AshaSchwegler_S9_Aufg1

Thursday, 21 April 2022 19:12

$h = \frac{b-a}{n}$, $Tol = 10^{-5}$, $I = \int_1^2 \ln(x^2)\,dx$

- Fehler summierte Rechtecksregel:

$\leq \frac{h^2}{24}(b-a) \cdot \max_{x\in[a,b]} |f''(x)|$

$10^{-5} \leq \frac{(2-1)^2}{24n^2} \cdot (2-1) \cdot \frac{1}{2^2}$

$10^{-5} \leq \frac{1}{96n^2}$

$n^2 \cdot 10^{-5} \leq \frac{1}{96}$

$n^2 \leq \frac{1}{96 \cdot 10^{-5}}$

$n \leq \sqrt{\frac{1}{96 \cdot 10^{-5}}} = \underline{32.27}$

Es werden 32 Schritte benötigt.

- Fehler summierte Trapezregel:

$\leq \frac{h^2}{12}(b-a) \cdot \max_{x\in[a,b]} |f''(x)|$

$10^{-5} \leq \frac{1}{48n^2}$

$n^2 \leq \frac{1}{48 \cdot 10^{-5}}$

$n \leq \sqrt{1/48 \cdot 10^{-5}} = \underline{45.64}$

Es werden 46 Schritte benötigt

- Fehler summierte Simpsonregl:

$\leq \frac{h^4}{2880}(b-a) \cdot \max_{x\in[a,b]} |f^{(4)}(x)|$

$10^{-5} \leq \frac{1}{2880n^4} \cdot \frac{6x^4}{x^8}$

$10^{-5} \leq \frac{1}{2880n^4} \cdot \frac{96}{256}$

$10^{-5} \leq \frac{1}{2880n^4} \cdot \frac{3}{8}$

$$10^{-5} \leq \frac{3}{23040 \cdot n^4}$$

$$n^4 \leq \frac{3}{23040 \cdot 10^{-5}}$$

$$n \leq \sqrt[4]{3/23040 \cdot 10^{-5}} = \underline{1.89}$$

Es werden 2 Schritte benötigt