

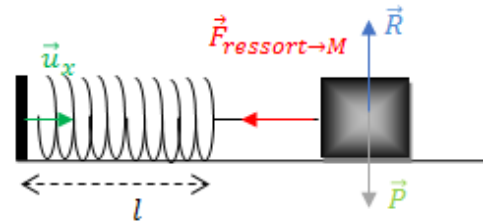
Activité 2 : Oscillateurs amortis

Objectifs :

- Modéliser un problème physique et le résoudre analytiquement
- Mettre en œuvre les méthodes numériques vues en mathématiques
- Faire varier les paramètres numériques
- Se familiariser avec quelques méthodes graphiques Python afin de tracer des évolutions de grandeurs physiques numériques et analytiques
- Dans cette activité, on souhaite tracer la courbe représentative de l'équation du mouvement d'un oscillateur amorti

1. Modélisation analytique

Dans un référentiel supposé galiléen, on s'intéresse au mouvement, à un seul degré de liberté, d'un point matériel soumis à une force de rappel élastique (on notera k la constante de raideur) et à une force de frottements fluides avec un coefficient de frottement $\lambda = 10 \text{ Kg.s}^{-1}$. Cette situation peut être modélisée par une équation différentielle du second ordre.



On définit $x(t)$ comme étant l'écart à la position d'équilibre à l'instant t .

Les conditions initiales sont notées :

$$\begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = v_0 \end{cases}$$

- Déterminer, rigoureusement, l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.
- Déterminer l'expression de la position $x(t)$ en fonction des paramètres.

On prendra : $m = 1 \text{ kg}$, $x_0 = 5 \text{ cm}$ et $v_0 = 1 \text{ m.s}^{-1}$

2. Modélisation numérique de la position

On se propose maintenant de résoudre ce problème à l'aide de la méthode d'Euler explicite.

- Identifier et définir les paramètres physiques nécessaires au calcul de $x(t)$.
- Créer une fonction `EulerExp2` pour résoudre l'équation différentielle d'ordre 2 vérifiée par $x(t)$.
- Préciser l'intervalle de temps $[t_{min}, t_{max}]$ sur lequel on désire tracer la courbe et choisir un pas de temps dt .

- Tracer les courbes de la position théorique et numérique.
- Faire varier le pas de temps et calculer l'erreur commise par le calcul numérique (par exemple au sens des moindres carrés)
- Tracer l'erreur en fonction du pas de temps choisi.
- Faire varier le coefficient de frottement pour mettre en évidence les différents régimes d'oscillations (Tracer une courbe par régime).
- Étudier l'influence des autres données du problème (par exemple, la masse m , la constante de raideur k , les conditions initiales, etc...)
- Interpréter les résultats (influence des paramètres, convergence de la méthode).

Module et packages

Dans cette activité, il est nécessaire d'importer deux modules :

- Le module ***numpy*** dédié au calcul numérique : il permet en particulier la manipulation de tableaux multidimensionnels pour stocker des données. Ce module fournit également un grand nombre de fonctions dédiées aux calculs mathématiques et numériques
- Le module ***matplotlib*** pour les représentations graphiques.