

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт прикладной математики и механики  
Высшая школа прикладной математики и вычислительно физики

# Вычислительные комплексы

## Лабораторная работа №2

**Работу**

**выполнил:**

Колесник Виктор

Группа:

3630102/70201

**Преподаватель:**

к.ф.-м.н., доцент

Баженов

Александр

Николаевич

Санкт-Петербург  
2020

# Содержание

<b>1. Постановка задачи</b>	<b>3</b>
1.1. Задача 1 . . . . .	3
1.2. Задача 2 . . . . .	3
<b>2. Теория</b>	<b>3</b>
2.1. Алгоритм для глобальной минимизации функции . . . . .	3
2.2. Функция Растригина . . . . .	3
2.3. Функция МакКормика . . . . .	4
<b>3. Результаты</b>	<b>5</b>
3.1. Задача 1 . . . . .	5
3.2. Задача 2 . . . . .	6
<b>4. Приложение</b>	<b>7</b>

# 1. Постановка задачи

Для демонстрации интервальной глобальной оптимизации использовать функцию:

$$function[Z, Worklist] = globopt0(X). \quad (1)$$

Она возвращает значение глобального экстремума  $Z$  и рабочий список  $WorkList$ . Работа алгоритма построена на последовательном сужении множества, на котором ищется оптимум.

## 1.1. Задача 1

Рассмотреть пример из лекционного материала. Построить рабочий список, построить график сужения интервала.

## 1.2. Задача 2

Взять пример с сайта тестовых функций. Изучить сходимость метода.

# 2. Теория

## 2.1. Алгоритм для глобальной минимизации функции

Алгоритм *GlobOpt* оперирует с рабочим списком  $\mathcal{L}$ , в котором будут храниться все брусы, получающиеся в результате дробления исходного бруса области определения на более мелкие подбрусы. Одновременно с самими подбрусами будем хранить в рабочем списке и нижние оценки областей значений целевой функции по этим подбрусам, так что элементами списка  $\mathcal{L}$  будут записи-пары вида

$$\mathcal{L} : (Y, y), \text{ where } Y \subseteq X, y = f(Y) \quad (2)$$

## 2.2. Функция Растригина

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - \cos(18 * x) - \cos(18 * y) \quad (3)$$

Минимум функции достигается при значении аргумента  $(x, y) = (0, 0)$  и равен  $-2$ .

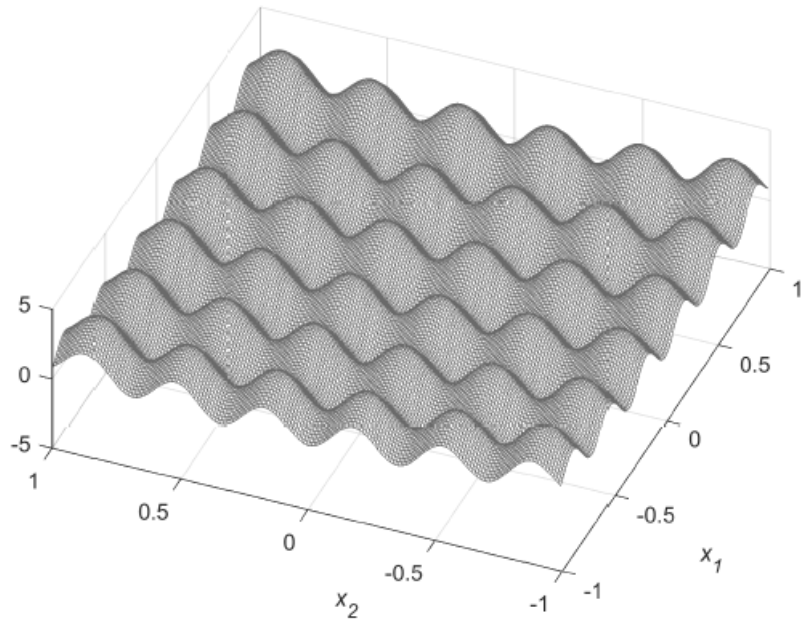


Рисунок 2.1. График функции Растригина

### 2.3. Функция МакКормика

$$f(x, y) = \sin(x + y) + (x - y)^2 - 1.5 * x + 2.5 * y + 1 \quad (4)$$

Минимум функции достигается при значении аргумента  $(x, y) = (-0.54719, -1.54719)$  и равен  $-1.9133$ .

