Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Высшая школа прикладной математики и вычислительно физики

Вычислительные комплексы

Лабораторная работа №2

Работу выполнил:
Колесник Виктор
Группа:
3630102/70201
Преподаватель:
к.ф.-м.н., доцент
Баженов
Александр
Николаевич

Санкт-Петербург
2020

Содержание

1. Постановка задачи

Для демонстрации интервальной глобальной оптимизации использовать функцию:

$$function[Z, Worklist] = globopt0(X). \tag{1}$$

Она возвращает значение глобального экстремума Z и рабочий список $WorkList$. Работа алгоритма построена на последовательном сужении множества, на котором ищется оптимум.

1.1. Задача 1

Рассмотреть пример из лекционного материала. Построить рабочий список, построить график сужения интервала.

1.2. Задача 2

Взять пример с сайта тестовых функций. Изучить сходимость метода.

2. Теория

2.1. Алгоритм для глобальной минимизации функции

Алгоритм *GlobOpt* оперирует с рабочим списком $\mathcal{L}$, в котором будут храниться все брусы, получающиеся в результате дробления исходного бруса области определения на более мелкие подбрусы. Одновременно с самими подбрусами будем хранить в рабочем списке и нижние оценки областей значений целевой функции по этим подбрусам, так что элементами списка $\mathcal{L}$ будут записи-пары вида

$$\mathcal{L} : (Y, y), whereY \subseteq X, y = f(Y) \tag{2}$$

2.2. Функция Растригина

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - cos(18 * x) - cos(18 * y) \tag{3}$$

Минимум функции достигается при значении аргумента $(x, y) = (0, 0)$ и равен -2.

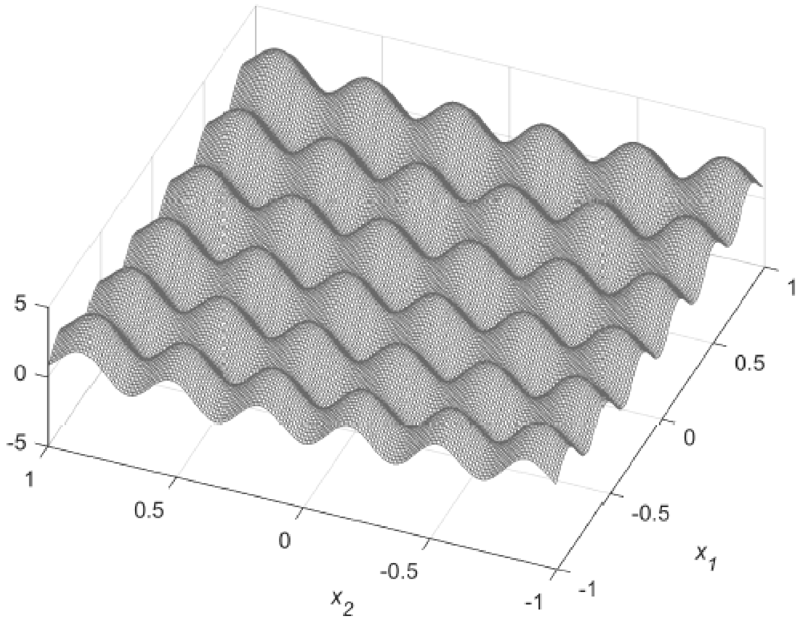

Рисунок 2.1. График функции Растригина

2.3. Функция МакКормика

$$f(x, y) = sin(x + y) + (x - y)^2 - 1.5 * x + 2.5 * y + 1 \tag{4}$$

Минимум функции достигается при значении аргумента $(x, y) = (-0.54719, -1.54719)$ и равен -1.9133.

