La génération procédurale

La génération procédurale ou comment générer aléatoirement un paysage réaliste homogène et cohérent

Paul PINEAU

June 11, 2018

Sommaire

Introduction

Intérêts de la génération procédurale

1. Variété des paysages créés
2. Optimisation de l'espace mémoire
3. Rapidité de création

Générer la carte

Algorithme du Diamant carré

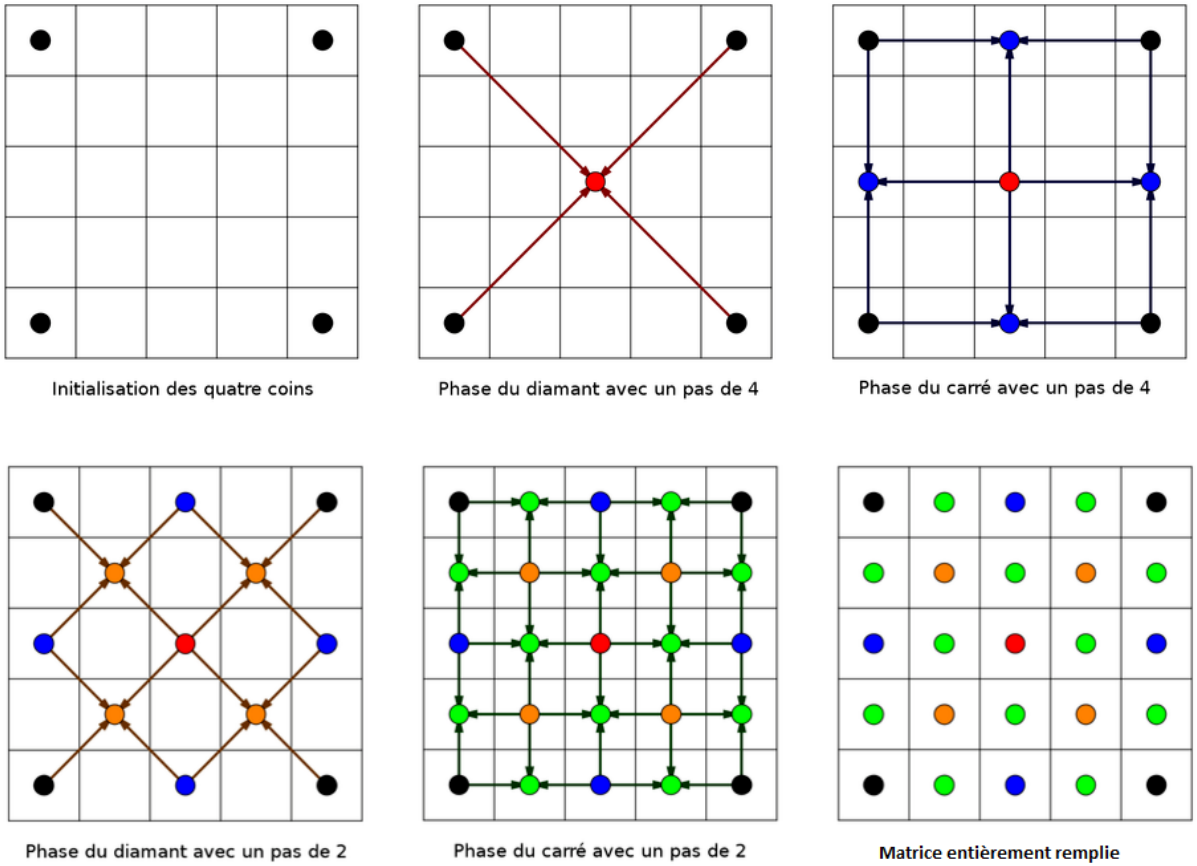


Figure: source : Wikipedia.fr

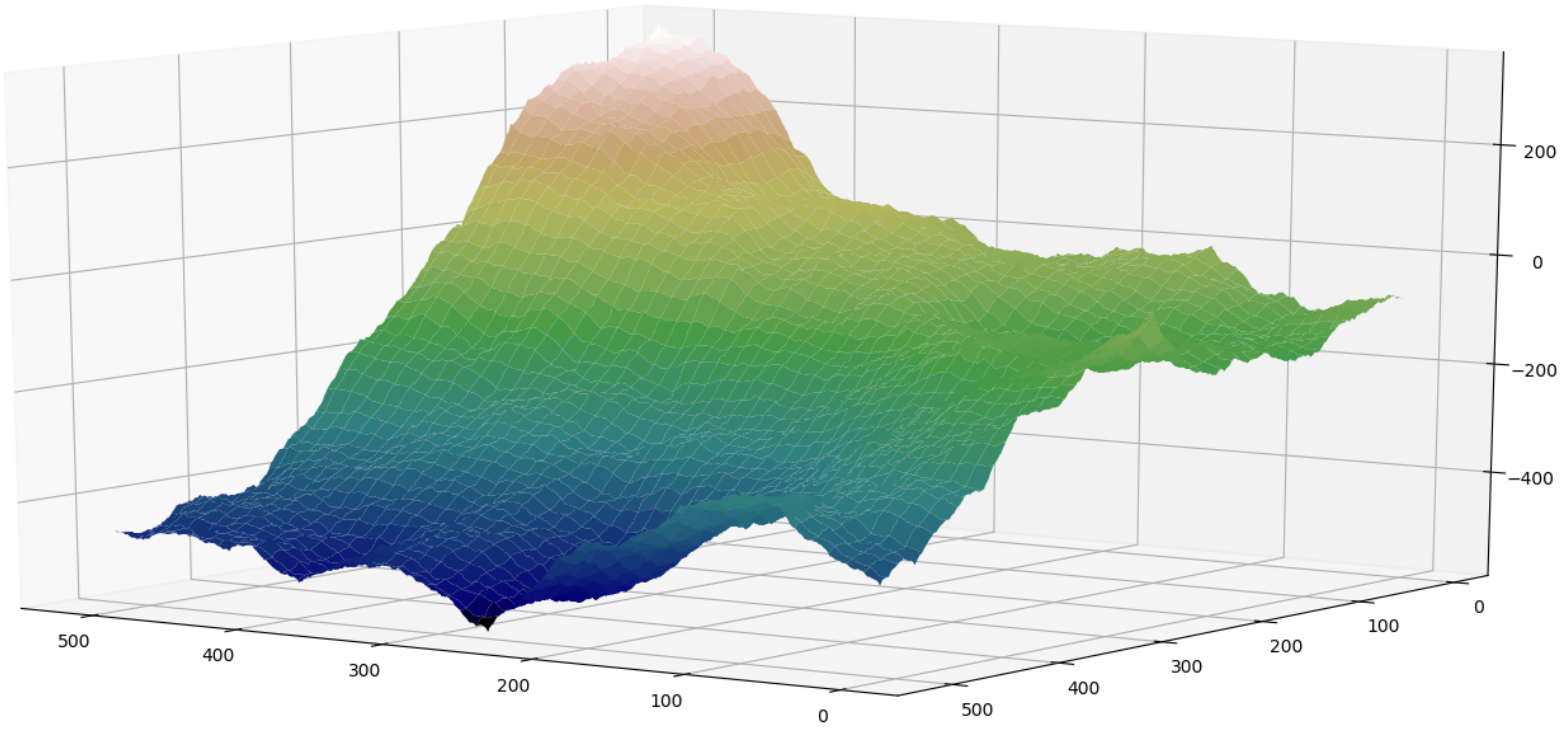


Figure: Génération par algorithme du Diamant Carré , carte 513×513

Génération par synthèse de Fourier

1. Génération d'une matrice de bruit
2. Passage au domaine frequentiel
3. Atténuation des hautes fréquences
4. Retour dans le domaine réel

