

Aufgabe 1)

$$y^{(4)} + 1.1y''' - 0.1y'' - 0.3y = \sin x + 5$$

$$[a, b] = [0, 1]$$

$$h = 0.1 \rightarrow h = \frac{b-a}{n} \rightarrow n = \frac{b-a}{h} = \frac{1-0}{0.1} = \underline{10}$$

$$y(0) = y''(0) = y'''(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

A) Umwandlung DGL 4. Ordnung \rightarrow vektorielles System von 4 DGL 1. Ordnung

Schritt 1

$$y^{(4)} = \sin x + 5 - 1.1y''' + 0.1y'' + 0.3y$$

Schritt 2

$$z_1(x) = y(x)$$

$$z_3(x) = y''(x)$$

$$z_2(x) = y'(x)$$

$$z_4(x) = y'''(x)$$

Schritt 3

$$z_1'(x) = y'(x) (= z_2)$$

$$z_3'(x) = y'''(x) (= z_4)$$

$$z_2'(x) = y''(x) (= z_3)$$

$$z_4'(x) = y^{(4)}(x)$$

$$z_4'(x) = \sin x + 5 - 1.1z_4 + 0.1z_3 + 0.3z_1$$

Schritt 4

$$\underline{z}' = \begin{pmatrix} z_1' \\ z_2' \\ z_3' \\ z_4' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ \sin x + 5 - 1.1z_4 + 0.1z_3 + 0.3z_1 \end{pmatrix} = \underline{f(x, \underline{z})}$$

$$\underline{z}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

B) Numerische Lösung vektoriellen DGL 1. Ordnung

10)

$$z_1(x) = y(x) \quad , \quad y' = f(x, y) \quad , \quad y(x_0) = y_0$$

Aufgabe 2)

Auslenkwinkel: $\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{c}{m} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0$

$c = 0.16 \text{ [Ns/m]} \quad , \quad m = 1 \text{ kg} \quad , \quad l = 1.2 \text{ m} \quad g = 9.81 \text{ m kg/s}^2$
 Anf. Bed: $\varphi(0) = \frac{\pi}{2} \quad , \quad \varphi'(0) = 0$

1) Umwandlung DGL 2. Ordnung \rightarrow Vektoriell System von 2 DGL 1. Ordnung

Schritt 1

$$\varphi''(t) = -\frac{c}{m} \cdot \varphi'(t) - \frac{g}{l} \cdot \sin(\varphi)$$

Schritt 2

$$z_1(t) = \varphi(t)$$

$$z_2(t) = \varphi'(t)$$

Schritt 3

$$z_1'(t) = \varphi'(t) (= z_2)$$

$$z_2'(t) = \varphi''(t)$$

$$z_2'(t) = -0.16 z_2 - 8.175 \cdot \sin(z_1)$$

Schritt 4

$$z' = \begin{pmatrix} z_1'(t) \\ z_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_2 \\ -0.16 z_2 - 8.175 \cdot \sin(z_1) \end{pmatrix} = f(t, z)$$

$$z(0) = \begin{pmatrix} \pi/2 \\ 0 \end{pmatrix}$$