3x'$$

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho}{|\vec{x}-\vec{x}'|^2} d^3x'$$

Piano

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma}{|\vec{x}-\vec{x}'|^2} dS(\vec{x})$$

Linea

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda}{|\vec{x}-\vec{x}'|^2} d\ell(\vec{x})$$

Campo elettrico generato da una distribuzione superficiale di carica

Sia un disco carico, si cerca il campo elettrico sull'asse.

Considero singoli anelli concentrici, per poi integrare sull'intero disco

$E_{dq} \cdot \hat{j} = -E_{dq'} \cdot \hat{j}$, le componenti orizzontali di due cariche diametralmente opposte si annullano e rimangono solamente le componenti lungo l'asse,

$$E_{dq} \cdot \hat{i} = E_{dq'} \cdot \hat{i}.$$

Si ha $dq = \frac{q_{TOT}}{2\pi r} \cdot d\ell$, inoltre $\cos\vartheta = \frac{x}{D} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + r^2}}$.

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{D^2} \cdot \hat{r} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(\sqrt{x^2+R^2})^2}, \text{ fissata la direzione } \hat{i} \text{ allora } dE_x = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(x^2+R^2)} \cos\vartheta$$

$$E_x = \int_{anello} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(x^2 + R^2)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \int_{anello} dq =$$

$$\frac{Qx}{4\pi\epsilon_0(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = E_x$$