Figure: Paysage

Algorithme

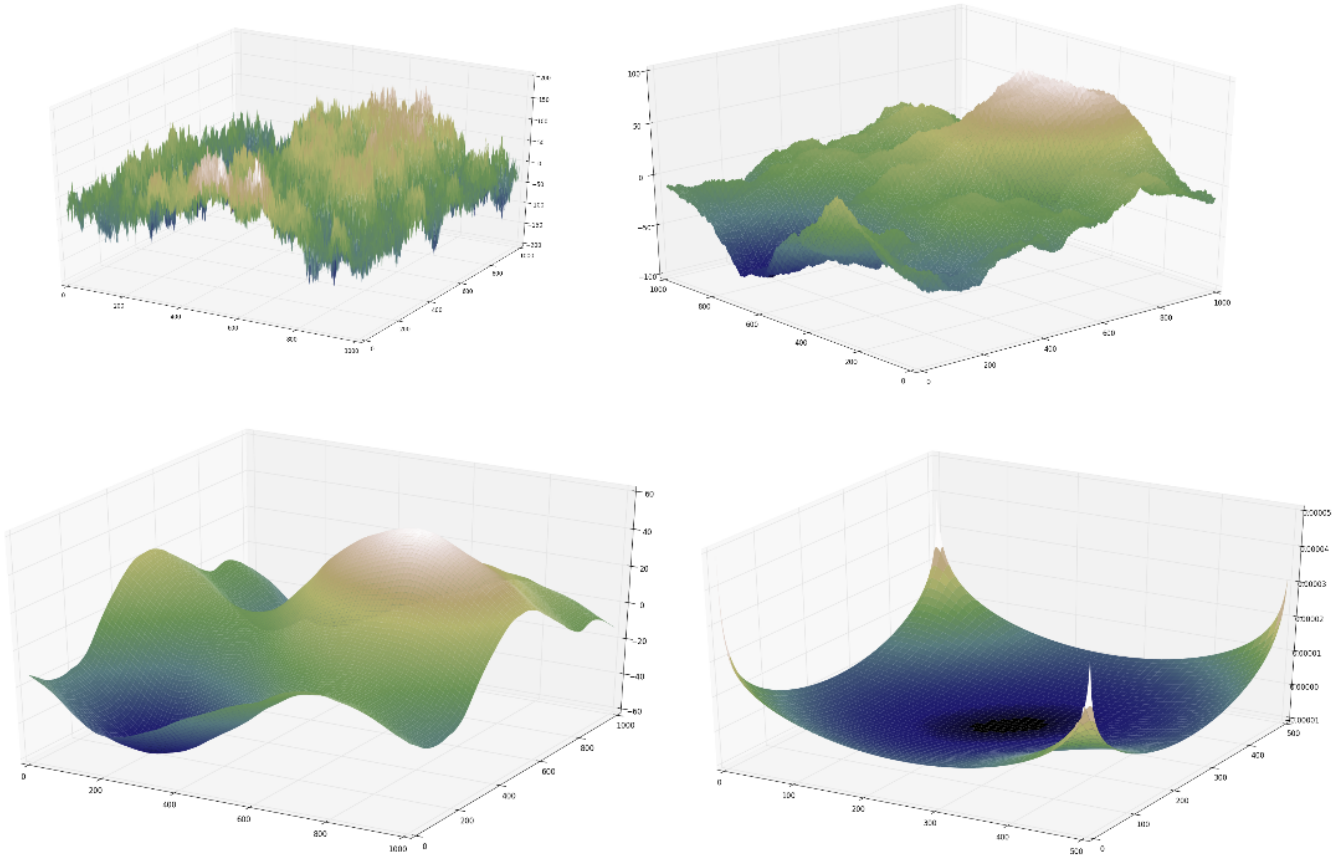
1. Etape deux : $S(x,y) = \sum_{k=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1} s(x,y)e^{-2i\pi(\frac{xk}{n}+\frac{yj}{n})}$
2. Matrice amplitude $\rightarrow$ filtre en $\frac{1}{f^{\beta}}$
3. amplitude[x,y] $\leftarrow \sqrt{x^2+y^2}^{-\beta}$
4. Transformation inverse :
   $s(x,y) = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1} S(x,y)e^{2i\pi(\frac{xk}{n}+\frac{yj}{n})}$
5. Complexité en $O(n^2)$

```
def Height_Map_FFT(f_hurst,n):
    def regulateur(x, y):
        if x == 0 and y == 0:
            return 0.0
        return f_hurst(np.sqrt(x**2 + y**2))

    noise = np.fft.fft2(np.random.rand(n,n)) #O(nlog(n))
    amplitude = np.zeros((n,n))

    for i in range(n):
        for j in range(n):
            amplitude[i, j] = regulateur(i, j)

    return np.fft.ifft2(noise * amplitude)
```



taille : 1000 , $\beta = 1.25; 1.9; 3$, matrice amplitude taille 500 $\beta = 2$

Algorithme d'érosion

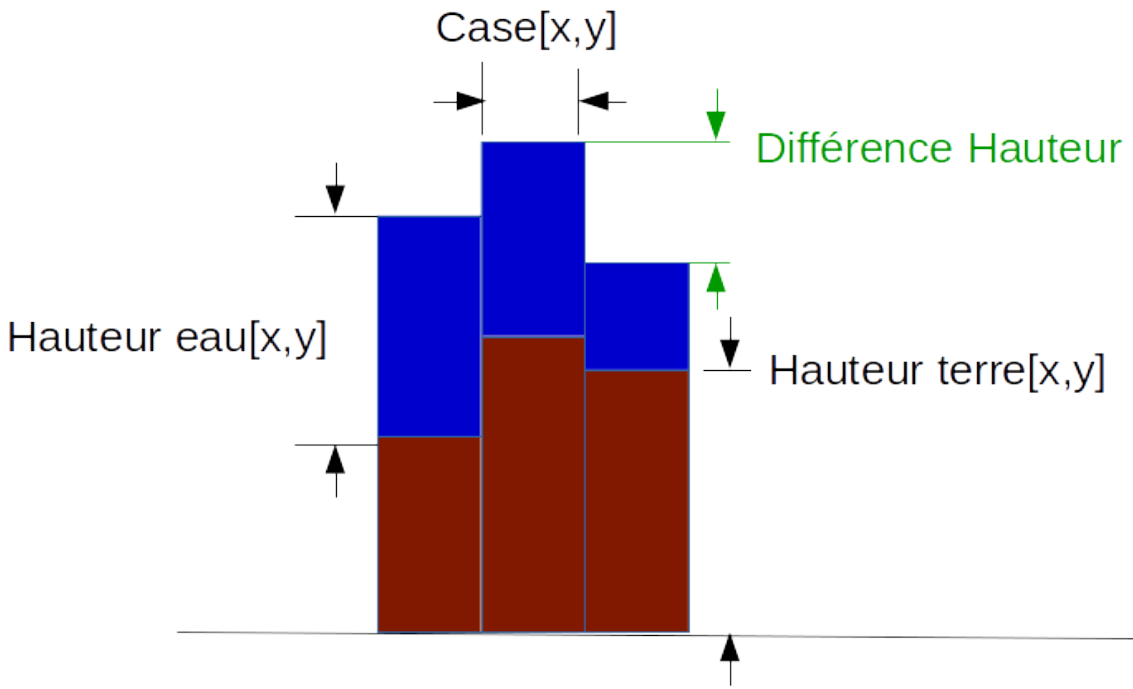
Intérêt et principe (itération de t à t + dt)

