### Opakování z předmětu SAS

#### B3B35ARI

#### 10.2.2021

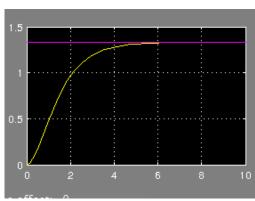
#### Vážení studenti,

v následujících měsících budete každý týden z předmětu Automatické řízení dostávat domácí úkol z látky probrané v daném týdnu na přednáškách. Jsme na technické škole a domácí úkoly jsou **technickou zprávou** řešení zadaného úkolu, a taková má své náležitosti.

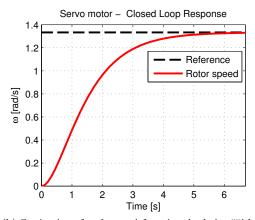
Dobrá zpráva o řešení domácího úkolu obsahuje:

- Jméno řešitele, číslo úkolu, název předmětu, datum vypracování, čísla stránek.
- Úpravu hodnou studenta technické vysoké školy. Tedy hlavně
  - přehledné členění na jednotlivé úkoly a podúkoly a
  - kvalitní grafy.
- Technické řešení úkolu.
- Reference na použitou literaturu, pokud se v textu na nějakou odkazujete. Přednáškové slidy k předmětu necitujte.

Bod "Kvalitní grafy" si zaslouží zvláštní pozornost, a proto ho raději přesněji specifikujme.







(b) Správný graf: vektorový formát, vhodné měřítko, vhodná tloušťka čar, popisky os i s jednotkami, název grafu, legenda a mřížka.

Obrázek 1: Kvalitativní porovnání grafů

Nejprve si prohlédněte obrázek 1a. Jistě z něj poznáte, že se jedná o nějaký přechodový děj, ale dozvěděli jste se, o jaký systém se jedná? Jaká veličina a v jakých jednotkách je na něm zobrazena? Zato z obrázku 1b je zcela zřejmé, že se jedná o zobrazení přechodového děje rychlostní smyčky servomotoru. Zvažte sami, která varianta se Vám líbí více. Nám se líbí více varianta 1b, a pokud kdekoliv uvidíme variantu 1a, automaticky strháváme až 10% bodů za úpravu.

Budeme rádi, když v každém grafu minimálně **popíšete osy** (i s jednotkami), uvedete **název grafu** a v případě více průběhu v jednom grafu přidáte i **legendu**.

Vaši cvičící

### Úkol 1 Ustálená odezva

1. Nalezněte statické zesílení K systému popsaného níže uvedeným přenosem (1b.)

$$G(s) = \frac{(-0.2s + 5)}{(s+3)(s+2)(s+1)}$$

- 2. Zjistěte ustálenou hodnotu odezvy na vstup u(t) = 5. Své tvrzení odvoďte.(1b.)
- 3. Jaká bude ustálená hodnota odezvy na Dirakův impulz? (1b.)

### Úkol 2 Laplaceova transformace

1. Pomocí Laplaceovy transformace vyřešte následující soustavu diferenciálních rovnic

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -6x_1(t) + 26x_2(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{1}{2}x_1(t)$$

za počátečních podmínek  $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Výsledkem budou funkce popisující časový průběh stavu  $x_1(t)$  a  $x_2(t)$ . Řešte ručně a do řešení uveďte postup. (4b.)

2. Vykreslete průběhy nalezených funkcí v Matlabu. Nezapomeňte na popisky os, titulek, legendu a přehlednost - tedy vše, co by se v mělo u Vašich grafů v budoucnu vždy objevit. (1b.)