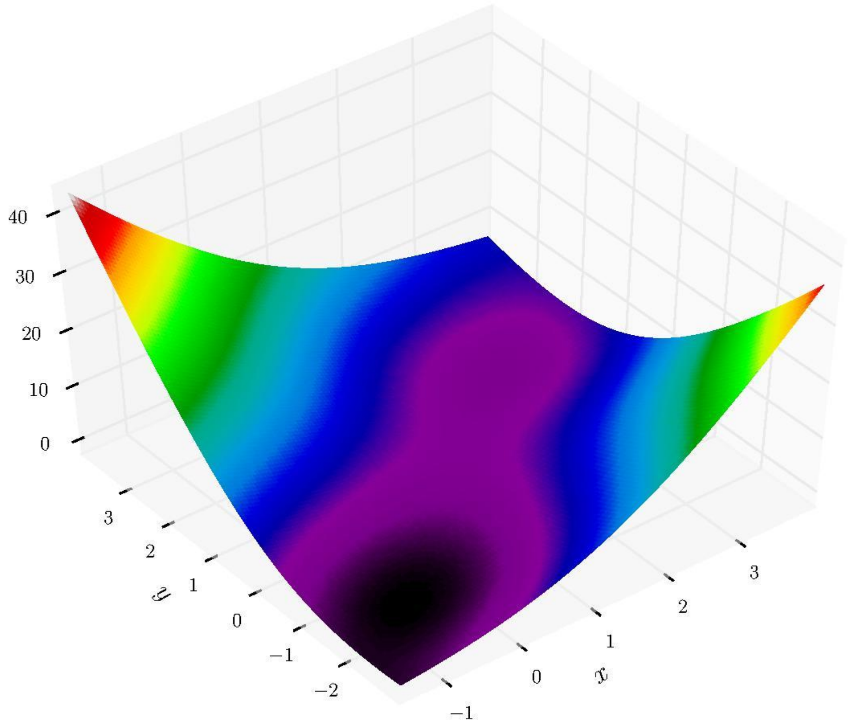

Рисунок 2.2. График функции МакКормика

3. Результаты

3.1. Задача 1

Добавим в реализацию функции поиска глобального минимума сохранение ширины ведущего блока для каждого шага итерации в отдельный массив $widths$.

Зададим максимальное количество итераций равным 200.

Начальное множество допустимых значений имеет вид: $X = [-5, 5] \times [-5, 5]$.

Полученное значение глобального экстремума $Z = -2$.

Последовательность значений ширины ведущего бруска представим в виде графика зависимости этой ширины от номера итерации.

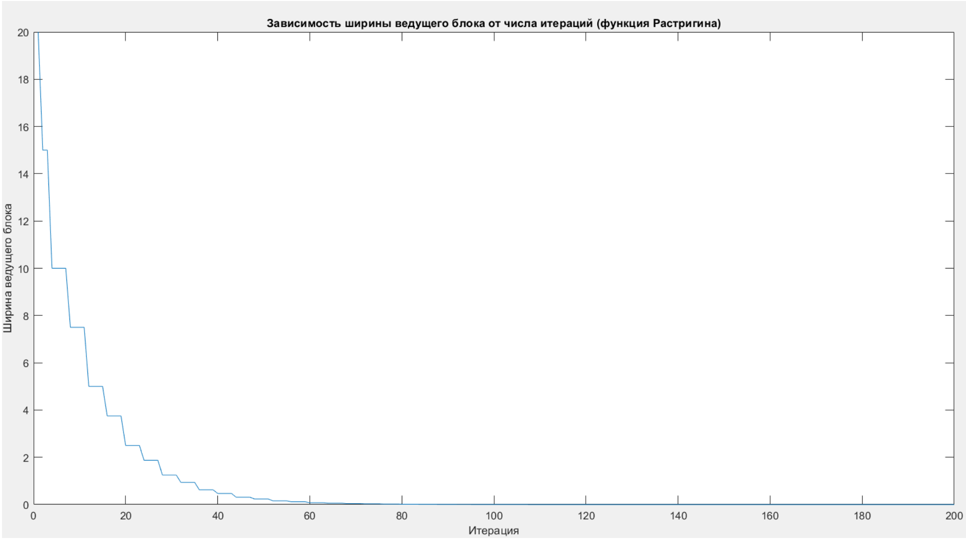

Рисунок 3.1. Зависимость ширины бруска для функции Растригина

Этот же график в логарифмическом масштабе:

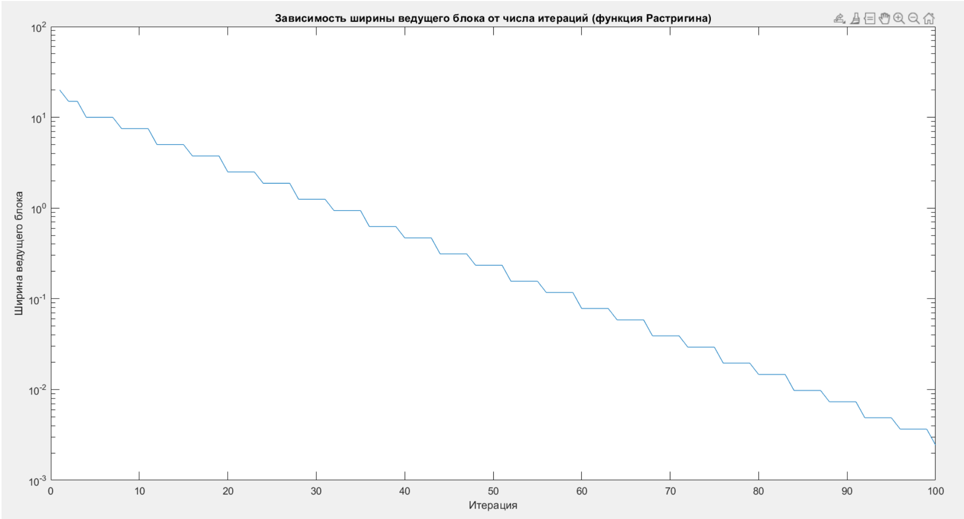

Рисунок 3.2. Зависимость ширины бруска для функции Растригина

3.2. Задача 2

Начальное множество допустимых значений имеет вид: $X = [-1.5, 4] \times [-3, 4]$.

Посмотрим, как зависит полученный алгоритмом экстремум от количества итераций. Результаты представлены в таблице:

Количество итераций	Экстремум Z
50	-3.3133
100	-2.6816
200	-2.3025
500	-2.0647
1000	-1.9874
Истинное значение экстремума	-1.9133

Оценим скорость сходимости. Для этого рассмотрим зависимость отклонения полученного экстремума от истинного значения на n шаге от номера итерации. Чтобы большие значения отклонения на ранних этапах работы метода не мешали, будем рассматривать зависимость, начиная с номера итерации 100. Результаты представлены на графике.

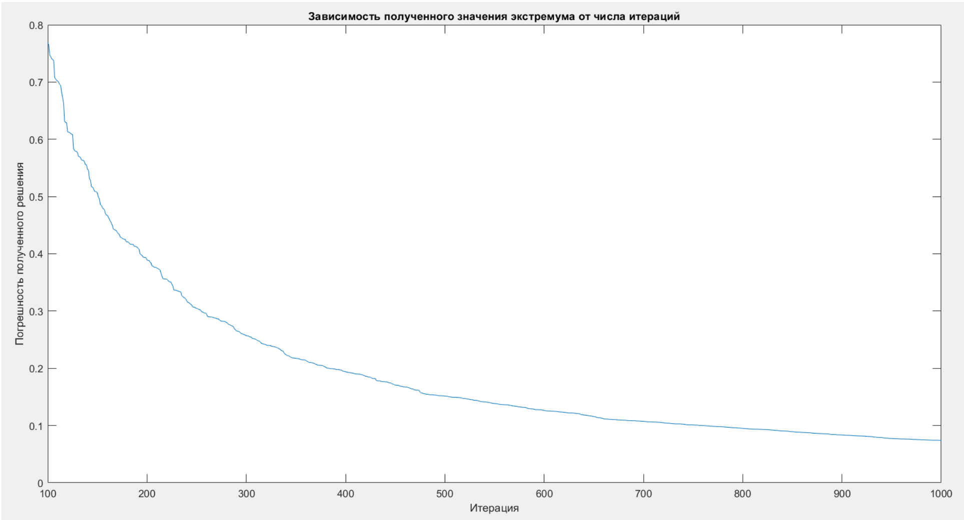

Рисунок 3.3. Зависимость отклонения полученного экстремума от истинного значения

Этот же график в логарифмическом масштабе:

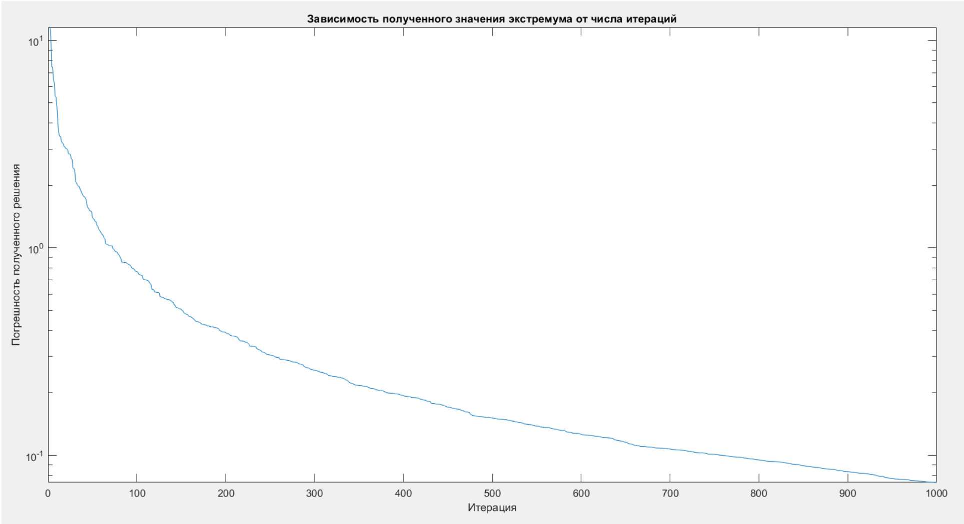

Рисунок 3.4. Зависимость отклонения полученного экстремума от истинного значения (в логарифмическом масштабе)

Из графика видно, что скорость сходимости алгоритма медленная. Чтобы достигнуть точности решения 10^{-1}, нужно пройти 1000 итераций.