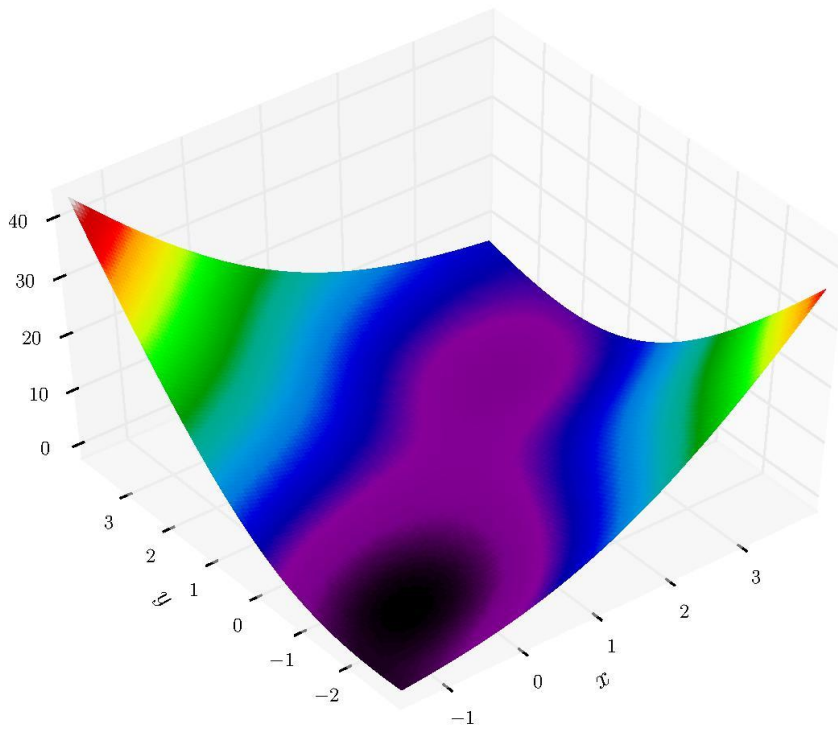


Рисунок 2.2. График функции МакКормика

## 3. Результаты

### 3.1. Задача 1

Добавим в реализацию функции поиска глобального минимума сохранение для каждого шага итерации ширины ведущего блока в отдельный массив *widths*.

Зададим максимальное количество итераций равным 200.

Начальное множество допустимых значений имеет вид:  $X = [-5, 5] \times [-5, 5]$ .

Полученное значение глобального экстремума  $Z = -2$ .

Последовательность значений ширины ведущего бруска представим в виде графика зависимости этой ширины от номера итерации.