Source : https://sciencing.com

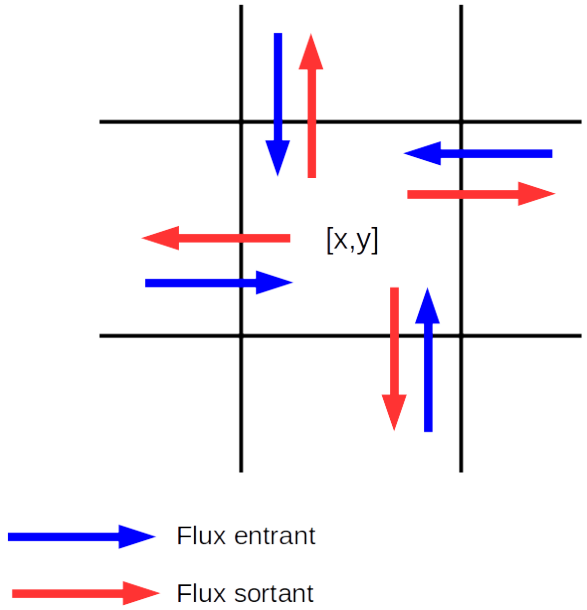
1. Pluie
2. Calcul des vecteurs flux
3. Déplacement des sédiments
4. Evaporation d'eau

1. Eau : distribution aléatoire
2. Flux F = (f^L, f^R, f^T, f^B) $(m^3.s^{-1})$

- $f^i_{t+\Delta t} = K.max(0, f^i_t + \Delta t.A.\frac{g.\Delta h^i[x,y]}{l}), i = L, R, T, B$
- $K = min(1, \frac{W2[x,y].l_X.l_Y}{(f^L+f^R+f^T+f^B).\Delta t})$



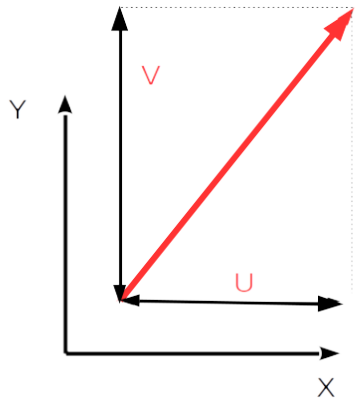
- Volume d'eau à déplacer : $\Delta V = \Delta t.(\sum f_e - \sum f_s)$



- Actualisation hauteur d'eau

- Quantité moyenne d'eau selon x :

$$\Delta W_X = \frac{1}{2}.(f^R(x-1,y) - f^L(x,y) + f^R(x,y) - f^L(x+1,y))$$

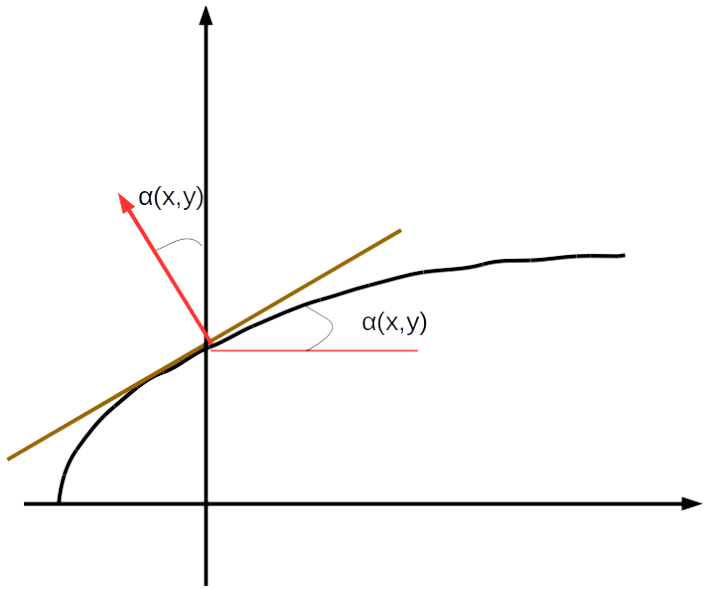


Vecteur vitesse / vélocité

- Déduction de u : $u = \frac{2.\Delta W_X}{l_Y.(W2[x,y]+W3[x,y])}$

- Pareil sur Y

- Capacité : $C[x,y] = K_C.sin(\alpha(x,y)).|\vec{v}(x,y)|$



Calcul de sin(α(x,y)):

```
dhx = (Height_map[x,y+1] - Height_map[x,y-1])/2
dhy = (Height_map[x-1,y] - Height_map[x+1,y])/2
angle[x,y] = np.sqrt(dhx ** 2 + dhy ** 2) / np.sqrt( 1 + dhx ** 2 + dhy ** 2 )
```

