

ARI-HW_06

Matěj Pinkas

30. March 2024

1 Návrh PID regulátoru

- Soustava s přenosem:

$$F(s) = \frac{a + s}{b + s^2} = \frac{b(s)}{a(s)}$$

- Navrhnete PID regulátor s póly:

$$s_1 = -1$$

$$s_{2,3} = -0,5 \pm j0,5$$

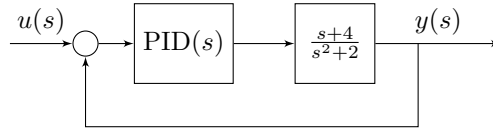


Figure 1: Systém

- Přenos PID regulátoru:

$$C(s) = \frac{q(s)}{p(s)} = k_P + k_D s + \frac{k_I}{s} = \frac{k_D s^2 + k_P s + k_I}{s}$$

- Přenos celé uzavřené smyčky soustavy:

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{C(s)F(s)}{1 + C(s)F(s)} = \frac{b(s)q(s)}{a(s)p(s)} \frac{a(s)p(s)}{a(s)p(s) + b(s)q(s)} = \frac{\frac{s+a}{s^2+b} \frac{k_D s^2 + k_P s + k_I}{s}}{1 + \frac{s+a}{s^2+b} \frac{k_D s^2 + k_P s + k_I}{s}} = \\ &= \frac{(s+a)(k_D s^2 + k_P s + k_I)}{s^2 + b} \frac{s(s^2 + b)}{(k_D s^2 + k_P s + k_I)(s+a) + s(s^2 + b)} \end{aligned}$$

- Charakteristický polynom:

$$c(s) = (s^2 + b)s((k_D s^2 + k_P s + k_I)(s + a) + s(s^2 + b))$$

- Pro hodnoty a, b z mého datumu narození ($a = 0, b = 1$) (10.1.), následného vyřešení konstant k_P, k_D, k_I a dosazení vychází $c(s) = 0$, nesplňuje tedy podmínky pólů $s_{1,2,3}$

- Zvolím si tedy datum podle svého svátku ($a = 4, b = 2$) (24.2.)

- Charakteristický polynom po dosazení a, b :

$$c(s) = s(s^2 + 2)(s(s^2 + 2) + (s + 4)(k_D s^2 + k_P s + k_I))$$

- Pro póly $s_{1,2,3}$ musí platit, že po dosazení se bude polynom $c(s)$ rovnat nule, mám tedy tyto 3 rovnice:

$$c(s_1) = 9k_P - 9k_I - 9k_D + 9 = 0$$

$$c(s_2) = k_D(2 - i\frac{13}{8}) - k_I(\frac{13}{4} + i4) - k_P(\frac{3}{8} - i\frac{29}{8}) - 1 + i\frac{15}{8} = 0$$

$$c(s_3) = k_D(2 + i\frac{13}{8}) - k_I(\frac{13}{4} - i4) - k_P(\frac{3}{8} + i\frac{29}{8}) - 1 - i\frac{15}{8} = 0$$

- Po vyřešení této soustavy rovnic získám k_P, k_D, k_I :

$$k_P = \frac{4}{25} \qquad k_D = \frac{23}{25} \qquad k_I = \frac{6}{25}$$

- Po dosazení konstant k_P, k_D, k_I do char. polynomu $c(s)$ získám:

$$c(s) = s(s^2 + 2)(s(s^2 + 2) + (s + 4)\left(\frac{23}{25}s^2 + \frac{4}{25}s + \frac{6}{25}\right))$$

- Spočítám kořeny tohoto polynomu pro ověření (pomocí funkce `roots()` v matlabu) a ověřím, že některé z těchto kořenů odpovídají $s_{1,2,3}$

$$s_1 = -1$$

$$s_2 = 0$$

$$s_3 = -0,5 - i0,5$$

$$s_4 = -0,5 + i0,5$$

$$s_5 = -i\sqrt{2}$$

$$s_6 = i\sqrt{2}$$

- Tento PID regulátor je tedy vhodný, splňuje zadané podmínky a má konstanty $k_P = \frac{4}{25}, k_D = \frac{23}{25}, k_I = \frac{6}{25}$