

ARI-HW_02

Matěj Pinkas

03. March 2024

1 Stabilita systému

- Stabilita systému je dána jeho vlastními čísly
- Stabilní je právě tehdy když jsou reálné části všech vlastních čísel záporné

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 7,3809 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2,1904 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3,1904 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$eig(A) = \begin{bmatrix} -2,1587 \\ 2,1587 \\ 1,8625i \\ -1,8626i \\ 1,7862i \\ -1,7862i \end{bmatrix}$$

Pouze jedno vlastní číslo matice A má zápornou reálnou hodnotu. Systém tedy není stabilní

2 Řiditelnost systému

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2.1 Vstup u_1

$$\mathcal{C}_{B_1} = [B_1 \quad AB_1 \quad A^2B_1 \quad A^3B_1 \quad A^4B_1 \quad A^5B_1]$$

$$\mathcal{C}_{B_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 3,3809 & 0 & 20,1921 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -2,3810 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3,3809 & 0 & 20,1921 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -2,3810 & 0 & -35,1688 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{rank}(\mathcal{C}_{B_1}) = 4$$

$$\dim(\mathcal{C}_{B_1}) = 6$$

Matice řiditelnosti \mathcal{C}_{B_1} nemá plnou hodnot (pouze 4 z 6) a proto systém není řiditelný vstupem u_1

2.2 Vstup u_2

$$\mathcal{C}_{B_2} = [B_2 \quad AB_2 \quad A^2B_2 \quad A^3B_2 \quad A^4B_2 \quad A^5B_2]$$

$$\mathcal{C}_{B_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 2,3810 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -6,1904 & 0 & 8,7975 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2,31810 & 0 & 35,1688 \\ 1 & 0 & -6,1904 & 0 & 8,7975 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{rank}(\mathcal{C}_{B_2}) = 4$$

$$\dim(\mathcal{C}_{B_2}) = 6$$

Matice řiditelnosti \mathcal{C}_{B_2} nemá plnou hodnot (pouze 4 z 6) a proto systém není řiditelný vstupem u_2

2.3 Vstup u_3

$$\mathcal{C}_{B_3} = [B_3 \quad AB_3 \quad A^2B_3 \quad A^3B_3 \quad A^4B_3 \quad A^5B_3]$$

$$\mathcal{C}_{B_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3,1904 & 0 & 10,1787 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -3,1904 & 0 & 10,1787 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{rank}(\mathcal{C}_{B_3}) = 2$$

$$\dim(\mathcal{C}_{B_3}) = 6$$

Matice říditelnosti \mathcal{C}_{B_3} nemá plnou hodnost (pouze 2 z 6) a proto systém není říditelný vstupem u_3

Systém nemá ani jeden samostatný motor, který by dělal systém říditelný.

3 Přenos systému pro dané vstupy

3.1 Přenos pro vstup u_1

$$H(s) = (s * I - A)^{-1} B_1 = \begin{bmatrix} \frac{s^2+2,19}{s^4-1,191s^2-16,17} \\ \frac{-2s}{s^4-1,191s^2-16,17} \\ 0 \\ \frac{s^3+2,19s}{s^4-1,191s^2-16,17} \\ \frac{-2s^2}{s^4-1,191s^2-16,17} \\ 0 \end{bmatrix}$$

(Hodnoty: 10^{-15} a menší aproximuji jako 0)

3.2 Přenos pro vstup u_2

$$H(s) = (s * I - A)^{-1} B_2 = \begin{bmatrix} \frac{2s}{s^4-1,19s^2-16,17} \\ \frac{s^2-7,381}{s^4-1,19s^2-16,17} \\ 0 \\ \frac{2s^2}{s^4-1,19s^2-16,17} \\ \frac{s^3-7,381s}{s^4-1,19s^2-16,17} \\ 0 \end{bmatrix}$$

(Hodnoty: 10^{-15} a menší aproximuji jako 0)

3.3 Přenos pro vstup u_3

$$H(s) = (s * I - A)^{-1} B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{s^2+3,19} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{s}{s^2+3,19} \end{bmatrix}$$

(Hodnoty: 10^{-15} a menší aproximuji jako 0)

Přenos ani jednoho systému s každým ze tří vstupů není ve všech směrech (x, y, z) a proto není možné ho ovládat pouze jedním vstupem.

4 Řiditelnost celého systému

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{C}_B = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B \quad A^4B \quad A^5B]$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 3,38 & 0 & 0 & 0 & 2,38 & 0 & 20,19 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -6,19 & 0 & -2,38 & 0 & 0 & 0 & 8,79 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3,19 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10,17 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 3,38 & 0 & 0 & 0 & 2,38 & 0 & 20,16 & 0 & 0 & 0 & 35,16 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -6,19 & 0 & -2,38 & 0 & 0 & 0 & 8,79 & 0 & -35,16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3,19 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10,17 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{rank}(\mathcal{C}_B) = 6$$

$$\dim(\mathcal{C}_B) = 6$$

Matice řiditelnosti e_B má plnou hodnotu a proto systém je řiditelný vstupem:
(u_1, u_2, u_3)

5 Přenos celkového systému

$$H(s) = (s * I - A)^{-1} B = \begin{bmatrix} \frac{s^2+2,19}{s^4-1,191s^2-16,17} & \frac{2s}{s^4-1,19s^2-16,17} & 0 \\ \frac{-2s}{s^4-1,191s^2-16,17} & \frac{s^2-7,381}{s^4-1,19s^2-16,17} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s^2+3,19} \\ \frac{s^3+2,19s}{s^4-1,191s^2-16,17} & \frac{2s^2}{s^4-1,16s^2-16,17} & 0 \\ \frac{-2s^2}{s^4-1,191s^2-16,17} & \frac{s^3-7,381s}{s^4-1,19s^2-16,17} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s}{s^2+3,19} \end{bmatrix}$$

(Hodnoty: 10^{-15} a menší aproximují jako 0)