- Actualisation carte de hauteur et carte de sédiment
  - $W[x,y] = W[x,y] \pm K_s(C[x,y] - s_t[x,y])$
  - $s1[x,y] = s_t[x,y] \mp K_s(C[x,y] - s_t[x,y])$

- Déplacement de sédiments restants

$$\frac{\partial s}{\partial t} + (\vec{v}.\nabla s) = 0$$

- Résolution (discrétisation espace/temps) :

$$s_{t+\Delta t} = s_1(x - u.\Delta t, y - v.\Delta t)$$

- Interpolation de $x - u.\Delta t$ et $y - v.\Delta t$

```
f =interpolate.interp2d(X,Y,s1,kind='linear')

Sediment_map[x,y] = f(x - u*dt,y - v*dt)[0]
```

Résultats

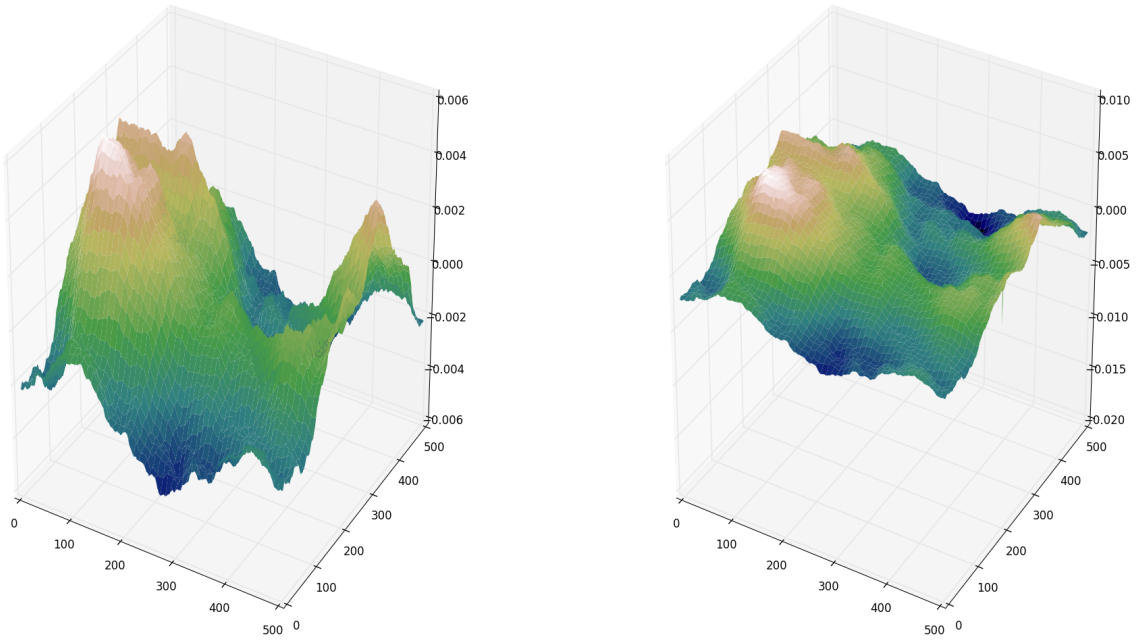


Figure: taille : 500 , $\beta = 1.75$, n = 50

Conclusion

- Diversité , Rapidité
- Contrôle limité (β)
- Algorithme d'érosion $\rightarrow$ coûteux
- Amélioration possible en ajoutant rivières, fleuves ou même végétations notamment par des L-sytèmes (système de Lindenmayer)

Bibliographie / Sitographie et annexes

Bibliographie

1. WIKIPEDIA, Algorithme Diamant-Carré, `https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_Diamant-Carre`, site consulté jusqu'à début décembre 2017
2. Keith Lantz, *Using Fourier synthesis to generate a fractional Brownian motion surface*, 19 Novembre 2011, `https://www.keithlantz.net/2011/11/using-fourier-synthesis-to-generate-a-fractional-brownian-motion-surface/`, site consulté régulièrement depuis janvier 2018
3. David S. Ebert, F. Kenton Musgrave, Darwyn Peachey, Ken Perlin, Steven Worley *Texturing and Modeling , A Procedural Approach*, Chapitre 16, Morgan Kaufmann, 3 edition (16 Décembre 2002)
4. WIKIPEDIA , Pink Noise , `https://en.wikipedia.org/wiki/Pink_noise`, site consulté régulièrement depuis janvier 2018
5. Jacob Olsen *Realtime Procedural Terrain Generation*, 31 Octobre 2004, `http://web.mit.edu/cesium/Public/terrain.pdf`, site consulté régulièrement depuis décembre 2017
6. Xing Mei, Philippe Decaudin, Bao-Gang Hu, *Fast Hydraulic Erosion Simulation and Visualization on GPU*, 20 mars 2011