Центры последних 100 ведущих блоков и траектория движения центров последних 50 ведущих блоков представлены на графиках. Количество итераций при работе алгоритма - 1000.

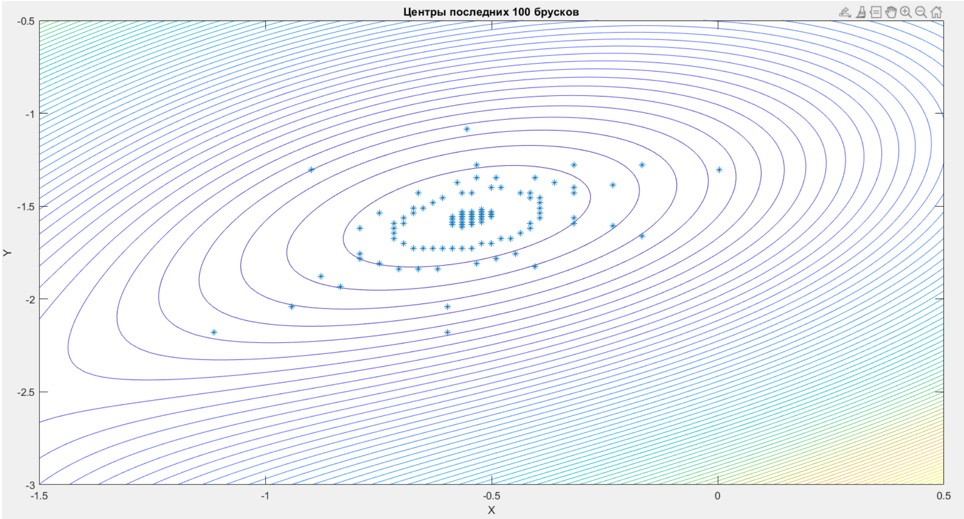

Рисунок 3.5. Центры последних 100 ведущих брусков

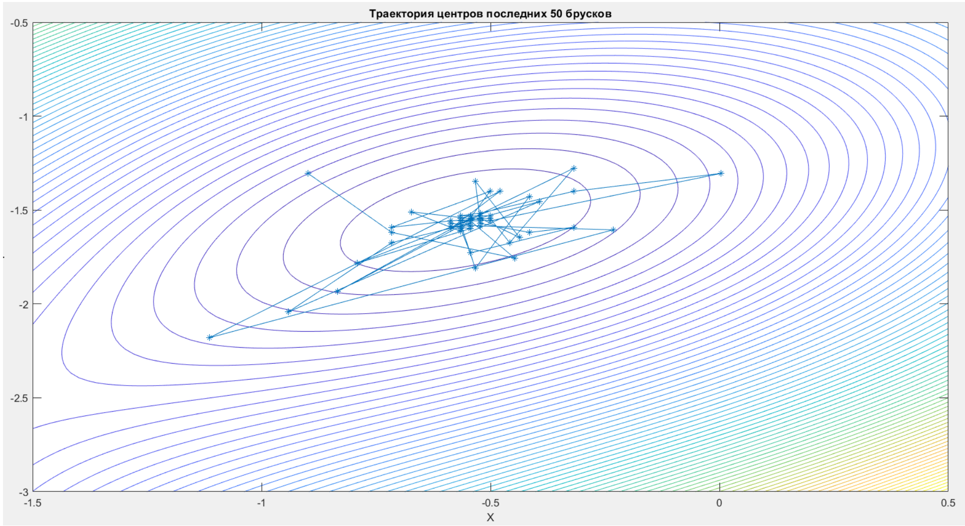

Рисунок 3.6. Траектория движения центров последних 50 ведущих блоков

4. Приложение

Код программы на Python лежит в данном репозитории:
https://github.com/PinkOink/Interval_Analysis/tree/main/lab2

Реализация функции глобальной оптимизации:
http://www.nsc.ru/interval/Programing/MCodes/globopt0.m

Сайт с тестовыми функциями:
https://en.wikipedia.org/wiki/Test_functions_for_optimization