ARI-HW_04

Matěj Pinkas

16. March 2024

1 Příklad

- Pomocí Routh-Hurwitzova kritéria vypočteme stabilitu sytému nasledujícím způsobem

$$c(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3$$

$$\begin{bmatrix} s^3 & a_0 & a_2 \\ s^2 & a_1 & a_3 \\ s^1 & b & c \\ s^0 & d & e \end{bmatrix}$$

- systém je stabilní když mají koeficienty a_0, a_1, b, d stejné znaménko

$$b = -\frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}{a_1} = -\frac{a_0 a_3 - a_1 a_2}{a_1} = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

$$c = -\frac{\begin{vmatrix} a_0 & 0 \\ a_1 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = -\frac{0a_0 - 0a_1}{a_3} = 0$$

$$d = -\frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b & c \end{vmatrix}}{b} = -\frac{a_1 c - a_3 b}{b} = \frac{a_3 b}{b} = a_3$$

$$e = -\frac{\begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ b & 0 \end{vmatrix}}{c} = -\frac{0a_1 - 0b}{c} = 0$$

$$\begin{bmatrix} s^3 & a_0 & a_2 \\ s^2 & a_1 & a_3 \\ s^1 & \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} & 0 \\ s^0 & a_3 & 0 \end{bmatrix}$$

- Tento postup je aplikován na zadaný systém:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$
$$K(s) = \frac{K_p s + K_I}{s}$$

$$H(s) = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} = 1 - \frac{1}{1 + G(s)K(s)} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{K_p s + K_I}{s(s+1)(s+2)}}$$
$$= 1 - \frac{1}{\frac{K_p s + K_I + s(s+1)(s+2)}{s(s+1)(s+2)}} = 1 - \frac{s(s+1)(s+2)}{K_p s + K_I + s(s+1)(s+2)}$$
$$= 1 - (1 - \frac{K_p s + K_I}{K_p s + K_I + s(s+1)(s+2)}) = \frac{K_p s + K_I}{K_p s + K_I + s(s+1)(s+2)}$$

- Z toho charakteristický polynom má tvar:

$$K_p s + K_I + s(s+1)(s+2) = s^3 + 3s^2 + (2 + K_p)s + K_I$$

$$\begin{bmatrix} s^3 & 1 & (2+K_p) \\ s^2 & 3 & K_I \\ s^1 & \frac{3(2+K_p) - K_I}{3} & 0 \\ s^0 & K_I & 0 \end{bmatrix}$$

- a_0 je kladá, tedy všechny dašlí hlídané koeficienty musí být kladné aby byl systém stabilní

$$a_0 > 0 \iff 1 > 0$$
$$a_1 > 0 \iff 3 > 0$$
$$b > 0 \iff (3(2 + K_p) - K_I)/3 > 0$$
$$d > 0 \iff K_I > 0$$

$$K_p > \frac{K_I}{3} - 2$$

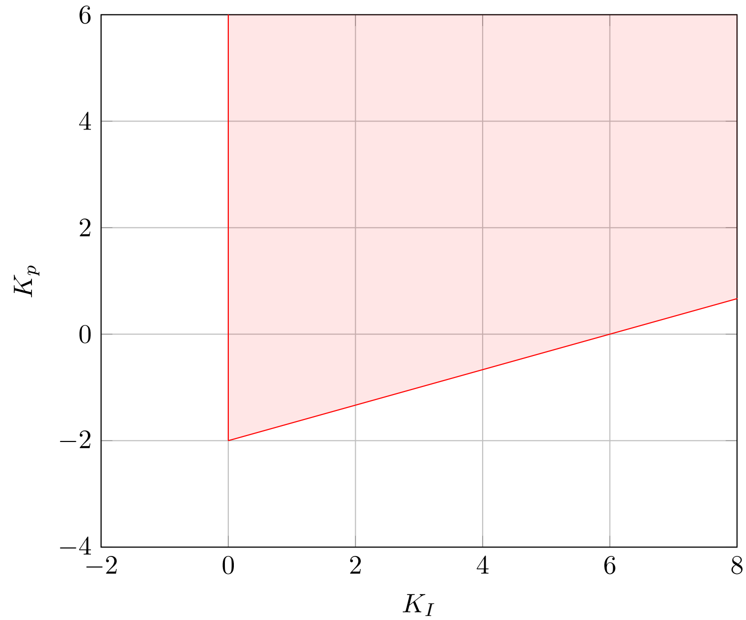

Figure 1: Oblast koeficientů K_p a K_I pro které je systém stabilní

- Systém je stabilní pro všechny hodnoty $K_I > 0$ a zároveň $K_p > \frac{K_I}{3} - 2$

2 Příklad

- Funkcí hw_4_std jsem ze svého datumu narození (10.01.2003) získal systém:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+12)}$$

- V matlabu pomocí příkazu rltool() vykreslím systém i s vlastním řízením, které pak následně v rltool editoru upravím tak aby póly systému byly co nejdále vlevo od imaginární osy a zároveň dodržely poměrné tlumení $\zeta = 0,7$

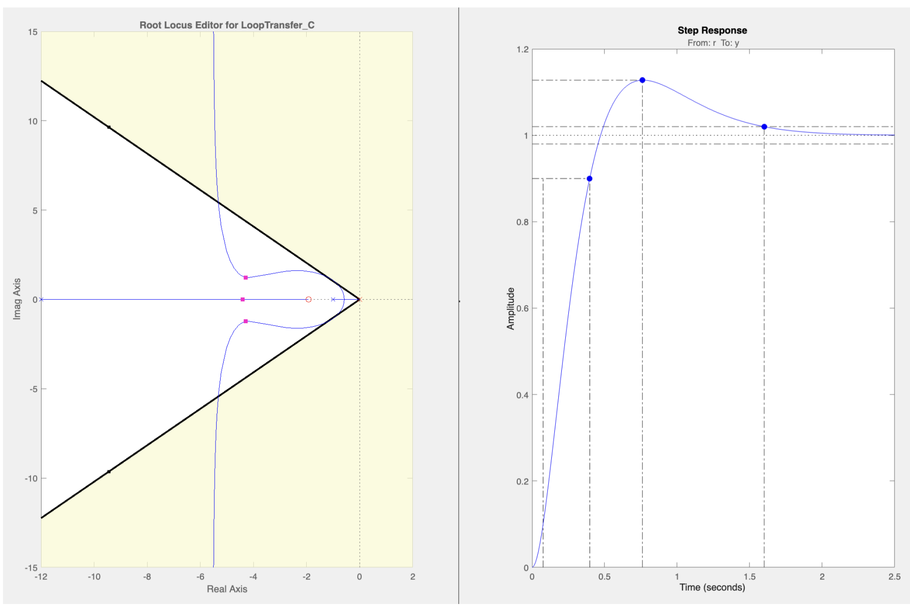

Figure 2: rltool graf systému s řízením, vpravo odezva na jednotkový skok

- Z rltool získám po vhodném nastavení nuly a pólů konstantu C

$$\begin{aligned}
C(s) &= \frac{45,844(s+1,92)}{s} \\
K(s) &= \frac{45,844s + 88,02048}{s} = 45,844 + \frac{88,02048}{s} = K_p + \frac{K_i}{s} \\
K_p &= 45,844 \\
K_i &= 88,02048
\end{aligned}$$

- Systém má (jak je vidět z odezvy na jednotkový skok) nulovou odchylku v době ustálení. Toto můžeme ověřit i tím, že systém je astatický 1. řádu a má tedy nulovou ustálenou odchylku