Logiciels utilisés

1. Idle3 (Python) , bibliothèque "matplotlib"
2. LibreOffice Draw , logiciel gratuit `https://fr.libreoffice.org/download/libreoffice-stable/`
3. Site Overleaf `https://www.overleaf.com/` pour LaTeX

```
def diamant_carre(n):
    m = 2 ** n + 1
    matrice = np.zeros((m,m))
    # valeur aléaoires pour les 4 coins
    matrice[0,0] = rd.uniform(-m,m)
    matrice[0,m-1] = rd.uniform(-m,m)
    matrice[m-1,m-1] = rd.uniform(-m,m)
    matrice[m-1,0] = rd.uniform(-m,m)

    pas = m - 1
    while pas > 1:
        pas2 = pas // 2
        # phase du diamant
        for x in range(pas2 , m, pas ):
            for y in range(pas2 , m, pas ):
                #moy = (matrice[x - pas2 , y - pas2] + matrice[x - pas2 , y + pas2] +
                #matrice[x + pas2 , y + pas2] + matrice[x + pas2 , y - pas2]) / 4
                matrice[x,y] = moy + rd.uniform(-pas2,pas2)
        #phase du carre
        for x in range(0,m,pas2):
            if x % pas == 0:
                decalage = pas2
            else:
                decalage = 0

            for y in range(decalage , m,pas):
                somme = 0
                i = 0
                if x >= pas2:
                    somme += matrice[x - pas2, y]
                    i += 1
```

```
                if x + pas2 < m:
                    somme += matrice[x + pas2, y]
                    i +=1

                if y >= pas2 :
                    somme += matrice[x , y - pas2]
                    i +=1

                if y + pas2 < m:
                    somme += matrice[x , y + pas2]
                    i += 1

                matrice[x , y] = somme / i + rd.uniform(-pas2, pas2)

        pas = pas2
    return matrice


def FFT(n,hurst):
    plt.close()
    out = Height_Map_FFT(lambda k: k**(-hurst),n)
    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

    X = np.arange(1, n+1, 1)
    Y = np.arange(1, n+1, 1)
    X , Y = np.meshgrid( X , Y)
    Z = (out.real.reshape(X.shape))
    ax.plot_surface(X, Y, Z ,cmap = cm.gist_earth, linewidth = 0)
    plt.show()

def carte(taille,hurst):
```

```
    '''renvoie une carte de hauteur generee par transformée de Fourier'''
    Z = Height_Map_FFT(lambda k: k**(-hurst),taille)
    Height_map = Z.real
    return Height_map

def plot3d(carte_avant, carte_apres,taille):
    '''affiche la carte avant et apres modification par algorithme d'erosion'''
    X = np.arange(1, taille+1, 1)
    Y = np.arange(1, taille+1, 1)
    X , Y = np.meshgrid( X , Y)
    plt.close()
    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(1,2,1, projection='3d')
    ax.plot_surface(X, Y, carte_avant ,cmap = cm.gist_earth, linewidth = 0)
    ax = fig.add_subplot(1,2,2, projection='3d')
    ax.plot_surface(X, Y, carte_apres ,cmap = cm.gist_earth, linewidth = 0)
    plt.show()

def Water_Map_func(n):
    ''' n : taille de la carte '''
    return np.zeros((n,n))

def Water_Map_func2(n,carte):
    ''' n : taille de la carte '''
    W = np.zeros((n,n))
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            if carte[i,j] < 0 :
                W[i,j] = -carte[i,j]
    return W

def Sediment_Map_func(n):
```

```
    return np.zeros((n,n))

def Flux_Map_func(n):
    return np.array([[[0,0,0,0]]*n]*n)

def pluie(Water_map,eau_max):
    carte_pluie = Water_map
    n = len(Water_map)
    for k in range(n):
        for j in range(n):
            carte_pluie[k,j] += (eau_max * np.random.random())
    return carte_pluie

def norme(vect):
    '''norme d'un vecteur x=(a,b)'''
    a,b = vect
    return np.sqrt(a ** 2 + b ** 2)

def Erosion_t_dt(taille,carte,A,l,lxy,eau,dt,Kc,Ks,Kd,Ke,n):#complexite O(n*taille*taille)
    '''algorithme d'erosion calculant la carte de hauteur apres erosion '''
    X = np.arange(1, taille+1, 1)
    Y = np.arange(1, taille+1, 1)
    #l,r,t,b
    Height_map = np.copy(carte)
    Water_map = Water_Map_func(taille)
    Water_map2 = Water_Map_func(taille)
    Water_map3 = Water_Map_func(taille)
    Sediment_map = Sediment_Map_func(taille)
    Flux_map = Flux_Map_func(taille)
    Velocity_field = np.array([[[1.0,1.0]]*taille]*taille)
    angle = np.zeros((taille,taille))
    Capacite = np.zeros((taille,taille))
    s1 = Sediment_Map_func(taille)


    debut_barre()
    prog = 0 # pour la barre de progression
```

```
for k in range(n):


    Water_map2 = pluie(Water_map,eau)
    for x in range(taille):
            for y in range(taille):
                Flux = np.array([1.0,1.0,1.0,1.0])