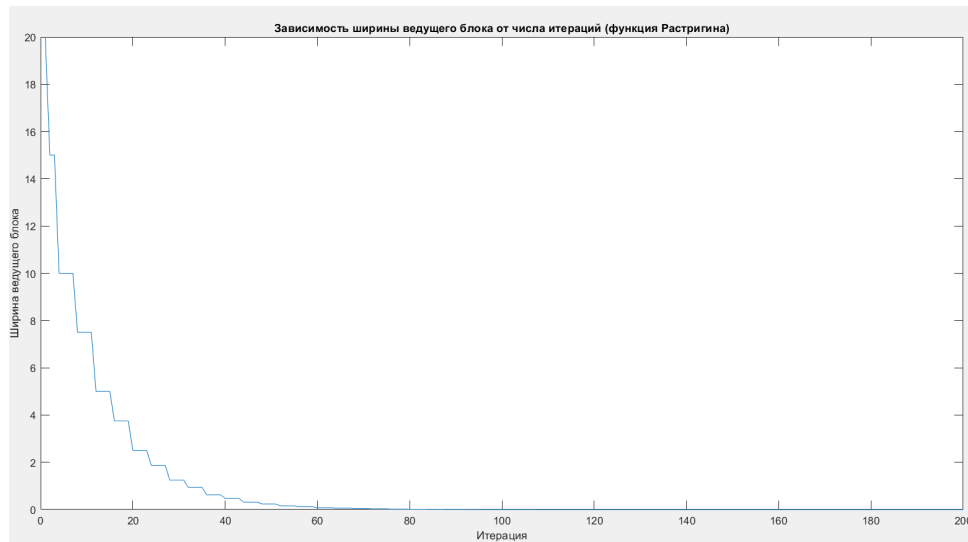


Рисунок 3.1. Зависимость ширины бруска для функции Растригина

## 3.2. Задача 2

Начальное множество допустимых значений имеет вид:  $X = [-1.5, 4] \times [-3, 4]$ .

Посмотрим, как зависит полученный алгоритмом экстремум от количества итераций. Результаты представлены в таблице:

Количество итераций	Экстремум $Z$
50	-3.3133
100	-2.6816
200	-2.3025
500	-2.0647
1000	-1.9874
Истинное значение экстремума	-1.9133

Оценим скорость сходимости. Для этого рассмотрим зависимость отклонения полученного экстремума от истинного значения на  $n$  шаге от номера итерации. Чтобы большие значения отклонения на ранних этапах работы метода не мешали, будем рассматривать зависимость, начиная с номера итерации 100. Результаты представлены на графике.

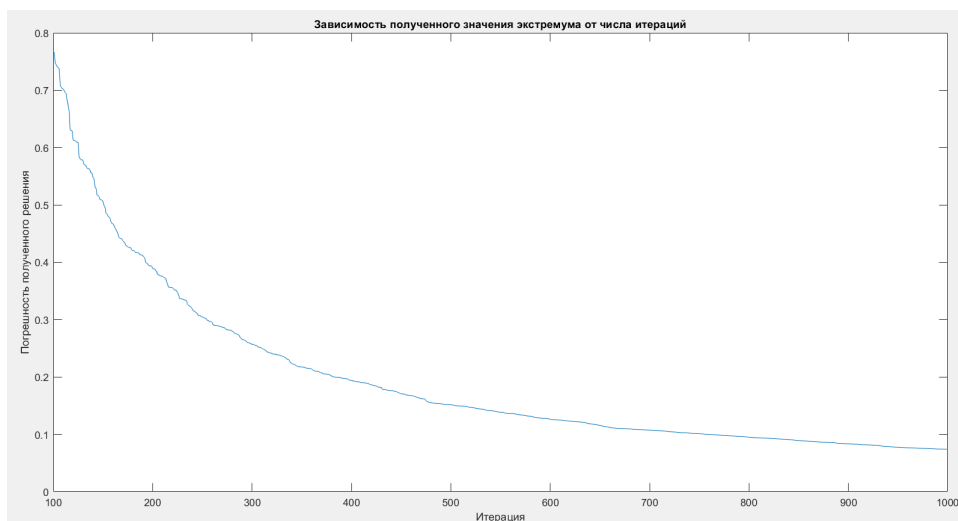


Рисунок 3.2. Зависимость отклонения полученного экстремума от истинного значения

Из графика видно, что скорость сходимости алгоритма медленная. Чтобы достигнуть точности решения  $10^{-1}$ , нужно пройти 1000 итераций.

## 4. Приложение

Код программы на Python лежит в данном репозитории:

[https://github.com/Pink0ink/Interval\\_Analysis/tree/main/lab2](https://github.com/Pink0ink/Interval_Analysis/tree/main/lab2)

Реализация функции глобальной оптимизации:

<http://www.nsc.ru/interval/Programing/MCodes/globopt0.m>

Сайт с тестовыми функциями:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Test\\_functions\\_for\\_optimization](https://en.wikipedia.org/wiki/Test_functions_for_optimization)