#### Úkol 3 Linearizace

Je zadaný systém

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -2\sin(x_1) - \frac{1}{10}x_2 + u$$

$$y = x_1$$

- 1. Nalezněte rovnovážný pracovní bod systému  $P=\left[\begin{array}{ccc}x_{1p}&x_{2p}&y_p\end{array}\right]$  pro $u_p\left(t\right)=2.$  (2b.)
- 2. Linearizujte systém v nalezeném pracovním bodě P. (2b.)
- 3. Namodelujte v Simulinku nelineární systém současně s linearizovaným. Porovnejte odezvy obou systémů na skok u=1 a u=2.001. Průběhy nelineárního a linearizovaného systému vykreslete do jednoho obrázku pomocí Matlabu. (V Simulinku využijte například bloček "To Workspace" nebo volbu "Save data to workspace" v parametrech Scope, čímž přenesete simulovaná data do Matlabu a pak je vykreslíte standardním způsobem nebo například pomocí funkce plotScope dostupné na titulní straně Moodle. Jiný návod na vykreslování grafů ze Simulinku najdete mezi materiály k prvnímu cvičení ARI) (2b.)

## Úkol 4 Asymptotické frekvenční charakteristiky

1. (2b.)

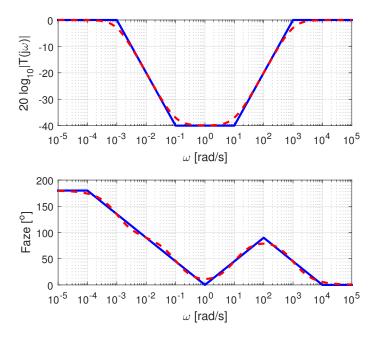
Pro následující systém nakreslete asymptotickou frekvenční charakteristiku.

$$G_1(s) = \frac{(s-1)}{(s+10)(s-10)(s+80)}$$

Jako řešení můžete vložit oskenovaný/ dobře vyfocený obrázek nebo můžete využít grafický editor. Obrázek simulované frekvenční charakteristiky z příkazu *bode* v Matlabu použijte jako kontrolu, nicméně jako řešení ho neodevzdávejte - nejedná se o asymptotické frekvenční charakteristiky.

2. (3b.)

Pro asymptotickou frekvenční charakteristiku na obrázku (2) sestavte rovnici odpovídajícího systému s nejnižším možným počtem pólů.



Obrázek 2: Asymptotická charakteristika k identifikování. Modře asymptotický průběh, červeně původní systém.

#### Úkol 5 Převod do přenosového popisu

Převeďte následující systém do přenosového popisu. Napište postup, kterým jste k výsledku dospěli a vybrané mezivýsledky. (6b.)

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 & 0 \\ -6 & 4 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 2 & -2 \\ -9 & 9 & 2 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

# Úkol 6 Stabilita

Rozhodněte o stabilitě systému. Výsledek zdůvodněte. (2b.)

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

### Úkol 7 Diskretizace

Následující systém převedte do diskrétního popisu, můžete využít např. metodu zero order hold.

$$G(s) = \frac{(s-3)}{(s+1)(s+7)}$$

K diskretizaci můžete využít Matlab. Následně v Simulinku odsimulujte odezvy diskrétního a spojitého systému pro dvě různé periody vzorkování - pro jednu vhodně zvolenou (dostatečně krátkou) a jednu nevhodně zvolenou. Do jednoho grafu vykreslete výstup spojitého systému a výstup diskretizovaného systému s vhodně zvolenou periodou vzorkování. (1b.) Druhý graf obdobně pro nevhodnou periodu vzorkování. (2b.) Jako vstup zvolte libovolný periodický signál, např. sinus, pila, atd. Nezapomeňte na to, jak mají vypadat výsledné grafy.

### Úkol 8 Vlastnosti přenosů

Rozhodněte u každého z následujích přenosů, zdali jím popsaný systém je: stabilní/nestabilní, statický/astatický, kmitavý/nekmitavý. (4b.)

1. 
$$G_1(s) = -\frac{(s-12)}{(s+1)(5s+2)(s+3)}$$

2. 
$$G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 0.5s - 1}$$

3. 
$$G_3(s) = \frac{1}{s^2}$$

4. 
$$G_4(s) = \frac{s+2}{s^2-2}$$

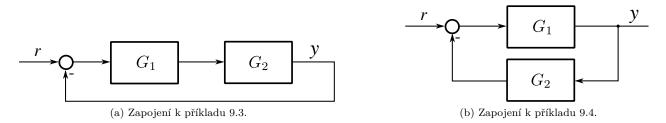
### Úkol 9 Spojování dynamický systémů

Jsou dány dva systémy

$$G_1 = \frac{s-1}{s+1}, G_2 = \frac{1}{s}$$

odvoďte výsledný přenos H pro jejich:

- 1. paralelní spojení (1b.)
- 2. sériové spojení (1b.)
- 3. zpětnovazební spojení se zápornou zpětnou vazbou, kde přenosy  $G_1$  a  $G_2$  jsou v přímé vazbě (Odvoďte přenos H(s) = y(s)/r(s)) (1b.)
- 4. zpětnovazební spojení se zápornou zpětnou vazbou s $G_1$  v přímé vazbě a $G_2$  ve zpětné vazbě (Odvoďte přenos H(s) = y(s)/r(s)) (1b.)



Obrázek 3: Spojování dynamických systémů

### Úkol 10 Diskrétní systém

Je zadán diskrétní systém

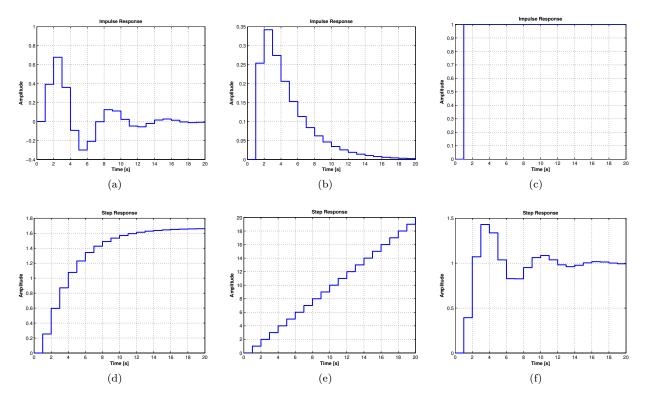
$$3y(k) - y(k-1) + \frac{1}{2}y(k-2) = u(k-1) - u(k-2)$$

- 1. Vyjádřete přenos systému. (1b.)
- 2. Rozhodněte o stabilitě systému. Rozhodnutí zdůvodněte. (1b.)
- 3. Nakreslete simulinkové schéma realizace tohoto přenosu pro vstup u a výstup y a vykreslete jeho odezvu na jednotkový skok pro vzorkovací periodu h=1 (2b.)

## Úkol 11 Skokové (přechodové) a impulzní charakteristiky

Na obrázku (4) jsou zobrazeny tři impulzní a tři přechodové charakteristiky pro tři různé systémy.

- 1. Přiřaďte správně skokové charakteristiky impulzním charakteristikám tak, aby odpovídaly stejnému systému. (1b.)
- 2. Jaký obecně mezi sebou mají impulzní a skoková charakteristika vztah? (1b.)

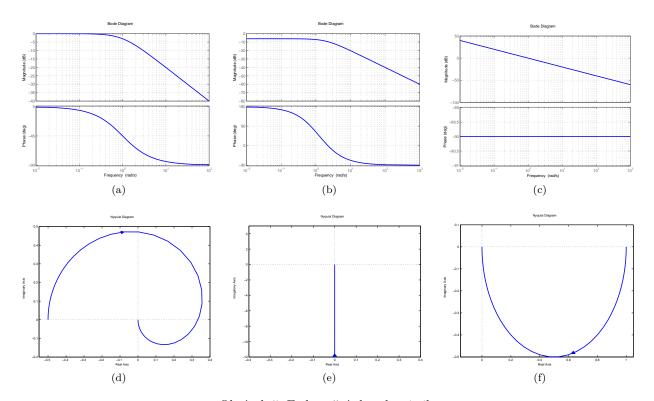


Obrázek 4: Přechodové a impulzní charakteristiky

# Úkol 12 Frekvenční charakteristiky

Na obrázku 5 jsou zobrazeny Bodeho frekvenční charakteristiky a Nyquistovy frekvenční charakteristiky tří systémů.

- 1. Přiřaďte k sobě frekvenční charakteristiky odpovidající stejnému systému. (1b.)
- 2. U frekvenční charakteristiky na obrázku 5f najděte pro fázi  $-45^{\circ}$  zesílení systému (v dB). (1b.)



Obrázek 5: Frekvenční charakteristiky