                HW = Height_map[x,y] + Water_map2[x,y]

                #On calcule les vecteurs flux a partir des cases du haut, du bas , des cotes donc on differencie juste
                #les cas ou une des ces 4 cases n'existe pas

                if x == 0 :
                    if y == 0 :
                        Flux[1] = max(0,Flux[1] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[0,1] - Water_map2[0,1]) / l))
                        Flux[3] = max(0,Flux[3] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[1,0] - Water_map2[1,0]) / l))

                    elif y == taille - 1 :
                        Flux[0] = max(0,Flux[0] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[0,taille - 2] - Water_map2[0,taille - 2]) / l
                        Flux[3] = max(0,Flux[3] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[1,taille - 1] - Water_map2[1,taille - 1]) / l

                    else :
                        Flux[0] = max(0,Flux[0] + dt*A*(9.81*(HW- Height_map[0,y-1] - Water_map2[0,y-1]) / l))
                        Flux[1] = max(0,Flux[1] + dt*A*(9.81*(HW- Height_map[0,y+1] - Water_map2[0,y-1]) / l))
                        Flux[3] = max(0,Flux[3] + dt*A*(9.81*(HW- Height_map[1,y] - Water_map2[1,y]) / l))


                elif x == taille - 1 :
                    if y == 0 :
                        Flux[1] = max(0,Flux[1] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x,1] - Water_map2[x,1]) / l))
                        Flux[2] = max(0,Flux[2] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x-1,0] - Water_map2[x-1,0]) / l))


                    elif y == taille - 1 :
                        Flux[0] = max(0,Flux[0] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x,y-1] - Water_map2[x,y-1]) / l))
                        Flux[2] = max(0,Flux[2] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x-1,y] - Water_map2[x-1,y]) / l))

                    else :
                        Flux[0] = max(0,Flux[0] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x,y-1] - Water_map2[x,y-1]) / l))
                        Flux[1] = max(0,Flux[1] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x,y+1] - Water_map2[x,y+1]) / l))
                        Flux[2] = max(0,Flux[2] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x-1,y] - Water_map2[x-1,y])/ l))

                elif y == 0 :
                    Flux[1] = max(0,Flux[1] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x,y+1] - Water_map2[x,y+1]) / l))
```

```
                    Flux[2] = max(0,Flux[2] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x-1,y] - Water_map2[x-1,y]) / l))
                    Flux[3] = max(0,Flux[3] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x+1,y] - Water_map2[x+1,y]) / l))

                elif y == taille - 1:
                    Flux[0] = max(0,Flux[0] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x,y-1] - Water_map2[x,y-1]) / l))
                    Flux[2] = max(0,Flux[2] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x-1,y] - Water_map2[x-1,y]) / l))
                    Flux[3] = max(0,Flux[3] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x+1,y] - Water_map2[x+1,y]) / l))

                else : #Cas general

                    Flux[0] = max(0,Flux[0] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x,y-1] - Water_map2[x,y-1]) / l))
                    Flux[1] = max(0,Flux[1] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x,y+1] - Water_map2[x,y+1]) / l))
                    Flux[2] = max(0,Flux[2] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x-1,y] - Water_map2[x-1,y]) / l))
                    Flux[3] = max(0,Flux[3] + dt*A*(9.81*(HW - Height_map[x+1,y] - Water_map2[x+1,y]) / l))

                    #Calcul de l'angle local d'inclinaison , utile apres

                    dhx = (Height_map[x,y+1] - Height_map[x,y-1])/2
                    dhy = (Height_map[x-1,y] - Height_map[x+1,y])/2
                    angle[x,y] = np.sqrt(dhx ** 2 + dhy ** 2) / np.sqrt( 1 + dhx ** 2 + dhy ** 2 )

                #On ne peut pas enlever plus d'eau dans la case qu'il y en a
                if sum(Flux) != 0:
                    K = min(1,(Water_map2[x,y] * lxy**2 )/(sum(Flux) * dt))
                else:
                    K = 1
                Flux = [K*Flux[0],K*Flux[1],K*Flux[2],K*Flux[3]]

                Flux_map[x,y] = Flux

    #Calcul nouveau niveau d'eau a partir des vecteurs flux
    '''deltaV = dt*(somme flux_entrant - somme flux_sortant)'''
    for x in range(taille):
            for y in range(taille):
                if x == 0 :
                    if y == 0 :
                        deltaV = dt*(Flux_map[x,y+1,0] + Flux_map[x+1,y,2] - sum(Flux_map[x,y]))
                        deltaWX = Flux_map[x,y,1] - Flux_map[x,y+1,0]
                        deltaWY = Flux_map[x,y,3] - Flux_map[x+1,y,2]

                    elif y == taille - 1 :
                        deltaV = dt*(Flux_map[x,y-1,1] + Flux_map[x+1,y,2] - sum(Flux_map[x,y]))
                        deltaWX = Flux_map[x,y-1,1] - Flux_map[x,y,0]
                        deltaWY = Flux_map[x,y,3] - Flux_map[x+1,y,2]
```

```
        else :
            deltaV = dt*(Flux_map[x,y-1,1] + Flux_map[x+1,y,2] + Flux_map[x,y+1,0] - sum(Flux_map[x,y]))
            deltaWX = (Flux_map[x,y-1,1] - Flux_map[x,y,0] + Flux_map[x,y,1] - Flux_map[x,y+1,0]) / 2
            deltaWY = Flux_map[x,y,3] - Flux_map[x+1,y,2]


    elif x == taille - 1 :
        if y == 0 :
            deltaV = dt*(Flux_map[x,y+1,0] + Flux_map[x-1,y,3] - sum(Flux_map[x,y]))
            deltaWX = Flux_map[x,y,1] - Flux_map[x,y+1,0]
            deltaWY = Flux_map[x-1,y,3] - Flux_map[x,y,2]

        elif y == taille - 1 :
            deltaV = dt*(Flux_map[x,y-1,1] + Flux_map[x-1,y,3] - sum(Flux_map[x,y]))
            deltaWX = Flux_map[x,y-1,1] - Flux_map[x,y,0]
            deltaWY = Flux_map[x-1,y,3] - Flux_map[x,y,2]

        else :
            deltaV = dt*(Flux_map[x,y-1,1] + Flux_map[x,y+1,0] + Flux_map[x-1,y,3] - sum(Flux_map[x,y]))
            deltaWX = (Flux_map[x,y-1,1] - Flux_map[x,y,0] + Flux_map[x,y,1] - Flux_map[x,y+1,0]) / 2
            deltaWY = Flux_map[x-1,y,3] - Flux_map[x,y,2]



    elif y == 0 :
            deltaV = dt*(Flux_map[x,y+1,0] + Flux_map[x+1,y,2] + Flux_map[x-1,y,3] - sum(Flux_map[x,y]))
            deltaWX = Flux_map[x,y,1] - Flux_map[x,y+1,0]
            deltaWY = (Flux_map[x-1,y,3] - Flux_map[x,y,2] + Flux_map[x,y,3] - Flux_map[x+1,y,2])/2


    elif y == taille - 1:
            deltaV = dt * (Flux_map[x,y-1,1] + Flux_map[x+1,y,2] + Flux_map[x-1,y,3] - sum(Flux_map[x,y]))
            deltaWX = Flux_map[x,y-1,1] - Flux_map[x,y,0]
            deltaWY = (Flux_map[x-1,y,3] - Flux_map[x,y,2] + Flux_map[x,y,3] - Flux_map[x+1,y,2])/2

    else :
            deltaV = dt * (Flux_map[x,y+1,0] + Flux_map[x,y-1,1] + Flux_map[x+1,y,2] + Flux_map[x-1,y,3]
            deltaV -= sum(Flux_map[x,y]))
            deltaWX = (Flux_map[x,y-1,1] - Flux_map[x,y,0] + Flux_map[x,y,1] - Flux_map[x,y+1,0]) / 2
            deltaWY = (Flux_map[x-1,y,3] - Flux_map[x,y,2] + Flux_map[x,y,3] - Flux_map[x+1,y,2])/2


    Water_map3[x,y] = Water_map2[x,y] + deltaV/(lxy**2)
```

```
                    d = (Water_map[x,y] + Water_map2[x,y]) / 2

                    if (lxy*d)!= 0:
                        u = deltaWX / (lxy * d)
                        v = deltaWY / (lxy * d)
                    else :
                        u = 0
                        v = 0

                    Velocity_field[x,y] = [u,v]
                    Capacite[x,y] = Kc * angle[x,y] * norme(Velocity_field[x,y])
                    #print(Capacite[x,y] - Sediment_map[x,y])
                    if Capacite[x,y] > Sediment_map[x,y] :
                        Height_map[x,y] -= Ks * (Capacite[x,y] - Sediment_map[x,y])
                        s1[x,y] = Sediment_map[x,y] + Ks * (Capacite[x,y] - Sediment_map[x,y])
                        #Water_map3[x,y] = Water_map2[x,y] + dt * Ks * (Capacite[x,y] - Sediment_map[x,y])
                    else:
                        Height_map[x,y] += Kd * (Sediment_map[x,y] - Capacite[x,y])
                        s1[x,y] = Sediment_map[x,y] - Kd * (Sediment_map[x,y] - Capacite[x,y])
                        #Water_map3[x,y] = Water_map2[x,y] - dt * Kd * (Sediment_map[x,y] - Capacite[x,y])


        #Equation d'advection --> actualisation de la carte sediment

        f = interpolate.interp2d(X,Y,s1,kind='linear')
        for x in range(taille):
                for y in range(taille):
                    u,v = Velocity_field[x,y][0] ,Velocity_field[x,y][1]
                    a = x - u * dt
                    b = y - v * dt

                    Sediment_map[x,y] = f(a,b)[0]
        Water_map[x,y] = Water_map3[x,y] * (1 - Ke * dt)

        # Affichage de la barre de progression
        if k > prog:
            avance_barre()
            prog += n / 50

    fin_barre()
    return Height_map
```